

Deborah Lehrmann & Hans-Stefan Siller

Förderung der Entscheidungsfreudigkeit im Mathematikunterricht: Eine mathematische Betrachtung des Spiels "Skyjo"

Zusammenfassung

Eine mathematische Betrachtung des Spiels „Skyjo“ zeigt, wie zentrale mathematische Inhalte (vom Zahlenverständnis über deskriptive Statistik bis hin zur Wahrscheinlichkeit) spielerisch vermittelt werden können. Durch gezielte mathematische Analysen entwickeln die Lernenden Entscheidungsregeln. Dies fördert sowohl ihr mathematisches Denken als auch ihre Entscheidungsfreudigkeit in unsicheren Situationen – eine Schlüsselkompetenz für verantwortungsvolles Handeln. Der Beitrag stellt praxisnahe Ansätze vor, mit denen sich mathematische Inhalte und Fähigkeiten durch spielerisches Lernen im Mathematikunterricht fördern lassen.

Einleitung

Die Fähigkeit, in einer zunehmend komplexen Welt mit immer vielfältigeren (Handlungs-) Möglichkeiten, fundierte Entscheidungen zu treffen, wird immer wichtiger. Im Bildungsprozess ist die Förderung der Entscheidungskompetenz zentral (vgl. Fischer, 2012). Dies ist auch im Mathematikunterricht im Sinne der Lebensvorbereitung relevant (vgl. Heymann, 1996), insbesondere durch rationales Denken und die Verwendung stochastischen Wissens in unsicheren Entscheidungssituationen. Spielsituationen, in denen der Zufall – also Unsicherheit – eine Rolle spielt, bieten hierfür nicht nur einen altersgerechten, sondern auch motivierenden Kontext. Spiele im Unterricht bieten Übungs-möglichkeiten und Lernhilfen (vgl. Zech, 2002; Wittmann, 1974) und steigern nachweislich die Lernleistung und die Fähigkeit, Wissen zu behalten (vgl. Wouters et al., 2013).

Das Kartenspiel „Skyjo“ ist bei Kindern und Jugendlichen weit verbreitet und überzeugt durch seine schnelle Erlernbarkeit. Diese Zugänglichkeit macht es zu einem vielversprechenden Ausgangspunkt für eine sinnvolle Integration in den Mathematikunterricht. In unserem Beitrag zeigen wir, wie „Skyjo“ zur Ausbildung der Entscheidungsfähigkeit beitragen kann, indem Lernende selbstständig mathematische Sachzusammenhänge erfassen und Entscheidungsregeln für das Spiel entwickeln.

Mathematische Hintergründe des Spiels „Skyjo“

Das Ziel des Spiels ist es, möglichst wenige Punkte zu sammeln. Jede Person erhält zu Beginn von den 150 Karten (Werte -2 bis 12, vgl. Abb. 1) 12 verdeckt in einem 4x3-Raster und deckt zwei auf. Wer die höchste Augensumme hat, beginnt. In jedem Zug wird entweder eine offene Karte vom Ablagestapel direkt mit einer eigenen Karte getauscht oder eine verdeckte vom Nachziehstapel gezogen. Diese darf behalten und getauscht oder offen abgelegt werden – in letzterem Fall muss

zudem eine verdeckte Karte aufgedeckt werden. Sobald ein Raster vollständig offenliegt, endet die Runde. Deckt jemand als Erste(r) das Raster vollständig auf, hat aber nicht die niedrigste Punktzahl, werden die eigenen Punkte verdoppelt. Das Spiel endet, wenn eine Person 100 Punkte überschreitet (vgl. Magilano GmbH, 2016). Auf Basis dieser kompakten Spielbeschreibung⁷ legen wir die Entwicklung von Entscheidungsregeln im Spiel „Skyjo“ dar.

