

Magdalena Denk

Zum Wahrscheinlichkeitsbegriff in der vierten Schulstufe

Zusammenfassung

Dieser Artikel stellt eine empirische Forschung zum kindlichen Wahrscheinlichkeitsbegriff in der vierten Schulstufe vor. Grundlage sind die fünf Meilensteine nach Hasemann & Mirwald (2007): qualitatives Einschätzen von Wahrscheinlichkeiten, Erkennen von Gleichverteilungen, Anwenden von Kombinationen, Erkennen von Gesetzmäßigkeiten und Erstellen von Prognosen. Die erhobenen Daten zu den einzelnen Meilensteinen liefern wertvolle Einblicke und Anknüpfungspunkte für die Entwicklung praxisorientierter didaktischer Konzepte zur Förderung eines qualitativen Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der Primarstufe.

Einleitung

Mit dem neuen Lehrplan (2023) rücken stochastische Inhalte erstmals in den Fokus des Primarstufenunterrichts (BMBWF, 2023). Die Meilensteine nach Hasemann & Mirwald (2007) bilden eine Grundlage für die Vermittlung eines fundierten Wahrscheinlichkeitsbegriffs. Dieser Artikel beschreibt die Meilensteine, beleuchtet ihre praktische Umsetzung und präsentiert Ergebnisse einer empirischen Untersuchung zu kindlichen Vorstellungen von Wahrscheinlichkeiten (Denk, 2024).

Meilensteine zur Erlangung eines qualitativen Wahrscheinlichkeitsbegriffs

Die folgende Darstellung der Meilensteine basiert auf einer ausführlicheren Analyse in meiner Masterarbeit (Denk, 2024, S. 34ff.).

Kinder lernen im ersten Meilenstein, Wahrscheinlichkeiten bestimmter Ereignisse mit Begriffen wie „sicher“, „möglich“ oder „unwahrscheinlich“ qualitativ einzuschätzen. Die Ungewissheit von Zufallsereignissen wird dabei als zentrales Merkmal erkannt (Hasemann & Mirwald, 2007, S. 155). Zufallsgeneratoren wie Würfel, Münzen oder Glücksräder helfen, Wahrscheinlichkeiten zu veranschaulichen, während Skalen wie der Wahrscheinlichkeitsstrahl das qualitative Verständnis unterstützen (Sill & Kurtzmann, 2019).

Kinder erkennen im zweiten Meilenstein (Gleich-)Verteilungen bei Würfeln oder Glücksrädern. Glücksräder sind besonders geeignet, um unterschiedliche Verteilungen von Wahrscheinlichkeiten zu demonstrieren, indem gleich große oder unterschiedlich große Kreissektoren genutzt werden. Platonische Körper wie Würfel oder das gezielte Färben von Glücksrädern fördern das Verständnis für Gleichverteilungen (Hasemann & Mirwald, 2007, S. 155).

Kinder erweitern im dritten Meilenstein ihr Verständnis durch kombinatorische Überlegungen. Sie konfigurieren mögliche und günstige Versuchsausgänge, unterstützt durch Baumdiagramme oder das Ordnen von Objekten. Besonders hilfreich sind Aufgaben, bei denen Kinder ihre Lösungswege dokumentieren (Neubert, 2019; Hasemann & Mirwald, 2007, S. 155).

Kinder gewinnen im vierten Meilenstein die Erkenntnis, dass die qualitative Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten durch das Erkennen von Gesetzmäßigkeiten aufgrund mehrerer Wiederholungen eines Experiments präzisiert wird. Experimente mit Gummibärchentüten verdeutlichen, dass Variabilität statistischer Daten den gleichen Bedingungen unterliegt. Die Betrachtung mehrerer Datenpunkte zeigt Muster auf, die eine wichtige Grunderfahrung im Umgang mit Wahrscheinlichkeiten bilden (Eichler, 2022; Klunter et al., 2020).

Kinder lernen im fünften Meilenstein, Prognosen zu erstellen und zu begründen. Sie arbeiten mit Urnenmodellen, bei denen Objekte gleicher Form zufällig gezogen werden. Aufgabenformate umfassen das Schätzen der Zusammensetzung einer Urne oder das Vorhersagen von Ziehungsergebnissen. Durch Experimente und eigene Urnenkonstruktionen entwickeln die Kinder ein tieferes Verständnis für Wahrscheinlichkeitsbegriffe (Schipper, 2017a, S. 337f.; Hasemann & Mirwald, 2007, S. 155).

