

Martina Astrid Müller

Kann man dem Glück nachhelfen?

Zusammenfassung

Motiviert durch das Spiel Catan machen Lernende Entdeckungen, die Spielentscheidungen beeinflussen und beginnen, für das Thema Wahrscheinlichkeit relevante Fragen zu stellen. Dabei werden Spiele als Ausgangspunkt für eine Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten genutzt. Vorgestellt wird eine Unterrichtssequenz in zwei Klassen der 7. Schulstufe einer Wiener AHS. Um festzustellen, ob es Lernenden auch gelingt, die gewonnenen Erkenntnisse in neue Situationen zu übertragen, werden ihnen in einer Folgestunde drei Aufgaben zur Bearbeitung gestellt. Neben Erkenntnissen zur quantitativen Richtigkeit der Lösungen sind auch qualitative Fragen zu Begründungen, die Rückschlüsse auf ein tieferes Verständnis zulassen, von Interesse.

Einleitung

Lernende sollen die Mächtigkeit stochastischer Modelle erfahren, um alltägliche Phänomene beschreiben, verstehen oder erklären zu können (Eichler & Vogel, 2009, S. 249). Wie gelangt man zu Fragestellungen, die reale bzw. Lernende der jeweiligen Alterstufe relevante Phänomene betreffen, um diese dann im Sinne der Leitidee „Daten und Zufall“ sinnstiftend beantworten zu können?

Spiele im Mathematikunterricht

Spiele bieten hier eine Brücke, indem sie mathematische Inhalte in einen sinnvollen Kontext setzen und den Lernenden ermöglichen, durch Exploration und Selbsttätigkeit ein konzeptuelles Verständnis aufzubauen (vgl. Krauthausen, 2018, S. 312). Die Bedeutung des Spiels für die kognitive Entwicklung ist unbestritten (vgl. Käpnik & Benölken, 2020, S. 202). Fachleute fordern vermehrt, Lernen und Spielen gemeinsam zu denken, da jüngere Forschungsbefunde eindeutig darauf hinweisen, dass spielerisches Lernen die kognitive Entwicklung von Kindern im Grundschulalter positiv beeinflusst (Wälti et al., 2024, S. 12). Besonders analoge Spiele regen zur Kommunikation an und fördern auch kollaboratives Lernen und soziale Interaktion. Beobachtungen zeigen, dass Schüler:innen häufiger Strategien austauschten, was metakognitives Lernen unterstützt (vgl. Prediger & Selter, 2013, S. 25). Die Förderung sozialer Kompetenzen ist auch im österreichischen Lehrplan verankert, der neben fachlichen auch überfachliche Bildungsziele wie Kooperationsfähigkeit und Reflexion der eigenen Denkprozesse betont (BMBWF, 2021). Durch das Arbeiten in kleinen Gruppen können Schüler:innen ihre Lösungsstrategien gegenseitig reflektieren und sich austauschen (vgl. Fischer, 2013, S. 18). Erwiesenermaßen ist Feedback bedeutend für den Lernerfolg, da dieses Aufschluss gibt, ob Handlungen und Entscheidungen erfolgreich sind. Diese Rückmeldung, die in Spielen oft unmittelbar nach der Handlung erfolgt, ist ein wesentlicher Faktor für den Lernprozess, da „Feedback das Lernen fördert, indem es den Lernenden ermöglicht, ihre Handlungen zu reflektieren und die eigenen Strategien anzupassen“ (Kerres, 2018, S. 73). Auch sind Fehler in

Spielen oft weniger abschreckend, wenn sie während des Spielablaufs wahrgenommen werden und als Gelegenheit gesehen werden, die eigene Strategie anzupassen und zu verbessern (vgl. Clark & Mayer, 2011, S. 42).

Catan als Auslöser für mathematische Fragen

In einer dritten Klasse AHS einer Ganztagesesschule stehen Brettspiele in längeren Pausen und Freistunden hoch im Kurs. Zeitweise herrscht fast Casino-Atmosphäre und die Schüler:innen sind motiviert und konzentriert bei der Sache. Neben dem Einüben kommunikativer und sozialer Fertigkeiten ergeben sich bei manchen Spielen auch strategische Fragen, die mathematische Denkprozesse anregen können. Im laufenden Schuljahr wurde Catan zu einem der favorisierten Spiele. Es ist für Gruppen von 3-4 Spieler:innen ab 10 Jahren geeignet und bietet Strategie, Taktik, Glück und kommunikative, sowie kooperative Elemente. Es gewann mehrere Auszeichnungen und war bereits „Spiel des Jahres“, ist jedoch auch aus mathematischer Sicht ein lohnendes Spiel, weil es Wahrscheinlichkeit erspiel- und begreifbar macht.