Entscheidungsregeln entwickeln

Ziel der unterrichtlichen Umsetzung ist es, die Entscheidungsfreudigkeit von Lernenden in unsicheren Situationen – wie im Spiel „Skyjo“ regelmäßig auffindbar – zu fördern. Dies geschieht durch die selbständige Entwicklung von mathematisch begründeten Entscheidungsregeln, was reflektiertes Handeln in unsicheren Entscheidungssituationen ausbildet (vgl. Riemer & Siller, 2020). Ein Einstieg in diese Thematik kann durch schrittweise angeleitete Spielsimulationen in Kleingruppen geschehen, bei denen die Lernenden zunächst ihre spontanen Entscheidungen notieren und anschließend gemeinsam begründen. Damit die Lernenden nun mathematisch begründete Entscheidungsregeln formulieren, steht folgende Spielsituation im Zentrum: **Soll die offene Karte genommen oder eine verdeckte Karte gezogen werden?**

Im Unterricht beschränken wir uns zunächst auf die übrigen 149 Karten. Diese Einschränkung bildet die Grundlage für eine erste Betrachtung der Kartenverteilungen und -wahrscheinlichkeiten: Die Lernenden sollen untersuchen, wie die Karten im Stapel verteilt sind und daraus erste Wahrscheinlichkeiten für die jeweiligen Kartenwerte ableiten (z.B. mit Häufigkeitstabellen). Für ein höheres Anforderungsniveau können vorbereitete konkrete Spielsituationen mit mehreren bereits aufgedeckten Karten eingesetzt und die Häufigkeitsberechnungen (und die Entscheidungsregeln) entsprechend angepasst werden.

Zur Beantwortung der Eingangsfrage erhalten die Lernenden zwei stochastische Teilfragen als Leitimpulse:

- Wie wahrscheinlich ist es, die offene Karte gegen eine höhere (und somit ungünstigere) Karte einzutauschen?
- Wie wahrscheinlich ist es, eine bessere (d.h. niedrigere) Karte vom verdeckten Nachziehstapel zu erhalten?

Für die Spielsituation mit einer offenen Karte X bestimmen die Lernenden zunächst, wie viele Karten höher bzw. niedriger als X im Kartensatz vorkommen, woraus sich die absoluten Häufigkeiten ergeben. Daraus berechnen sie die relativen Häufigkeiten (Wahrscheinlichkeiten), was mit einer vorbereiteten Tabelle geschehen kann (vgl. Tab. 1):

Offene Karte	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lösung	145	135	120	110	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
Frage 1	$\frac{145}{149} \approx 0,97$	$\frac{135}{149} \approx 0,91$	$\frac{120}{149} \approx 0,81$	$\frac{110}{149} \approx 0,74$	$\frac{100}{149} \approx 0,67$	$\frac{90}{149} \approx 0,60$	$\frac{80}{149} \approx 0,54$	$\frac{70}{149} \approx 0,47$	$\frac{60}{149} \approx 0,40$	$\frac{50}{149} \approx 0,34$	$\frac{40}{149} \approx 0,27$	$\frac{30}{149} \approx 0,20$	$\frac{20}{149} \approx 0,13$	$\frac{10}{149} \approx 0,07$	$\frac{0}{149} = 0$
Lösung	0	5	15	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
Frage 2	$\frac{0}{149} = 0$	$\frac{5}{149} \approx 0,03$	$\frac{15}{149} \approx 0,10$	$\frac{30}{149} \approx 0,20$	$\frac{40}{149} \approx 0,27$	$\frac{50}{149} \approx 0,34$	$\frac{60}{149} \approx 0,40$	$\frac{70}{149} \approx 0,47$	$\frac{80}{149} \approx 0,54$	$\frac{90}{149} \approx 0,60$	$\frac{100}{149} \approx 0,67$	$\frac{110}{149} \approx 0,74$	$\frac{120}{149} \approx 0,81$	$\frac{130}{149} \approx 0,87$	$\frac{140}{149} \approx 0,94$

Tabelle 2: Wahrscheinlichkeitsberechnungen zum Entscheidungshandeln

⁷ Original-Spielbeschreibung: <https://kleopas.de/wp-content/uploads/2020/11/Skyjo-Spielanleitung.pdf>

Damit gelangen die Lernenden schrittweise zu folgenden Erkenntnissen:

- Bei offenen Kartenwerten bis einschließlich 4 liegt die Wahrscheinlichkeit, eine höhere (schlechtere) Karte zu ziehen, bei über 50 %.
- Umgekehrt liegt die Wahrscheinlichkeit, durch Ziehen vom Nachziehstapel eine bessere Karte zu erhalten, erst bei offenen Kartenwerten ab 6 bei über 50 %.