Erhebung der Ausgangslage: Der qualitative Wahrscheinlichkeitsbegriff vor dem neuen Lehrplan (2023)

Methodisches Vorgehen

Fragestellung

Aufgrund fehlender Daten in Österreich zu Wahrscheinlichkeitskonzepten im Primarbereich wurde eine Ausgangserhebung vor Einführung des neuen Lehrplans (2023) durchgeführt, um künftige Entwicklungen evaluieren zu können. Im Fokus steht die Fragestellung:

Welches Wissen besitzen die Kinder der vierten Schulstufe im Bereich der Wahrscheinlichkeit, der vom neu verordneten Lehrplan (2023) gefordert wird, noch bevor dieser in Kraft tritt?

Diese Untersuchung gibt tiefere Einsichten in die Vorstellungen und Denkweisen von Kindern, die bisher keinen systematischen Unterricht zu Wahrscheinlichkeitskonzepten erhalten haben. Die Ergebnisse bilden die Grundlage für gezielte didaktische Maßnahmen. (Denk, 2024, S. 65ff.)

Stichprobe

Da die Grundgesamtheit aller österreichischen Kinder der vierten Schulstufe nicht vollständig erhoben werden konnte, wurden 86 Kinder aus sieben Klassen an vier Schulen im Bezirk Krems-Land in die Untersuchung einbezogen.

Erhebungsinstrumente

Mixed-Methods

Die Untersuchung kombinierte quantitative und qualitative Methoden. 86 Kinder bearbeiteten einen Testbogen, der ihre Vorstellungen von Wahrscheinlichkeiten erfasste. Ergänzend wurden qualitative Einzelgespräche mit 14 zufällig ausgewählten Kindern geführt, um ihre Denkprozesse zu analysieren. (Denk, 2024, S. 66ff.; Konrad, 2010, S. 476ff.).

Testbogen

Der quantitative Teil der Forschung basierte auf der Bearbeitung eines Testbogens, der Aufgaben umfasste, die auf die fünf Meilensteine nach Hasemann & Mirwald (2007) abgestimmt waren. Er wurde entwickelt, um das Wissen der Kinder im Bereich Wahrscheinlichkeit zu erfassen.

Dazu wurden zu den einzelnen Meilensteinen jeweils zwei Aufgaben in zwei unterschiedlichen Schwierigkeitsniveaus ausgewählt. Die Einteilung in einfache und schwierige Aufgaben erfolgte auf Basis didaktischer Überlegungen (Neubert, 2019) sowie der kognitiven Anforderungen an Abstraktion, Anzahl der notwendigen Teilschritte und Grad der Kontextualisierung.

Erster Meilenstein: Qualitatives Einschätzen von Wahrscheinlichkeiten

Einfaches Beispiel: Passend zu einer Abbildung einer Schale mit roten, gelben und grünen Äpfeln ergänzen die Kinder Sätze mit den Begriffen wahrscheinlich, unwahrscheinlich, sicher, unmöglich. Die Aufgabe basiert auf einer alltagsnahen Situation ohne komplexe Schlussfolgerungen.

Schwieriges Beispiel: Die Kinder erhalten die Aussage „Es ist unwahrscheinlich, dass du triffst“ zu einer Torwand mit Loch und sollen passende Begründungen dafür finden. Reflektieren über implizite Wahrscheinlichkeiten und das Formulieren eigener Argumente sind erforderlich.

Zweiter Meilenstein: Erkennen von (Gleich-)Verteilungen

Einfaches Beispiel: Die Kinder sehen vier Glücksräder und wählen dasjenige aus, bei dem die Gewinnfarbe die höchste Wahrscheinlichkeit hat, und begründen ihre Wahl. Der Unterschied in den Flächenanteilen ist deutlich und unmittelbar aus der Abbildung ablesbar.

Schwieriges Beispiel: Die Kinder betrachten eine Illustration mit acht Badeenten und unterschiedlichen Spielregeln und entscheiden, bei welcher Regel eine bestimmte Farbe am wahrscheinlichsten gewinnt. Neben dem Erkennen der Verteilung wird auch das Verständnis der Spielregeln gefordert.

Dritter Meilenstein: Anwenden von Kombinationen

Einfaches Beispiel: Die Kinder bauen mit drei verschiedenfarbigen Steckwürfeln alle möglichen Dreiertürme und notieren ihre Lösungen. Die überschaubare Anzahl lässt sich durch Probieren erfassen.