Sind reine Würfelexperimente mit zwei Würfeln für Lernende oft wenig spannend und die Fragen zu möglichen Ausgängen zumeist von der Lehrperson initiiert, ergeben sich im Spielverlauf von Catan diese Fragen automatisch. Die Spieler:innen bilden mit sechseckigen Landschaftskarten, von denen jede eine Würfelzahl zwischen zwei und zwölf enthält, das Spielfeld. Nun gilt es reihum zwei Siedlungen und die dazugehörigen zwei Straßen entlang der Kanten an Kreuzungspunkten von drei Landschaftsfeldern strategisch gut zu platzieren, um möglichst viele Rohstoffe zu erhalten. Für die zweite Siedlung und Straße erhält man nämlich die Rohstoffkarten der angrenzenden Landschaftsfelder, wenn die entsprechende Augenzahl gewürfelt wird. Ziel ist es möglichst viele Siedlungen und Städte zu bauen (für die Rohstoffe benötigt werden) um das Spiel zu gewinnen. Erschwerend kommt hinzu, dass bei der Augensumme 7 der Räuber auf den Plan tritt und Rohstoffe stiehlt. Lernende erkennen schnell, dass es nicht reines Glück und Zufall ist, wie die Rohstoffe verteilt werden, sondern durch kluge Auswahl, das Ausprobieren neuer Strategien und geschicktes Entdecken von Zusammenhängen immer bessere Entscheidungen getroffen werden können und somit die Chance zu gewinnen, steigt.

Aufgrund der Bemerkungen mancher Schüler:innen, wie „das eine Feld bekommt ununterbrochen Rohstoffe“ oder „schon wieder der Räuber“ beschloss die Lehrkraft diese aufzugreifen und für den Mathematikunterricht zu nutzen. Sie gesellte sich zur Spielergruppe und stellte Fragen, die rein auf das Würfeln abzielten, wie "Gibt es Zahlen, die noch gar nicht gewürfelt wurden?" um Bewusstsein für alle Möglichkeiten zu schaffen oder "Warum, glaubt ihr, kommt manche Zahl öfter vor als eine andere?", womit bereits Raum für erste Hypothesen geschaffen wurde. „Ist das Zufall, braucht man besonderes Glück?“

Im Spielkontext ergaben sich weitere Fragen, wie "Auf welchen Feldern stehen eure Siedlungen? Warum habt ihr diese Felder gewählt?", wodurch noch ohne explizites Wissen über Wahrscheinlichkeit eine Anknüpfung an strategische Überlegungen erfolgen kann.

Diese Fragen sind bewusst einfach gehalten, um den Einstieg zu erleichtern und die Lernenden zum Beobachten, Nachdenken und Diskutieren anzuregen, bevor viel später dann auch formale Definitionen und Berechnungen eingeführt werden. Dieserart wird eine natürliche Brücke vom Spielgeschehen zur mathematischen Betrachtung gebaut.

Umsetzung in der Klasse

Nachdem die Lernenden durch das Spiel neugierig geworden waren, wurde ein Versuch unternommen die aufgetretenen Fragen zu systematisieren, wodurch elementare Modellierungen leichter gelingen, um die erlebten Phänomene genauer erforschen, erklären und damit Strategien zielgerichteter einsetzen zu können (vgl. Hauser, 2016, S. 56). Besonderes Augenmerk wurde, angeregt durch die Zahlen der Felder, darauf gelegt, welche Augensummen beim Würfeln mit zwei Würfeln überhaupt möglich sind bzw. zu visualisieren, wie oft welche Augensumme geworfen wird. Dazu wurde ein Lernsetting entwickelt, das sowohl kooperative als auch aktivierende Elemente beinhaltet. Die Lernenden werden dabei zunächst an nummerierte Tische mit den Zahlen 2 bis 12 verteilt, wobei jeweils zwei Personen an einem Tisch Platz nehmen. Die übrigen Lernenden bilden eine Gruppe, die mit zwei Würfeln und einer Menge an Smarties ausgestattet wird. Unter Aufsicht, um die Einhaltung fairer Bedingungen zu gewährleisten, würfelt diese Gruppe, und die Summe der beiden Würfelaugen bestimmt, welchem Tisch ein Smartie zugeteilt wird.