Entscheidungsregeln ableiten

Aus den obigen Analysen und Erkenntnissen können die Lernenden nun eigene **Entscheidungsregeln** ableiten, die eine fundierte Orientierung im Spielverlauf bieten. Hierbei werden sie dafür sensibilisiert, dass für das Treffen guter Entscheidungen insbesondere Wahrscheinlichkeiten berücksichtigt werden müssen (vgl. Till, 2020). Dazu werten sie zunächst ihre Wahrscheinlichkeitstabellen aus und formulieren erste Regeln, die im Plenum gesammelt und zu folgenden Orientierungsregeln verdichtet werden:

- Offene Karte mit einem Wert von -2 bis 4: Die Karte sollte genommen und gegen eine eigene Karte getauscht werden.
- Offene Karte mit einem Wert von 6 bis 12: Es sollte eine verdeckte Karte vom Nachziehstapel gezogen und dann gemäß obiger Regel entschieden werden.

Die Lernenden können diese Schwellenwerte mithilfe ihrer Tabellen durch eigene Berechnungen nachvollziehen. Um im nächsten Schritt die besondere Rolle der 5 zu analysieren, können sie untersuchen, bei welchem Kartenwert die Wahrscheinlichkeiten kippen und was die Besonderheit dieses Werts ist. Mithilfe ihrer Wahrscheinlichkeitsberechnungen erkennen sie, dass beim Kartenwert 5 die Wahrscheinlichkeit für eine höhere Karte genauso groß ist wie für eine niedrigere Karte. Bei Betrachtung der Kartenwerte von -2 bis 12 stellen die Lernenden zudem fest, dass der Zentralwert (Median) genau bei 5 liegt, da bei einer ungeraden Anzahl an Werten der mittlere Wert der Median ist (vgl. Krüger et al., 2015). Damit kann gemeinsam mit den Lernenden folgende Regel entwickelt werden:

- Offene Karte mit dem Wert 5: Hier sind beide Optionen gleichwertig und die Entscheidung ist weitgehend beliebig.

Die Frage nach der besseren Option in diesem Fall kann somit nicht mehr allein mithilfe der Mathematik beantwortet werden, sondern hier müssen auch psychologische Aspekte (wie die konkrete Spielsituation oder persönliche Präferenzen) beachtet werden (vgl. Till, 2020).

In der Sekundarstufe I können die Lernenden mit ihren Häufigkeitstabellen das (gewichtete) arithmetische Mittel berechnen, indem sie die Produkte aus Kartenwerten und ihren Häufigkeiten summieren und durch die Gesamtanzahl teilen:

$$\bar{x} = \frac{-2 \cdot 5 + (-1) \cdot 10 + 0 \cdot 15 + 1 \cdot 10 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 10 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 10 + 9 \cdot 10 + 11 \cdot 10 + 12 \cdot 10}{150} \approx 5,067$$

In der Sekundarstufe II kann als weiterer Auftrag der Erwartungswert der Zufallsgröße X („Kartenwert“) berechnet und mit dem arithmetischen Mittel verglichen werden:

$$E(X) = \sum_{i=-2}^{12} p_i \cdot X_i =$$

$$\frac{5}{150} \cdot (-2) + \frac{10}{150} \cdot (-1) + \frac{15}{150} \cdot 0 + \frac{10}{150} \cdot 1 + \frac{10}{150} \cdot 2 + \frac{10}{150} \cdot 3 + \frac{10}{150} \cdot 4 + \frac{10}{150} \cdot 5 + \frac{10}{150} \cdot 6$$

$$+ \frac{10}{150} \cdot 7 + \dots + \frac{10}{150} \cdot 12 \approx 5,067$$

Damit wird die 5 sowohl spielstrategisch als auch mathematisch als zentrale Schwelle sichtbar: Entscheidungen „unterhalb“ oder „oberhalb“ dieses Wertes lassen sich fundiert begründen. Die Regeln fungieren somit nicht nur als Handlungsanleitung, sondern auch als Ausgangspunkt für eigene Erweiterungen, z. B. durch die Anpassung an Spielsituationen mit mehreren bereits aufgedeckten Karten.

