

BACHELORARBEIT/BACHELOR THESIS

Lernumgebungen im inklusiven Mathematikunterricht

Differenzierter Geometrieunterricht am Beispiel einer Sonderschulklasse

eingereicht von/submitted by

Sophie Kratochwill

zur Erlangung des akademischen Grades/in partial fulfilment of the
requirements for the degree of

Bachelor of Education (BEd)

Krems, März 2024

Matrikelnummer/Student number:
Studienrichtung/Degree programme:
Betreuung/Supervisor:

42002782
Lehramt im Bereich der Primarstufe
Mag. Dr. Anita Summer, BEd.

Kurzzusammenfassung

Diese Arbeit widmet sich der notwendigen Differenzierung im inklusiven Mathematikunterricht. Im theoretischen Teil wird zunächst die bestehende Heterogenität in Schulklassen beleuchtet, indem neben einer allgemeinen Begriffsklärung auch die Lehrplananforderungen und die Ergebnisse der PISA-Studie 2022 in den Fokus genommen werden. Zudem werden Differenzierungsformen erläutert, bevor ein wünschenswertes Inklusionsverständnis dargestellt wird. Des Weiteren werden die Leitideen eines inklusiven Mathematikunterrichts beschrieben, um anschließend das Konzept eines natürlich differenzierten Mathematikunterrichts durch Lernumgebungen vorzustellen. Abschließend wird der mathematische Inhaltsbereich Geometrie dargestellt, um darauf aufbauend im praktischen Teil der Arbeit drei Lernumgebungen für eine heterogene Sonderschulklasse zu erstellen und zu erproben. Ziel dieser Bachelorarbeit ist es, einen differenzierten Geometrieunterricht trotz bestehender Unterschiede und Lernbedürfnisse zu gestalten. Die Ergebnisse der Unterrichtserprobung zeigten, dass die Eigentätigkeit und Motivation der Schülerinnen und Schüler durch die Bearbeitung der Lernumgebungen gefördert werden kann und das Selbstbewusstsein der Lernenden durch die positiven Erfolgserlebnisse gestärkt wird.

Summary

This thesis is dedicated to the necessary differentiation in inclusive mathematics education. In the theoretical part, the existing heterogeneity in school classes is first examined by focussing on the curriculum requirements and the results of the PISA 2022 study in addition to a general definition of terms. Forms of differentiation are also explained before a desirable understanding of inclusion is presented. Furthermore, the guiding ideas of inclusive maths teaching are described in order to then present the concept of naturally differentiated maths teaching through learning environments. Finally, the mathematical content area of geometry is presented in order to create and test three learning environments for a heterogeneous special school class in the practical part of the thesis. The aim of this bachelor's thesis is to design differentiated geometry lessons despite existing differences and learning needs. The results of the teaching trial showed that the pupils' own activity and motivation can be encouraged by working through the learning environments and that the learners' self-confidence is strengthened by the positive sense of achievement.

Inhaltsverzeichnis

1	THEMENAUFRISS UND ZIELSTELLUNGEN.....	6
2	GRUNDLAGEN DER HETEROGENITÄT	9
2.1	Heterogenität von Lerngruppen.....	9
2.1.1	Begriffsklärung.....	9
2.1.2	Lehrplananforderungen.....	10
2.1.3	Österreichs Umgang mit Heterogenität im internationalen Vergleich.....	11
2.2	Differenzierung im Unterricht	12
2.2.1	Innere und äußere Differenzierung	12
2.2.2	Formen innerer Differenzierung.....	13
2.2.3	Natürliche Differenzierung	13
2.3	Inklusion	14
2.4	Resümee	15
3	HETEROGENER MATHEMATIKUNTERRICHT.....	17
3.1	Herausforderungen eines heterogenen Mathematikunterrichts	17
3.2	Leitideen eines inklusiven Mathematikunterrichts nach Selzer.....	18
3.2.1	Aufgaben adaptieren	18
3.2.2	Diagnosegeleitet fördern.....	19
3.2.3	Austausch anregen	19
3.2.4	Effektiv üben.....	20
3.3	Lernumgebungen im Mathematikunterricht	20
3.3.1	Leitgedanken	20
3.3.2	Grundlagen	21
3.3.3	Mit Lernumgebungen unterrichten.....	22
3.3.4	Förderorientierte Beurteilung	23
3.4	Resümee	23
4	INHALTLICHER TEILBEREICH GEOMETRIE	25
4.1	Bedeutsamkeit des Geometrieunterrichts.....	25