Schwieriges Beispiel: Die Kinder sollen ermitteln, wie viele unterschiedliche Gruppenfotos mit zwölf Kindern entstehen können. Dazu brauchen sie eine abstrakte kombinatorische Vorstellung und ein systematisches Vorgehen, um Doppelzählungen zu vermeiden.

Vierter Meilenstein: Erkennen von Gesetzmäßigkeiten

Einfaches Beispiel: Die Kinder ordnen Strichlisten von Würfelergebnissen den passenden Würfeln zu. Die Aufgabe basiert auf direkter visueller Zuordnung ohne zusätzliche Schlussfolgerungen.

Schwieriges Beispiel: Die Kinder analysieren die Zählergebnisse verschiedener Gummibärchentüten und leiten daraus ab, wie die Farbverteilung wäre, wenn alle Kinder der Schule eine Tüte bekämen. Hier müssen die Kinder Stichprobendaten auf eine Gesamtheit verallgemeinern.

Fünfter Meilenstein: Erstellen von Prognosen

Einfaches Beispiel: Die Kinder kennen die Perlenverteilung in einem Säckchen und sagen voraus, welche Farbe wahrscheinlich gezogen wird. Die Lösung lässt sich direkt aus den gegebenen Häufigkeiten ableiten.

Schwieriges Beispiel: Die Kinder vergleichen die Ziehungen zweier Personen und entscheiden, wer die größere Chance hat, eine bestimmte Farbe zu ziehen. Diese Aufgabe setzt ein Verständnis für den Einfluss der Stichprobengröße auf Wahrscheinlichkeiten voraus.

Die Bearbeitungszeit betrug 40 Minuten, wobei die Kinder ihre Aufgaben selbstständig lösen konnten, jedoch Verständnisfragen stellen durften. Die erhobenen Daten über die Richtigkeit der Lösungen wurden statistisch deskriptiv ausgewertet, um den Wissensstand als Ausgangslage darzulegen. Zusätzlich ermöglichten die schriftlichen Begründungen auf den Testbögen qualitative Einblicke in die Denkprozesse der Lernenden (Denk, 2024, S. 66ff.).

Lautes Denken

Ergänzend zur schriftlichen Datenerhebung wurde die qualitative Forschungsmethode des Lauten Denkens genutzt. Dazu wurden in jeder Klasse zwei Kinder zufällig ausgewählt, die ihre Gedankengänge während der Bearbeitung der Aufgaben in retrospektiven Einzelinterviews mündlich schilderten, weiterführten oder korrigierten. Diese Äußerungen wurden von der Forschungsleiterin protokolliert und in die qualitative Analyse einbezogen. Die Methode des Lauten Denkens ermöglichte es, die Begründungen der Kinder detailliert nachzuvollziehen und ihre Denkprozesse besser zu verstehen (Denk, 2024, S. 67ff.; Konrad, 2010, S. 476ff.).

Auswertung der Daten

Die Testbögen wurden nach einem festen Punktungsschema analysiert. Jede Aufgabe konnte entweder richtig (1 Punkt) oder falsch (0 Punkte) gelöst werden. Die Ergebnisse wurden statistisch-deskriptiv zusammengefasst und in Diagrammen veranschaulicht (Denk, 2024, S. 68f.).

Zusätzlich wurden die schriftlichen Begründungen auf den Testbögen sowie die protokollierten Aussagen aus den Lauten-Denken-Interviews einer inhaltlich-strukturierenden Inhaltsanalyse unterzogen (Mayring, 2015, S.67ff.; Konrad, 2010, S. 476ff.). Die Zuordnung der Aussagen erfolgte zunächst deduktiv anhand der fünf Meilensteine nach Hasemann & Mirwald (2007). Innerhalb dieser Kategorien wurden die Daten induktiv weiter ausdifferenziert, etwa nach Alltagserfahrungen (z. B. „blaue Äpfel gibt es nicht“), heuristischen Strategien (z. B. Gleichverteilungstendenz, Repräsentativheuristik) oder systematischen Begründungen (z. B. Nutzung von Baumdiagrammen). So ließen sich Denkprozesse präzise nachzeichnen und typische Argumentationsmuster sichtbar machen (Denk, 2024, S. 70ff.).