Curriculare Einordnung der Inhaltsbereiche

Damit die Lernenden obige Entscheidungsregeln inhaltlich selbstständig entwickeln und ableiten können, zeigen wir die curriculare Einordnung in die beiden Kompetenzbereiche „Zahlen und Maße“ sowie „Daten und Zufall“. Dabei erarbeiten wir jene Fähigkeiten, die für einen prozessorientierten Kompetenzerwerb gefordert werden.

Zahlen und Maße

Der Kompetenzbereich „Zahlen und Maße“ bildet eine zentrale Grundlage für die mathematische Bildung, da erste Erfahrungen mit Zahlen und Mengen bereits in der frühen mathematischen Entwicklung gemacht werden (vgl. AHS, 2024). „Skyjo“ eignet sich daher in besonderer Weise als verbindendes Element zwischen Primar- und Sekundarstufe, da es mathematische Grundfertigkeiten spielerisch aufgreift und eine Weiterentwicklung fördert. Konkret können durch den Spielaufbau folgende curriculare Ziele im Kompetenzerwerb erreicht werden: Die Schülerinnen und Schüler können...

- natürliche und ganze Zahlen interpretieren, darstellen und vergleichen.
- Rechenoperationen mit natürlichen und ganzen Zahlen durchführen und interpretieren; die Addition bzw. Subtraktion einer natürlichen Zahl zu bzw. von einer ganzen Zahl als Bewegung auf der Zahlengeraden deuten.

Natürliche und ganze Zahlen

Das Kartenspiel „Skyjo“ umfasst Zahlenwerte von -2 bis 12 und damit sowohl positive als auch negative ganze Zahlen. Dadurch eignet es sich besonders gut für den Übergang von der Primar- in die Sekundarstufe. Je nach Lernstand können die negativen Karten zunächst weggelassen oder gezielt einbezogen werden, um einen handlungsorientierten Zugang zur Erweiterung der natürlichen zu den ganzen Zahlen zu ermöglichen. Auch das Darstellen von Zahlen wird intuitiv gefördert: Die Farbgebung der Karten mit rot für hohe (9-12), gelb für mittlere (5-8) und grün für niedrige Werte (1-4) folgt dem Ampelprinzip und unterstützt visuell die Einordnung von Zahlen im Hinblick auf Spielstrategie und Punktwertung. Ergänzt durch die blauen Karten ergibt sich eine Annäherung an die **Zahlengerade** (vgl. Abb. 1):



Abb. 6: Der Zahlenstrahl der Spielkarten

Die Darstellung von Zahlen auf einer Zahlengeraden ist eng mit ihrer Ordnung verknüpft: Die lineare Anordnung erleichtert Größenvergleiche und unterstützt relationale Verbalisierungen wie „größer/ kleiner als“ oder „weiter von Null entfernt“. Solche Vergleiche sind grundlegend für das Verständnis von Zahlenstrukturen und werden bei „Skyjo“ in jeder Spielrunde aktiv durchgeführt: Die Spielenden prüfen stets, ob die gezogene oder offenliegende Karte im Vergleich zu den eigenen vorteilhaft ist, also einen niedrigeren Wert hat. Dabei werden (un)bewusst Zahlen verglichen und das Ordnen von Zahlen auf natürliche Weise gefördert. Zudem ermöglicht „Skyjo“ eine prozessorientierte Darstellung ganzer Zahlen in Form von Spielständen mit Plus- und Minuspunkten. So entsteht ein spielerischer Zugang zu negativen Zahlen und ein dynamisches Zahlenverständnis (vgl. Bruder et al., 2023). Damit unterstützt das Spiel den grundlegenden Umgang mit Zahlen und eignet sich als vielseitiges Werkzeug für einen differenzierten Mathematikunterricht.