Um eine größere Anzahl an Würfeln in kürzerer Zeit zu ermöglichen und die aktive Beteiligung aller Lernenden sicherzustellen, kann eine alternative Methode angewendet werden. Hierbei erhalten alle Schüler:innen der Klasse einen Würfel, während die Lehrkraft zusätzlich mit einem farblich unterscheidbaren roten Würfel würfelt. Alle Beteiligten würfeln gleichzeitig. So können in kürzerer Zeit viele Würfe ermittelt werden, alle Lernenden sind aktiv und mit einer Aufgabe betraut, weshalb die Aufmerksamkeit hoch ist (vgl. Seethaler & Giger, 2019, S. 11). Die Augenzahl des roten Würfels wird jeweils zum individuellen Würfelergebnis addiert, sodass sich eine Summe ergibt, die in einer vorbereiteten Liste mit den Zahlen 2 bis 12 markiert wird. Diese Ergebnisse werden mithilfe von Smarties visualisiert. Die Verwendung unterschiedlich gefärbter Würfel dient dabei sowohl der besseren Unterscheidung der Summanden als auch der Vorbereitung auf eine spätere grafische Darstellung der Ergebnisse.

Nach einer größeren Anzahl an Würfeln – im beschriebenen Beispiel waren es 145 – werden die gesammelten Smarties in der Reihenfolge der Augensummen angeordnet. Diese Visualisierung macht unmittelbar deutlich, dass bestimmte Summen häufiger auftreten als andere. Während die Randwerte 2 und 12 nur selten erscheinen, sind mittlere Summen wie 6, 7 oder 8 deutlich häufiger vertreten.

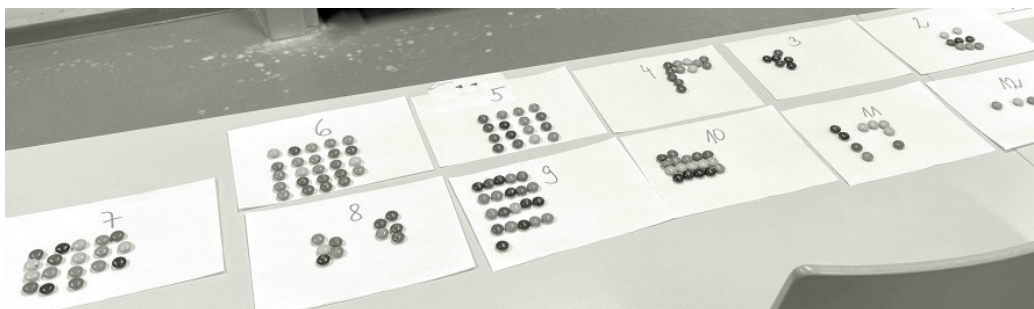


Abb. 5: Visualisierung durch Smarties (Foto der Autorin)

Im Anschluss wurde das überraschende Ergebnis genutzt um stochastische Begriffe wie Ereignis, Verteilung, Zufall und Zufallsvariable einzuführen. Seitens der Schüler:innen kamen bereits Aussagen wie „Manche Ereignisse kommen oft vor. Die wären dann für das Spiel besser als andere, weil dann diese Felder mehr Rohstoffe abwerfen. Kein Wunder, dass der Räuber so oft kommt.“ Insofern war es nur noch ein kleiner Schritt zu konkreten Fragen für einzelne Ereignisse überzugehen, wie z.B. „für das Würfeln einer Drei sind wie viele Ereignisse von wie vielen

möglichen Ereignissen günstig“. Im Sinne eines sprachsensiblen Unterrichts erfolgte die Formulierung zunächst noch in einer Sprache, die näher am Spielgeschehen lag: „Welche Möglichkeiten gibt es, die Augensumme 3 zu würfeln – also für das Ereignis 3?“ und „Wie viele Wurfvarianten, also Ereignisse können überhaupt auftreten?“

In Gruppen diskutierten die Lernenden welche Möglichkeiten bestanden, einzelne Augenzahlen zu werfen. Dieser Prozess wurde durch Fragen wie beispielsweise „Welche Würfe führen zur Augensumme 2, 3, 4, 5 usw.?“, angeregt. In dieser Phase erkannten die Gruppen, dass sich ein interessantes Muster ergab, manche Zahlen gleich viele Möglichkeiten aufwiesen und für die Zahl 7 die meisten Möglichkeiten vorlagen.