Quantitative Ergebnisse

Einfache Aufgaben wurden häufiger korrekt gelöst als schwierige, was den Einfluss des Schwierigkeitsgrads zeigt.

Eine detaillierte Übersicht über die einfachen Aufgaben der Meilensteine nach Hasemann & Mirwald (2007) zeigt die Punkteverteilung für richtige Lösungen. Abbildung 1 zeigt anschaulich, wie viele Punkte die Kinder bei den einfachen Aufgaben pro Meilenstein erzielten – maximal 86 Punkte (ein Punkt pro Kind und Aufgabe). Sie bietet einen klaren Überblick über den Leistungsstand und verdeutlicht, welche Meilensteine den Kindern leichter fielen.

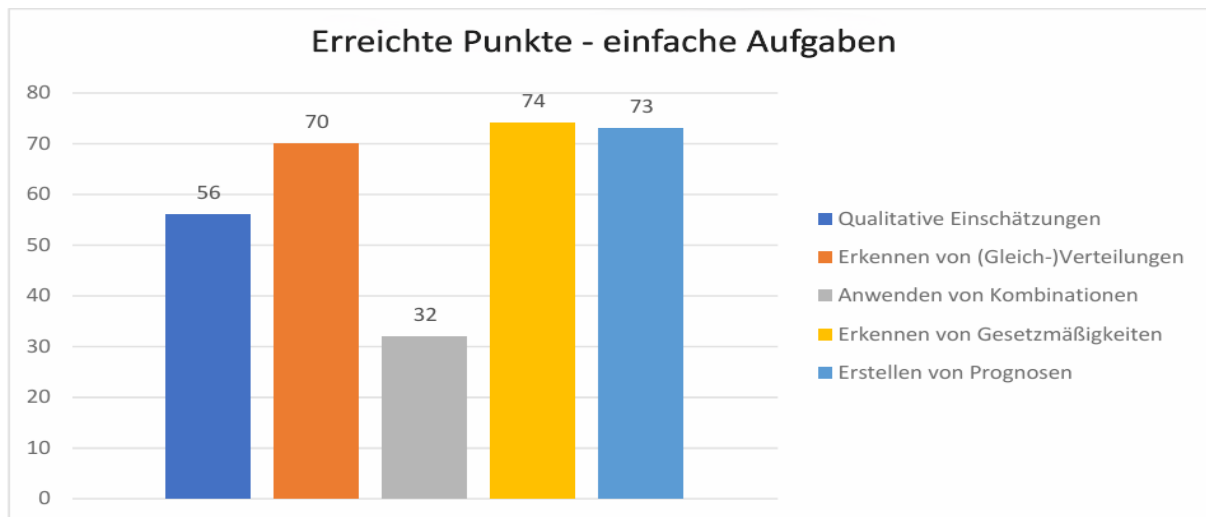


Abb. 8: Erreichte Punkte bei den einfachen Aufgaben

Abbildung 2 verdeutlicht die Ergebnisse bei den schwierigeren Aufgaben und liefert wichtige Hinweise darauf, welche Konzepte den Kindern besondere Herausforderungen bereiteten. Dies hilft, gezielte Fördermaßnahmen für komplexere Inhalte zu entwickeln.