Rechenoperationen

Das zweite oben genannte Ziel im Kompetenzbereich „Zahlen und Maße“ wird im Spielverlauf insbesondere beim Zusammenzählen der Punkte am Ende einer Runde aufgegriffen. Um das Spielziel, die niedrigste Gesamtsumme an Punkten, zu erreichen, führen die Spielenden fortlaufend Rechenoperationen im Kopf durch: Sie addieren die Werte ihrer bereits aufgedeckten Karten und schätzen gleichzeitig die Punktesummen ihrer Mitspielenden. Dabei wird die grundlegende Rechenoperation der Addition mit natürlichen und ganzen Zahlen angewendet. Insbesondere bei der Einbindung negativer Zahlen zeigt sich, dass Kinder ohne formales Vorwissen intuitiv operieren: Eine negative Zahl interpretieren sie häufig als Subtraktion eines positiven Wertes – etwa durch Umdeuten des Vorzeichens als Rechenzeichen. Auf diese Weise entwickeln sich erste Vorstellungen über die Addition mit negativen Zahlen in einem altersgemäßen Kontext.

Durch diese Zugänge wird nicht nur die Rechenkompetenz im Bereich ganzer Zahlen gestärkt, sondern zugleich eine Brücke zu realitätsnahen Kontexten geschlagen: Das Erfassen, Ordnen, Vergleichen und Rechnen mit Zahlen im Spiel unterstützt die mathematische Durchdringung von Alltagssituationen und schafft eine fundierte Grundlage für die vertiefte Auseinandersetzung mit Erscheinungen der Welt (vgl. Winter, 2015).

Daten und Zufall

Ein zweiter durch „Skyjo“ angesprochener Kompetenzbereich ist „Daten und Zufall“ (vgl. AHS, 2024): Schülerinnen und Schüler können...

- einfache statistische Kennzahlen ermitteln und interpretieren.
- relative Häufigkeiten ermitteln, grafisch darstellen und grafische Darstellungen interpretieren.
- aufbauend auf einem intuitiven Wahrscheinlichkeitsbegriff Wahrscheinlichkeiten in einfachen Zufallsexperimenten ermitteln, vergleichen und interpretieren.

Deskriptive Statistik

Da „Skyjo“ auf ganzzahligen Kartenwerten beruht, eignet sich das Spiel, um bereits in der Volksschule grundlegende Begriffe der deskriptiven Statistik einzuführen. In der Primarstufe

lassen sich der kleinste, größte und häufigste Wert einer Datenreihe bestimmen – besonders bei überschaubaren Stichproben und ganzzahligen Daten. Für den Umgang hiermit ist die Betrachtung von absoluten Häufigkeiten notwendig. Die Kartenhäufigkeiten sind in der Spielanleitung angegeben (vgl. Magilano GmbH, 2016, p. 28), lassen sich aber auch durch einfaches Zählen ermitteln. Die Verteilung der Kartenwerte kann mithilfe von Tabellen oder Säulen- bzw. Balkendiagrammen visualisiert werden (vgl. Abb. 2). Mithilfe eines Zahlenstrahls (vgl. Abb. 1) erhalten Lernende einen ersten Zugang zu den statistischen Kennwerten: Der kleinste Wert ist -2, der größte 12. Der Kartenwert 0 stellt als häufigste Karte den **Modalwert** dar. Auch der **Zentralwert (Median)** 5 kann ohne Rechnung anhand einer geordneten Rangliste bestimmt werden. Erste Vorstellungen vom **arithmetischem Mittel** lassen sich über die Darstellung als Ausgleichswert gewinnen (vgl. Sill & Kurtzmann, 2019): Reduziert man die häufigste Karte (0, 15-mal vorhanden) auf die Anzahl 10 und verteilt die Differenz auf die -2er-Karten (fünfmal vorhanden), ergibt sich für alle Karten eine ausgeglichene Häufigkeit von 10 (da alle anderen Karten genau zehnmal vorkommen). Damit liegt das arithmetische Mittel der Kartenanzahl bei 10 (vgl. Abb. 2).