Abb. 2: Lernende erforschen die Anzahl möglicher Würfelkombinationen (Foto der Autorin)

Das entdeckte Muster wurde schließlich noch einmal gemeinsam visualisiert, indem die Lernenden Post-its mit allen möglichen Würfelkombinationen an der Tafel anbrachten.

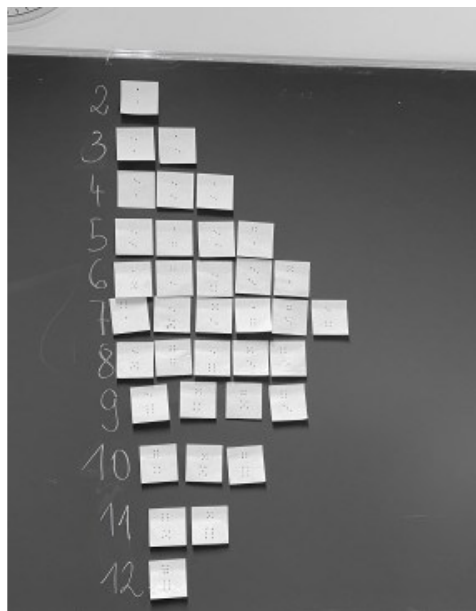


Abb. 3: Visualisierung der Würfelkombinationen (Foto der Autorin)

In einer Plenumsrunde wurde gemeinsam mit den Lernenden eine Tabelle gezeichnet, in der in der Farbe des ersten Würfels in 6 Spalten jeweils die Zahlen von 1 bis 6 eingetragen wurden, um danach hinter die Einträge mit der Farbe des zweiten Würfels in die Zeilen jeweils die Zahlen von 1 bis 6 einzutragen. So ergibt sich eine Tabelle mit 36 Einträgen, in denen alle möglichen Elementarereignisse mit 2 Würfeln unter Beachtung der Reihenfolge stehen. Auch in dieser Darstellung wurde das bereits bekannte Muster identifiziert.

1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Abb. 4: Tafelbild der Tabelle (Foto der Autorin)

Die Schüler:innen erkannten, dass beispielsweise zwei Würfelkombinationen (1,2 oder 2,1) von den 36 möglichen Würfeln zur Augenzahl 3 führen. Wahrscheinlichkeiten konnten so als Verhältnis gedeutet und in Bruchform angeschrieben werden. Nachdem der Zusammenhang zwischen Bruch- und Dezimalschreibweise bekannt war, ebenso die Prozentrechnung, waren die Lernenden in der Lage für die vorkommenden Würfelkombinationen auch die Wahrscheinlichkeiten in Prozenten zu berechnen und anzuschreiben.

Ergebnis	Würfelmöglichkeiten		
7	6	$\frac{6}{36} = 0,1666$	16,7%
6	5	$\frac{5}{36} = 0,13888$	13,9%
8	5		
5	4	$\frac{4}{36} = 0,1111$	11,1%
9	4		
4	3	$\frac{3}{36} = 0,08333$	8,3%
10	3		
3	2	$\frac{2}{36} = 0,0555$	5,6%
11	2		
2	1	$\frac{1}{36} = 0,0277$	2,8%
12	1		
	36		

Abb. 5: Schülerlösung (Foto der Autorin)