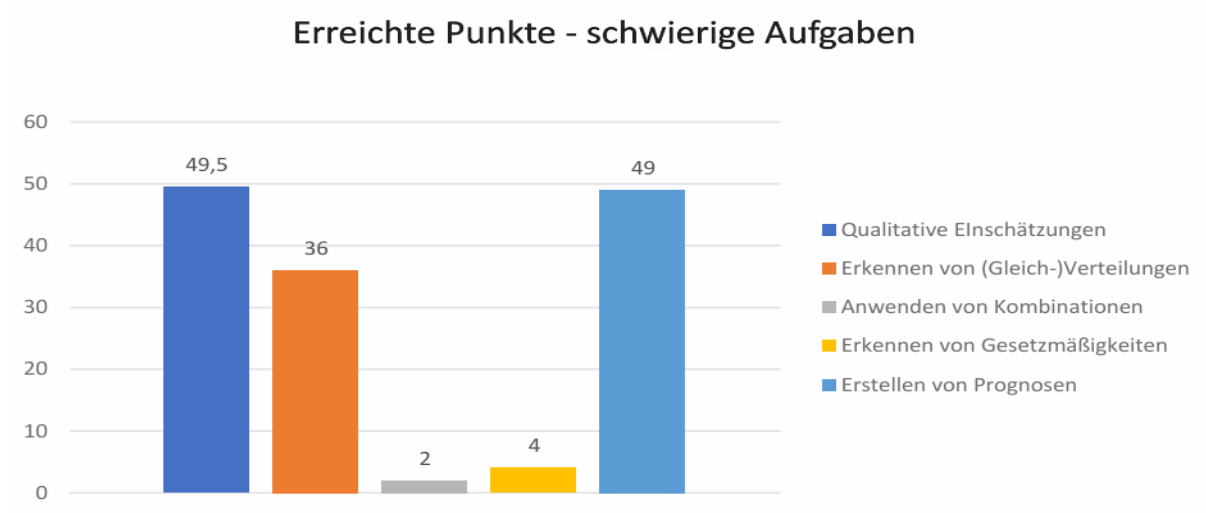


Abb. 2: Erreichte Punkte bei den schwierigen Aufgaben

Die Ergebnisse zeigen ein grundlegendes Verständnis stochastischer Konzepte, besonders bei einfachen Aufgaben. Komplexere Inhalte erfordern jedoch zusätzliche Unterstützung (Eichler & Vogel, 2009; Sill, 2013, 944ff.).

Auffällig ist, dass sowohl die einfache als auch die schwierige Aufgabe des dritten Meilensteins von vergleichsweise wenigen Kindern korrekt gelöst wurden. Dies deutet auf Schwierigkeiten beim Anwenden von Kombinationen hin und könnte zugleich auf die schwer definierbaren und unterschiedlich komplexen Schwierigkeitsniveaus der Aufgaben zurückzuführen sein, die durch die Vielfalt der Aufgabenformate beeinflusst werden. Unter der Annahme, dass die Schwierigkeitsniveaus einen Vergleich erlauben, wird zudem deutlich, dass die Meilensteine nach Hasemann & Mirwald (2007), die einem didaktisch-aufbauendem Konzept entsprechen, in dieser Untersuchung nicht zwingend linear erreicht werden, da die Anzahl der korrekten Lösungen variiert und nicht kontinuierlich abnimmt (Denk, 2024, S. 82ff.).

Aufgrund der Vielfalt der Aufgabenformate – etwa Unterschiede in Abstraktionsgrad, Alltagsnähe oder visueller Anschaulichkeit – können Kinder Aufgaben, die formal späteren Meilensteinen

zugeordnet sind, manchmal leichter bewältigen als abstraktere Aufgaben früherer Meilensteine. Hinzu kommt, dass Kinder häufig auf intuitive Strategien und Alltagserfahrungen zurückgreifen, die in bestimmten Kontexten tragfähig sind, in anderen jedoch zu Fehleinschätzungen führen können (Kahneman, 2012; Gauvrit & Morsanyi, 2014). Didaktisch ergibt sich daraus, dass Unterricht spiralförmig angelegt sein sollte: Konzepte werden wiederholt aufgegriffen, differenziert gefördert und sowohl an Alltagserfahrungen als auch an die zunehmende Abstraktionsfähigkeit der Kinder angebunden (Sill & Kurtzmann, 2019).

Qualitative Ergebnisse

Erster Meilenstein: qualitatives Einschätzen von Wahrscheinlichkeiten

Etwa zwei Drittel der Kinder konnten Begriffe wie „sicher“ und „unmöglich“ sinngemäß anwenden, zeigten jedoch Schwierigkeiten bei der Unterscheidung zwischen „sicher“ und „wahrscheinlich“ (Benz et al., 2015). Ihre Begründungen basierten oft auf Alltagserfahrungen („blaue Äpfel gibt es nicht“) oder visuellen Hinweisen, was auf die Anwendung heuristischer Denkmuster hinweist (Kahneman, 2012). Einige Kinder argumentierten systematisch, andere griffen auf intuitive oder animistische Überlegungen wie „Glück“ zurück, was die Bandbreite ihrer kognitiven Entwicklung und die Bedeutung einer gezielten Förderung zeigt (Kütting & Sauer, 2011).