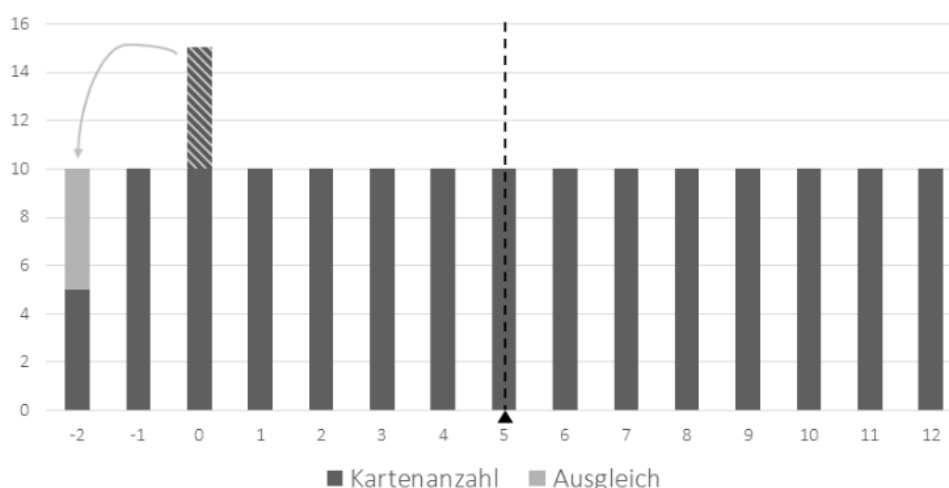


Abb. 2: Visualisierung der absoluten Häufigkeiten und des arithmetischen Mittels

Nach dem visuellen Ausgleichen der Kartenanzahl steht das arithmetische Mittel nun anschaulich für das Ergebnis einer Gleichverteilung. Um den Durchschnitt $\bar{x}$ auch rechnerisch zu bestimmen, wird die Summe aller Werte durch deren Anzahl geteilt:

$$\bar{x} = \frac{5 + 10 + 15 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10}{15} = \frac{150}{15} = 10$$

Nur eine bloße Rechnung reicht für ein tieferes Verständnis dieser Kenngröße jedoch nicht aus. So wird in der Anwendung das arithmetische Mittel häufig als Gleichgewichtspunkt einer Verteilung interpretiert, was mit dem **Erwartungswert** gleichzusetzen ist, wie bereits oben exemplarisch gezeigt wurde. Vergleicht man das gewichtet berechnete arithmetische Mittel der Karten ($\approx 5,067$) mit dem zuvor bestimmten Median ($= 5$), zeigt sich, dass die beiden Werte nicht identisch sind. Diese Diskrepanz kann genutzt werden, um der Fehlvorstellung, das arithmetische Mittel liege stets „in der Mitte“ der Werte, entgegenzuwirken. Zudem lässt sich das arithmetische Mittel im Diagramm als Schwerpunkt der Verteilung veranschaulichen (vgl. Abb. 2). Mit der Einführung negativer Zahlen in der Sekundarstufe kann auch die **Spannweite** w als Maß für die Streuung der Daten (also der Differenz aus dem größten und dem kleinsten Wert) eingeführt werden: $w = 12 - (-2) = 14$.

Diese zentralen Kennwerte können mit „Skyjo“ auf anschauliche und spielerische Weise im Mathematikunterricht thematisiert werden. So werden Inhalte der deskriptiven Statistik über alle Jahrgangsstufen hinweg verständlich und greifbar gemacht – insbesondere durch visuelle Darstellungen und konkrete Spielsituationen.

Wahrscheinlichkeitsrechnung

Die beiden anderen genannten Ziele beziehen sich auf den Inhaltsbereich der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Anhand des Kartensets von „Skyjo“ lässt sich der Übergang von absoluten zu relativen Häufigkeiten thematisieren.