Es war interessant zu beobachten, dass von Seiten der Lernenden Formulierungen wie „für die Augensumme 3 gibt es zwei gute Möglichkeiten von 36 Möglichkeiten insgesamt“, vorgeschlagen wurden. Insofern kann über die Bruchschreibweise, die Formel von Laplace, die sich aus $\frac{\text{Anzahl der günstigen Ereignisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ereignisse}}$ ergibt, eingeführt werden. Somit werden die Lernenden in die Lage versetzt, Berechnungen anzustellen und so ihre zuvor getroffenen Vermutungen durch Zahlenwerte zu überprüfen. Inwieweit man schon Fachbegriffe verwendet, wie die Gesamtzahl aller möglichen Ereignisse als Stichprobenraum Ω , ein günstiges Ergebnis als Ereignis A , über die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Ereignis A als $P(A)$ und als Schreibweisen $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$ einführt, ist dem Alter der Lernenden bzw. auch ihren mathematischen Überlegungen und mathematischer Ausdrucksweise anzupassen. Gerade jüngere Schüler:innen sind oft besonders motiviert, sich kürzere formale Schreibweisen, von denen ihnen gesagt wird, dass sie sich diese noch nicht merken müssen, besonders gut zu merken. Das mag daran liegen, dass man weniger viel anschreiben muss, aber auch der Ehrgeiz etwas zu können, das eigentlich erst später gelernt wird, kann als treibende Kraft wirken.

Der Fokus sollte jedoch immer auf dem Spaß am Spiel liegen und die Wahrscheinlichkeitsrechnung als Werkzeug verwenden, um das Spiel besser zu verstehen und strategisch bessere Entscheidungen zu treffen.

Die Folgestunde

Als Folge der, motiviert durch das Spiel Catan, gehaltenen Stunde zu Zufall, Würfelglück und Wahrscheinlichkeit wurden den Lernenden in der nachfolgenden Stunde weitere Fragen zur Wahrscheinlichkeit gestellt, um zu überprüfen, ob die zuvor gewonnenen Erkenntnisse auch in ähnlichen Situationen angewendet werden können. Bei Frage 1 sollten die Schüler:innen überlegen, welche Ereignisse entstehen, wenn man beim Würfeln mit zwei Würfeln jeweils den kleineren Wert vom größeren subtrahiert. Im Anschluss sollten sie anschreiben, welche Augendifferenz sie wählen würden, d.h. am häufigsten auftritt. In einer offenen Frage wurde noch erhoben, inwieweit ein Muster erkennbar ist bzw. ein Zusammenhang zu dem ihnen bekannten Muster aus der vorigen Stunde auffällt. Es interessierte auch, ob die Schüler:innen ihre Erkenntnisse auch auf andere Spielsituationen übertragen können, denn „flexibles und adaptives mathematisches Verständnis“ gilt als zentraler Faktor für den Lernerfolg in der Mathematik (Götze, 2016, S. 82). Frage 2 bezog sich auf „Mensch Ärgere dich nicht“, wobei gefragt wurde wie wahrscheinlich es ist, einen Sechser zu würfeln. Weiters lag nahe ein Kartenspiel zu wählen, da auch in diesem Genre in den Freistunden Canasta und Schnapsen gespielt wurden. So sollte bei Frage 3 angegeben werden, wie wahrscheinlich es ist ein Herzass zu ziehen. Im Anschluss wurde noch eine offene Frage zur letzten Unterrichtsstunde gestellt: „Was fällt dir zur letzten Stunde ein? Hattest du ein AHA Erlebnis?“

Methodisches Vorgehen

Fragestellung

Sind Spiele, wie beispielsweise Catan geeignet, um Fragestellungen zu „Daten und Zufall“ zu motivieren, zu formulieren um sie danach sinnstiftend beantworten zu können? Sind Lernende in Folgestunden auch in der Lage gewonnene Erkenntnisse auf neue Situationen zu übertragen?

Stichprobe

Die Stichprobe bestand aus zwei Wiener Schulklassen einer AHS. Die 3A hat 22 Schüler:innen, von denen 8 weiblich und 14 männlich sind. Die 3D setzt sich aus 25 Schüler:innen zusammen, von denen 15 weiblich und 10 männlich sind.