Zweiter Meilenstein: Erkennen von (Gleich-)Verteilungen

Kinder konnten grundlegende Wahrscheinlichkeiten oft korrekt anhand von Flächenverhältnissen einschätzen, etwa durch Aussagen wie „größere rote Fläche“ (Schipper, 2017b, S. 282f.). Bei komplexeren Aufgaben traten Missverständnisse auf, z. B. durch persönliche Präferenzen („blau ist meine Lieblingsfarbe“) oder die Gleichverteilungstendenz aus Fairnessgründen („weil immer gleich viele Felder da sind“), die durch die Equity Heuristic erklärt werden können (Gauvrit & Morsanyi, 2014). Dies verdeutlicht, dass sprachliche Präzision und visuelle Modelle für das Verständnis von Wahrscheinlichkeiten entscheidend sind (Biehler & Engel, 2015).

Dritter Meilenstein: Anwenden von Kombinationen

Kinder, die einfache kombinatorische Aufgaben lösten, zeigten Ansätze systematischen Denkens, z. B. durch Aufzählen von Möglichkeiten oder die Nutzung von Baumdiagrammen (Neubert, 2019; Schipper, 2018, S. 325ff.). Komplexere Aufgaben, wie die Berechnung von Kombinationen ohne Wiederholung, führten häufig zu fehlerhaften Ansätzen, z. B. durch doppelte Zählungen („ $12 \cdot 12 = 144$ und dann noch -12 “) (Krönert, 2023). Diese Ergebnisse zeigen, dass viele Kinder Schwierigkeiten haben, abstrakte Konzepte korrekt anzuwenden, und praktische Rückführungen in reale Szenarien benötigen (Eichler & Vogel, 2009; Kahneman, 2012).

Vierter Meilenstein: Erkennen von Gesetzmäßigkeiten

Die meisten Kinder zeigten ein grundlegendes Verständnis für die Verbindung zwischen Zufallsverteilungen und Wahrscheinlichkeiten („sein Würfel hat nur blaue Flächen“) und erkannten teils Verhältnisse und Gesetzmäßigkeiten, etwa „10 Striche sind eine Fläche vom Würfel“ (Hasemann & Mirwald, 2007; Krönert, 2023). Andere wurden durch heuristische Annahmen fehlgeleitet, z. B. durch die Dominanz bestimmter Farben in Alltagsbeispielen („bei den Packungen gibt es mehr rote“) (Biehler & Engel, 2015; Kahneman, 2012). Die Ergebnisse betonen die Notwendigkeit, Missverständnisse gezielt durch differenzierte Förderung zu adressieren.

Fünfter Meilenstein: Erstellen von Prognosen

In einfachen Aufgaben erkannten Kinder die Relevanz relativer Häufigkeiten häufig korrekt („Blau, weil es mehr blaue als rote Perlen gibt“) (Benz et al., 2015). Missverständnisse zeigten sich jedoch, etwa durch fehlerhafte Annahmen („damit die roten schneller weg sind“), die auf die Repräsentativ- oder Verfügbarkeitsheuristik hinweisen (Eichler & Vogel, 2009; Kahneman, 2012). In komplexeren Aufgaben konnten viele Kinder die Bedeutung von Stichproben erkennen („weil sie [Luisa] so viele zieht“), was ein solides Verständnis der Stichprobengröße belegt (Knappstein, o.J.; Sill, 2013, 944ff.). Andere ließen sich jedoch durch soziale Annahmen oder subjektive Überzeugungen leiten, etwa „Mädchen lügen meistens nicht“ (Kahneman, 2012), was die Bedeutung von metakognitiver Förderung unterstreicht (Eichler & Vogel, 2009).

Zusammenfassung

Erkenntnisse und Ausblick

Die Untersuchung zeigt, dass Viertklässler grundlegende stochastische Konzepte intuitiv verstehen, jedoch bei komplexeren Aufgaben gezielte Unterstützung benötigen. Dies unterstreicht die Bedeutung eines gut strukturierten Unterrichts, der die Verbindung zwischen Alltagsbeispielen und Wahrscheinlichkeitskonzepten stärkt. Der neue Lehrplan (2023) schafft hierfür eine Grundlage, die durch differenzierte Fördermaßnahmen weiter ergänzt werden sollte. Es ist entscheidend, das bestehende Wissen der Kinder gezielt aufzunehmen und durch handlungsorientierte, didaktische Maßnahmen weiterzuentwickeln (Krönert, 2023; Neubert, 2022, S. 46; Schipper. 2017a, S. 337f.).