Bereits vor Einführung formaler Begriffe können Wahrscheinlichkeiten intuitiv erschlossen werden – etwa durch Erwartungseinschätzungen wie „unmöglich“, „fifty-fifty“ oder „sicher“ auf einer Skala ohne Zahlen (vgl. Bruder et al., 2023). Solche subjektiven Vorstellungen lassen sich mit den beobachteten Häufigkeiten vergleichen und im Sinne des empirischen Gesetzes der großen Zahlen reflektieren: Je häufiger Karten gezogen werden, desto mehr gleichen sich die beobachteten Häufigkeiten den theoretischen Anteilen an. Mit Einführung der Bruchrechnung lässt sich darauf aufbauend das Konzept der relativen Häufigkeit erarbeiten. Diese beschreibt den Anteil eines Werts an der Gesamtzahl der Daten und wird wie folgt ausgedrückt (vgl. Krüger et al., 2015):

$$\text{relative Häufigkeit} = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Anzahl der Spielkarten}}$$

Aus der ungleichen Anzahl der Spielkarten ergeben sich unterschiedliche relative Häufigkeiten (vgl. Tab. 2), die Lernende mit Bruch- oder Prozentrechnung beschreiben und vergleichen können. So zeigt sich etwa: Die Karte mit dem Wert 0 tritt in 10 % der Fälle auf, die -2 nur in ca. 3,3 % und alle anderen Karten jeweils in etwa 6,7 % der Fälle:

Kartenwert	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Abs. Häufigkeit	5	10	15	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Rel. Häufigkeit	$\frac{5}{150}$	$\frac{10}{150}$	$\frac{15}{150}$	$\frac{10}{150}$	$\frac{10}{150}$	$\frac{10}{150}$	$\frac{10}{150}$	$\frac{10}{150}$	$\frac{10}{150}$	$\frac{10}{150}$	$\frac{10}{150}$	$\frac{10}{150}$	$\frac{10}{150}$	$\frac{10}{150}$	$\frac{10}{150}$

Tabelle 23: Darstellung der relativen Häufigkeiten in einer Tabelle

Mit einer **Häufigkeitsverteilung** (wie in Tab. 2) können Unsicherheiten verbalisiert werden: Welche Karten sind wahrscheinlicher, welche seltener? Im Spielverlauf entwickeln Lernende ein intuitives Gespür für Wahrscheinlichkeiten – etwa, ob es sinnvoll ist, eine offene Karte zu tauschen. Auch konkrete Berechnungen ergeben sich direkt aus Spielsituationen. Liegt beispielsweise eine Karte mit dem Wert 4 auf dem Ablagestapel, lässt sich die Wahrscheinlichkeit für eine bessere Karte vom Nachziehstapel abschätzen, indem man die relativen Häufigkeiten der Kartenwerte von -2 bis 3 summiert:

$$\begin{aligned} P(\text{"Ich ziehe einen Kartenwert unter 4"}) \\ &= P(\text{Wert } -2) + P(\text{Wert } -1) + P(\text{Wert } 0) + P(\text{Wert } 1) + P(\text{Wert } 2) \\ &+ P(\text{Wert } 3) = \frac{1}{30} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\% \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich eine Strategie: Bei nur 40 % Wahrscheinlichkeit für eine bessere Karte wäre es möglicherweise klüger, die offene 4 zu nehmen – aber auch ein Risiko beim Ziehen ist vertretbar. Solche einfachen Wahrscheinlichkeitsüberlegungen fördern ein bewussteres Spielverhalten.

Insgesamt lassen sich somit die Daten zum Spiel (z.B. Kartenanzahl) in Tabellen oder Säulen- bzw. Balkendiagrammen darstellen, Häufigkeitsverteilungen ermitteln, darstellen und mithilfe der Bruch- oder Prozentrechnung interpretieren sowie mit einem intuitiven Wahrscheinlichkeitsbegriff erste Wahrscheinlichkeiten berechnen.

Zusammenfassung und Fazit

Das Kartenspiel „Skyjo“ bietet vielfältige Möglichkeiten, mathematische Kompetenzen insbesondere im Zahlenverständnis, in der deskriptiven Statistik und der Stochastik spielerisch zu fördern. Durch die Analyse von Spielsituationen, wie dem Kartenziehen, können Lernende eigene Entscheidungsregeln entwickeln. Dies stärkt ihre Entscheidungsfreudigkeit in unsicheren Situationen – eine Fähigkeit mit Relevanz weit über das Klassenzimmer hinaus (vgl. Fischer, 2012). Gleichzeitig lassen sich zentrale Inhalte des Mathematikunterrichts altersgerecht und mit Erfahrungsbezug einbetten. Solche spielerischen Zugänge fördern ein nachhaltiges Verständnis und vermitteln das notwendige (mathematische) Rüstzeug für die Lebensvorbereitung der Lernenden (vgl. Peschek, 2000).