Erhebungsinstrumente

Schüler:innen-Befragung und -beobachtung

In der ersten Stunde, in der die Schüler:innen Catan spielten, Fragen zum Spielverlauf, Beobachtungen und Erkenntnissen, Auffälligkeiten und Gründen für bestimmte Spielentscheidungen formuliert wurden, erfolgte die Begleitung durch teilnehmende Beobachtung, wobei die Dokumentation durch einen vorbereiteten Beobachtungsbogen unterstützt wurde (vgl. de Boer & Merklinger, 2022, S. 43). Systematische Beobachtung und

Dokumentation tragen wesentlich dazu bei, Einblicke in die Denkweisen von Lernenden zu gewinnen, um Bildungsprozesse besser begleiten zu können (vgl. Viernickel & Völkl, 2022, S. 134). In einer Folgestunde wurden den Lernenden drei Aufgaben aus verwandten Bereichen gestellt, um Einsicht in Verständnis, Anwenden von Wissen in ähnlichen Situationen und Lösungsstrategien zu erhalten. Die Antworten wurden in einer Excel Tabelle zusammengefasst um einen Überblick über das von den Schüler:innen gewählte Vorgehen und Lösungsrichtigkeit zu erhalten, Begründungen wurden in einer zweiten Tabelle gesondert gesammelt und kategorisiert.

Ergebnisse

In der 3A entschieden sich 82% der Schüler:innen für das Zeichnen einer Tabelle, wie sie es in der Stunde zuvor gesehen hatten. Diese Variante war fast gleichmäßig auf Mädchen (87%) und Burschen (78%) verteilt. 9% entschieden sich für eine andere Schreibweise, konnten die Aufgabe aber richtig lösen, während ebenfalls 9% zu einem falschen Ergebnis kamen. In der 3D entschieden sich 68% für die Tabellenvariante, wobei diesmal deutlich mehr Mädchen (93%) diese Darstellungsform wählten als Burschen (30%). 12% entschieden sich für eine andere Darstellungsform und 20% lösten das Beispiel nicht oder fehlerhaft. Jene Schüler:innen, die sich für die Tabellenform entschieden hatten, erkannten alle ein Muster und schrieben als Erklärung z.B. „die 0 steht in der Diagonale und kommt sechsmal vor“, „die 0 weil sie am öftesten vorkommt“, „Das Muster ist wie voriges Mal nur andersrum“, „Das Muster ist gespiegelt (oder seitenverkehrt)“, „Die Zahlen sind verkehrt“ (hier ist vermutlich gemeint, dass 0 am häufigsten vorkommt, 1 am zweithäufigsten usw.).

Aufgabe 2 wurde von 72% der Schüler:innen aus der 3A richtig beantwortet, wovon sich 62,5% auf die Bruchschreibweise beschränkten, 25% (auch) die Dezimalzahl angaben und nur 12,5% in die Prozentschreibweise wechselten. In der 3D wurde die Aufgabe zu 76% richtig beantwortet, mit 68% zugunsten der Bruchdarstellung, 11% in Dezimalschreibweise und 21% in Prozentschreibweise (wobei jene, die in die Prozentschreibweise wechselten immer auch die Dezimalzahl notiert hatten). Aufgabe 3, bei der nach der Wahrscheinlichkeit aus einem Kartenset das Herzsass zu ziehen, gefragt wurde, fiel in der Beantwortung am schlechtesten aus. In der 3A konnten nur 54,5% das richtige Ergebnis anführen, in der 3D immerhin 64%. Das Scheitern ist in den meisten Fällen auf fehlendes Wissen von ♠ zurückzuführen, da vielen Schüler:innen nicht geläufig war, dass 52 Karten insgesamt zur Verfügung stehen.

Bei der letzten offenen Frage wurde deutlich, dass die Schüler:innen die Stunde, die durch das Spiel Catan motiviert war, spannend und abwechslungsreich fanden „es war ein bisschen wie spielen“, „die Zeit war fast zu kurz“. Es wurde auch die Nützlichkeit der durchgenommenen Inhalte erkannt „sinnvolle Stunde, weil man jetzt weiß, wie man sich am besten bei den Siedlungen und Feldern entscheidet“.

Zusammenfassung und Ausblick

In beiden Klassen waren Motivation und Beteiligung hoch. Die Bearbeitungen der in der Folgestunde gestellten Aufgaben zeigen, dass das Wissen auch überwiegend gut auf neue Fragestellungen übertragen werden kann. Um zu entscheiden, ob die Lernumgebung für Burschen und Mädchen gleichermaßen geeignet ist, müsste man mit einer größeren Stichprobe arbeiten bzw. wäre es auch interessant auszuprobieren, ob die Ergebnisse auf andere Schulformen bzw. -standorte übertragbar sind.