Verständnis und Herausforderungen

Die Studie zeigte, dass viele Kinder grundlegende Prinzipien wie relative Häufigkeiten oder einfache Kombinatorik intuitiv verstehen. Gleichzeitig wurden Missverständnisse und Heuristiken wie die Verfügbarkeits- oder Repräsentativheuristik deutlich, die oft zu falschen Einschätzungen führten (Kahneman, 2012). Besonders komplexe Aufgaben – wie jene des dritten Meilensteins, der das Anwenden von Kombinationen erfordert – erwiesen sich als herausfordernd. Hier lag die Erfolgsquote am niedrigsten, was auf die Notwendigkeit hinweist, diese Themen intensiver zu behandeln.

Trotz der kognitiven Herausforderungen zeigten viele Kinder eine emotionale Verbindung zum Thema, was ihre Motivation stärkt. Ein Kind formulierte: „Das macht mir mehr Spaß als normales Rechnen.“. Dies unterstreicht, wie wichtig es ist, stochastische Themen als interessante und bereichernde Inhalte zu präsentieren.

Perspektiven für die Praxis

Der Mathematikunterricht der Primarstufe muss gezielt weiterentwickelt werden, um das Verständnis für Wahrscheinlichkeiten zu stärken und Wissenslücken zu schließen. Der neue Lehrplan (2023) bietet hierfür eine wertvolle Grundlage, die durch empirische Forschung und praxisorientierte Didaktik unterstützt werden sollte. Die Gestaltung des Unterrichts sollte sowohl kognitive als auch emotionale Aspekte berücksichtigen, um eine tiefgehende und nachhaltige

Auseinandersetzung mit Wahrscheinlichkeitskonzepten zu ermöglichen. Konkrete Maßnahmen könnten folgende Überlegungen umfassen:

Handlungsorientiertes Lernen: Aufgaben, die auf konkreten Ereignissen und Modellen wie dem Urnenmodell basieren, fördern ein besseres Verständnis (Dehn et al., 2007, S. 34).

Differenzierte Didaktik: Die Förderung sollte individuell angepasst werden, um sowohl intuitive als auch systematische Ansätze zu berücksichtigen (Knappstein, o.J.).

Verknüpfung mit Alltagserfahrungen: Die Integration stochastischer Konzepte in lebensnahe Kontexte kann die Anwendung und das Verständnis erleichtern (Eichler & Vogel, 2009).

Perspektiven für die Forschung

Stichprobengröße und -zusammensetzung

Die bewusst gewählte Stichprobe von 86 Kindern aus vier Schulen des Bezirks Krems-Land erlaubt keine statistisch generalisierbaren Aussagen. Die Ergebnisse sind daher als explorative Bestandsaufnahme zu verstehen, die wertvolle Einblicke in das vorhandene Wissen von Kindern der vierten Schulstufe bietet. Diese Einblicke sind didaktisch bedeutsam, da sie Ansatzpunkte für die Entwicklung und Evaluation künftiger Fördermaßnahmen liefern und zugleich eine fundierte Grundlage für weiterführende, groß angelegte Studien mit repräsentativen Stichproben im österreichischen Kontext bilden.

Schwierigkeit der Aufgaben

Die Einteilung in einfache und schwierige Aufgaben basiert auf didaktischen Überlegungen, doch die Bandbreite der Aufgabenformate innerhalb eines Meilensteins könnte die Vergleichbarkeit beeinflussen. Zukünftige Studien sollten standardisierte und präzisere Schwierigkeitsniveaus einführen, um die Leistung der Kinder zuverlässiger zu messen. Besonders die spezifischen Herausforderungen beim dritten Meilenstein, dem Anwenden von Kombinationen, aber auch die anderen Meilensteine sollten in weiteren Studien einzeln vertieft untersucht werden, um wirksame Förderstrategien zu entwickeln.

Fokus auf den Status quo

Da die Studie vor der Einführung des neuen Lehrplans durchgeführt wurde, bildet sie primär die Ausgangslage ab. Längsschnittstudien könnten aufzeigen, wie sich die Kompetenzentwicklung der Kinder durch gezielte didaktische Maßnahmen verändert.

Literatur

Benz, C., Peter-Koop, A., Grübing, M. (2015). *Frühe mathematische Bildung. Mathematiklernen der Drei- bis Achtjährigen*. Springer Spektrum.

Biehler, R., Engel, J. (2015) *Stochastik: Leitidee Daten und Zufall*. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebeker, B. Schmidt-Thieme, H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik*, DOI 10.1007/978-3-642-35119-8_8, Springer.