Allerdings sind der exakten Berechnung von Wahrscheinlichkeiten in Spielsituationen Grenzen gesetzt: Verdeckte Karten und dynamische Spielverläufe erschweren präzise Analysen, zudem bleibt der Zufall stets ein Einflussfaktor – so kann man selbst bei konsequentem Befolgen der Entscheidungsregeln verlieren. Gerade diese Unvorhersehbarkeit eröffnet die Chance, mit Lernenden Unsicherheit, Risiko und Wahrscheinlichkeit zu thematisieren. Statt formaler Berechnungen steht die Förderung heuristischen Denkens und begründeter Entscheidungen im Vordergrund. „Skyjo“ bietet hierfür einen motivierenden und praxisnahen Zugang, um stochastisches Denken handlungsorientiert im Mathematikunterricht zu verankern.

Literatur

Bruder, R., Büchter, A., Gasteiger, H., Schmidt-Thieme, B., & Weigand, H.-G. (2023). *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-66604-3>

Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (2024). *Lehrplan der Allgemeinbildenden Höheren Schule (AHS)*, BGBl. II Nr. 204/2024 idgF. https://www.bmb.gv.at/Themen/schule/schulpraxis/lp/lp_ahs.html

Fischer, R. (2012). *Fächerorientierte Allgemeinbildung: Entscheidungskompetenz und Kommunikationsfähigkeit mit ExpertInnen*. Domänen Fächerorientierter Allgemeinbildung, 9-17.

Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik* (Druck nach Typoskript; Reihe Pädagogik, Bd. 13.). Beltz.

Krüger, K., Sill, H.-D., & Sikora, C. (2015). *Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-43355-3>

Magilano GmbH (2016). *Skyjo: Spielanleitung*.

- Peschek, W. (2000). *Der Bildungsauftrag des Mathematikunterrichts in der Unterstufe und in der Oberstufe*. PFL-Mathematik (02).
- Riemer, W., & Siller, H.-S. (2020). *Risiko*. Mathematik lehren, 220, 2-7.
- Sill, H.-D., & Kurtzmann, G. (2019). *Didaktik der Stochastik in der Primarstufe*. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-59268-7>
- Till, C. (2020). *Gehst du gern ein Risiko ein?* Mathematik lehren, 220, 8-11.
- Winter, H. (2015). *Mathematikunterricht und Allgemeinbildung*. Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 61, 37-46.
- Wittmann, E. C. (1974). *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. Springer Vieweg. in Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH.
<https://ebookcentral.proquest.com/lib/kxp/detail.action?docID=6709644>
- Wouters, P., van Nimwegen, C., van Oostendorp, H., & van der Spek, E. D. (2013). *A meta-analysis of the cognitive and motivational effects of serious games*. Journal of Educational Psychology, 105(2), 249–265. <https://doi.org/10.1037/a0031311>
- Zech, F. (2002). *Grundkurs Mathematikdidaktik: Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik* (10. Aufl.). Beltz.

Zur Autorin/Zum Autor

Deborah LEHRMANN hat Mathematik und Latein für Gymnasiallehramt an der Julius-Maximilians-Universität in Würzburg studiert. Seit Abschluss ihres Studiums arbeitet sie dort am Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik als wissenschaftliche Mitarbeiterin und forscht im Rahmen ihrer Promotion, wie Kreativität in den Mathematikunterricht integriert werden kann.

Professor Hans-Stefan SILLER studierte Mathematik an der Universität Graz und anschließend Informatik für Gymnasien an der Pädagogischen Akademie in Salzburg. Bis 2007 war er Gymnasiallehrer für Mathematik, Physik und Informatik in Salzburg. Seit 2017 leitet Siller an der Universität Würzburg den Lehrstuhl für Mathematik V – Didaktik der Mathematik. www.dmuw.de