Insgesamt tragen Spiele im Mathematikunterricht zur Förderung eines konzeptuellen Verständnisses bei. Sie regen durch Auffälligkeiten im Spielverlauf zu mathematischen Fragen an und binden die Lernenden aktiv in den Lernprozess ein. Die Motivation sich intensiver mit einer Sache auseinanderzusetzen, wird durch das persönliche Interesse am Spiel, dem Finden einer guten Strategie und den ihr zugrundeliegenden mathematischen Hintergründen genährt. Idealerweise erkennen Schüler:innen, dass das Rechnen nicht nur ein starrer Prozess ist, sondern dass Flexibilität und verschiedene Strategien zum Ziel führen können (vgl. Fischer, 2013, S. 19). Im weiteren Unterrichtsverlauf wird das Kartenbeispiel aus Frage 3 weiterverwendet werden. Durch die Frage „Wie wahrscheinlich ist es beim Austeilen alle 4 Asse zu bekommen?“, sollen Baumdiagramme zur Veranschaulichung kennengelernt werden. Die Kombination aus Verstehen und Anwenden bildet die Grundlage für die nachhaltige Entwicklung mathematischer Kompetenzen und erleichtert den Lernenden das Begreifen komplexer mathematischer Konzepte, wie jenem der Wahrscheinlichkeit.

Literatur

- BMBWF. (2021). *Lehrplan AHS*. Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung Österreich.
- Boer de, H. & Merklinger, D. (2022). *Beobachten im fachdidaktischen Kontext – Schülerinnen- und Schülerperspektiven auf die Bearbeitung von Aufgaben*. Last, S. (Hrsg.). Wiesbaden: Springer.
- Clark, R. C., & Mayer, R. E. (2011). *E-Learning and the science of instruction: Proven guidelines for consumers and designers of multimedia learning*. San Francisco: Pfeiffer.
- Eichler, A. & Vogel M. (2009). *Leitidee Daten und Zufall – von konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Fischer, P. (2013). *Lernspiele im Mathematikunterricht: Chancen und Herausforderungen*. München: Oldenbourg.
- Götze, D. (2016). *Mathematisches Lernen durch Spiele*. Wiesbaden: Springer.
- Gee, J. P. (2008). *What video games have to teach us about learning and literacy*. New York: Palgrave Macmillan.
- Hauser, B. (2016). *Spielen. Frühes Lernen in der Familie, Krippe und Kindergarten*. 2. Auflage. Stuttgart: Kohlhammer.
- Kerres, M. (2018). *Medienbildung und Digitalisierung*. Wiesbaden: Springer VS.
- Käpnik, F. & Benölken, R. (2020). *Mathematiklernen in der Grundschule. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II*. 2. Auflage. Berlin: Springer.
- Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik - Grundschule*. 4. Auflage. Berlin: Springer
- Prediger, S., & Selter, C. (2013). *Spiele im Mathematikunterricht der Grundschule*. Berlin: Springer.

Seethaler, E., Giger, S., Buchacher, W. (Hrsg.) (2019). *Gesund und erfolgreich Schule leben. Praxis und Reflexion für Lehrerinnen und Lehrer*. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.

Viernickel, S. & Völkel, P. (2022). *Beobachten und Dokumentieren im pädagogischen Alltag*. Freiburg: Herder.

Wälti, B., Schütte, M., Böckmann, R.-A., Ludes-Adamy, P., Odermatt, C., Simonini-Widmann, M., Tanner, A. (2024). *Mathematik kooperativ spielen, üben, begreifen*. Band 1a Lernumgebungen für heterogene Gruppen (Schwerpunkt 1. bis 3. Schuljahr). Hannover: Klett-Kallmeyer.

Zur Autorin

Mag.^a Dr.ⁱⁿ Martina Astrid MÜLLER, Studium Lehramt Mathematik und Psychologie – Philosophie, Unterrichtstätigkeit im Evangelischen Gymnasium und Werkschulheim, Wien – Erdberg, Mentorin für Studierende, Lehre an der pädagogischen Hochschule in den Bereichen Primarstufe und Sekundarstufe, Lehre im Verbund Fachdidaktik Mathematik, Bereichskoordinatorin Forschung für das Zentrum für evidenzbasierte Kompetenzmessung. Arbeitsschwerpunkte und Forschungsinteressen: Sprache im Fachunterricht, Schulentwicklungsforschung.