Bundesministerium für Bildung, Wirtschaft und Forschung (2023). *Lehrplan der Volksschule*. BMBWF. https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/BgblAuth/BGBLA_2023_II_1/Anlagen_0001_CE7F0AA2_A925_4A4D_8C3C_355D12BD22D1.html

- Dehn, C., Mayer, S., Weisbach, D., & Neubert, B. (2007). *Was ist wahrscheinlicher? Glücksrad- und Urnenaufgaben für die Grundschule*. Grundschriftunterricht, 2, 33–36.
- Denk, M. (2024). *Zum Wahrscheinlichkeitsbegriff. Empirische Forschung zum kindlichen Wahrscheinlichkeitsbegriff in der vierten Schulstufe* [Unveröffentlichte Masterarbeit]. Kirchliche Pädagogische Hochschule Wien/Krems.
- Eichler, A. (2022). *Daten und Zufall*. In J. Leuders & K. Philipp (Hrsg.), *Mathematik. Didaktik für die Grundschule* (S. 89–101). Cornelsen.
- Eichler, A., Vogel, M. (2009). *Leitidee Daten und Zufall. Von konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik*. Vieweg+Teubner.
- Gauvrit, N., & Morsanyi, K. (2014). *The equiprobability bias from a mathematical and psychological perspective*. *Advances in Cognitive Psychology*, 10(4), 119–130.
<https://doi.org/10.5709/acp-0163-9>
- Hasemann, K., Mirwald, E. (2007). *Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit*. In G. Walther, M. Heuvel-Panhuizen, D. Granzer, O. Köller (Hrsg.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (S. 141–161). Cornelsen.
- Kahneman, D. (2012). *Schnelles Denken, langsames Denken*. Siedler.
- Klunier, M., Raudies, M., Veith, U. (2020). *Daten, Zufall und Wahrscheinlichkeit. Unterrichtsideen zum Beobachten und Kombinieren für die Klassen 3 und 4*. Westermann.
- Knapstein, A. (o. J.). *Wahrscheinlichkeiten einschätzen*. <https://kira.dzlm.de/node/109>.
- Konrad, K. (2010). *Lautes Denken*. In G. Mey und K. Mruck (Hrsg.), *Handbuch Qualitative Forschung in der Psychologie* (S. 476–490). Springer.
- Kurtzmann, G., Sill, H.-D. (2013). *Leitidee Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit*. Universität Rostock.
- Kütting, H., Sauer, M. (2011). *Elementare Stochastik. Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte*. Springer Spektrum.
- Krönert, L. (2023). *Piaget: Stufenmodell der kognitiven Entwicklung*. intrapsychisch.de.
<https://intrapsychisch.de/piaget-stufenmodell-der-kognitiven-entwicklung/>
- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken* (12., überarb. Aufl.). Beltz.
- Neubert, B. (2019). *Wo ist meine Chance größer? (Vor-)Erfahrungen aus der Grundschule nutzen*. *mathematik lehren*, 213, 8–11.
- Neubert, B. (2022) *Was ist Kombinatorik? – Mathematischer Hintergrund*. In B. Neubert (Hrsg.), L. Giesbrecht, M. Kircher, S. Möbs, J. E. Neckenich, *Kombinatorik. Aufgabenbeispiele und Impulse für die Grundschule* (S. 7–19). Mildenberger.
- Richter, L., Paier, D., Reiger, H. (2021). *Quantitative Sozialforschung. Eine Einführung*. facults.
- Schipper, W., Ebeling, A., Dröge, R. (2017a). *Handbuch für den Mathematikunterricht. 3. Schuljahr*. Schroedel.

Schipper, W., Ebeling, A., Dröge, R. (2017b). *Handbuch für den Mathematikunterricht. 2. Schuljahr*. Schroedel.

Schipper, W., Ebeling, A., Dröge, R. (2018). *Handbuch für den Mathematikunterricht. 4. Schuljahr*. Schroedel.

Sill, H.-D. (2013). *Zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der Primarstufe*. In Beiträge zum Mathematikunterricht (S. 944-949). TU Dortmund. https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/33663/4/BzMU2013_BAND2.pdf

Sill, H.-D., Kurtzmann, G. (2019). *Didaktik der Stochastik in der Primarstufe*. Springer Spektrum.

Zur Autorin

Magdalena DENK, BEd MEd, ist Lehrende an der KPH Wien/Niederösterreich in den Bereichen naturwissenschaftlicher Sachunterricht, Mathematik und Pädagogisch-praktische Studien.