4.2	Gesetzliche Grundlagen	27
4.2.1	Geometrie im Lehrplan der Volksschule.....	27
4.2.2	Geometrie im Lehrplan der Allgemeinen Sonderschule.....	28
4.2.3	Bildungsstandards für Mathematik	29
4.3	Resümee	30
5	LERNUMGEBUNGEN IM INKLUSIVEN GEOMETRIEUNTERRICHT	31
5.1	Vorstellung der Lerngruppe	31
5.2	Erfinden geometrischer Muster auf der Hundertertafel	32
5.2.1	Aufgabenstellung.....	32
5.2.2	Angestrebte Kompetenzen	32
5.2.3	Vorgehensweise im Unterricht.....	32
5.2.4	Unterrichtsevaluation und Darstellung der Differenzierung	38
5.3	Entdecken geometrischer Strukturen in der Umwelt	39
5.3.1	Aufgabenstellung.....	39
5.3.2	Angestrebte Kompetenzen	39
5.3.3	Vorgehensweise im Unterricht.....	40
5.3.4	Unterrichtsevaluation und Darstellung der Differenzierung	42
5.4	Orientieren im Raum	44
5.4.1	Aufgabenstellung.....	44
5.4.2	Angestrebte Kompetenzen	44
5.4.3	Vorgehensweise im Unterricht.....	44
5.4.4	Unterrichtsevaluation und Darstellung der Differenzierung	46
5.5	Resümee	47
6	FAZIT	49
7	LITERATURVERZEICHNIS.....	52
8	ANHANG	55
8.1	Eigenständigkeitserklärung	55

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 Grundlegende Strukturen der Hundertertafel.....	33
Abbildung 2 Wortspeicher Spalte.....	33
Abbildung 3 Wortspeicher Zeile	34
Abbildung 4 Wortspeicher Diagonale	35
Abbildung 5 Beispielhaftes Muster	35
Abbildung 6 Aufgabenstellung 1 und 2	37
Abbildung 7 Aufgabenstellung 3	37
Abbildung 8 Themenplakat geometrische Figuren	40
Abbildung 9 Wortspeicher Wegbeschreibungen	45

1 Themenaufriß und Zielstellungen

„Es gibt nichts Ungerechteres als die gleiche Behandlung von Ungleichen.“ (Paul F. Brandwein, amerikanischer Psychologe, 1912-1994)

Die heutige Schulpädagogik beschäftigt sich intensiv mit den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen und -bedürfnissen, die Kinder und Jugendliche in den Schulalltag mitbringen (Trautmann & Wischer, 2011, S. 7). Lehrpersonen standen schon immer vor der Herausforderung, den heterogenen Lerngruppen gerecht zu werden, in welchen Schülerinnen und Schüler unterschiedliche Lern- und Leistungsfähigkeiten sowie personale und soziale Voraussetzungen mitbringen. Während man früher bei der Bildung von Schulklassen durch Altersgleichheit und ähnlichem Leistungsstand versuchte, die Lerngruppen möglichst homogen zu gestalten, existiert heute die Ansicht, die bestehenden Unterschiede als besondere Lernchance zu erkennen. (Rathgeb-Schnierer, 2009, o. S.) Konzepte zur individuellen und bedürfnisangepassten Förderung von Schülerinnen und Schülern innerhalb einer heterogenen Lerngruppe findet man in der Literatur häufig auch unter dem Terminus des inklusiven Unterrichts. Um im inklusiven Unterricht eine Chancengerechtigkeit für alle Schülerinnen und Schüler zu ermöglichen, sollten nicht nur die individuellen Kompetenzen, sondern auch die jeweiligen Lern- und Entwicklungsprozesse der Kinder berücksichtigt werden. Jedes Kind darf mit seinen individuellen Lernbedürfnissen Akzeptanz und Anerkennung erfahren und sich durch bestmögliche Lernsituationen und individuelle Lernwege weiterentwickeln. Die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler sollen für eine produktive Gestaltung des Unterrichts aufgegriffen werden. (Nührenbörger & Pust, 2023, S. 10) Laut Selter soll im inklusiven Mathematikunterricht „eine Balance zwischen der individuellen Förderung einerseits und dem gemeinsamen Lernen andererseits gefunden werden. Gelingt dieses nicht, besteht die Gefahr der Integration mit Separation. Es ist gleichzeitig Chance wie Herausforderung, individuelles und Gemeinsames Lernen zu verknüpfen.“ (Selter, o. J.a) Schülerinnen und Schüler sollen also einerseits die Möglichkeit haben, unterschiedliche mathematische Themengebiete zu behandeln, und andererseits die Gelegenheit erhalten, gleiche mathematische Inhalte auf verschiedenen Komplexitätsstufen zu bearbeiten. Die Lernangebote werden fortlaufend von unterschiedlichen Niveaus aus erkundet und von jedem Kind entsprechend seines individuellen Lernstandes vertieft. Die Ausarbeitungen der einzelnen Schülerinnen und Schüler können auch ergänzend zum gemeinsamen Lehrstoff verfolgt werden. (Häsel-Weide & Nührenbörger, 2017, S. 12f.) Ein idealer inklusiver mathematischer Unterrichtsrahmen ermöglicht den Schülerinnen und Schülern ein selbstbestimmtes, aktiv-entdeckendes und soziales Lernen, welches im Austausch miteinander entwickelt und fördert. Um diese Anforderungen an den

Mathematikunterricht umzusetzen, eignet sich das Erstellen von Lernumgebungen. Eine Lernumgebung ist eine große, aber flexible Aufgabe, die mehrere Teilaufgaben und Arbeitsanweisungen inkludieren kann. Lernumgebungen ermöglichen heterogenen Lerngruppen, durch viele unterschiedliche Aufgaben und Arbeitsanweisungen, trotz des unterschiedlichen Leistungs- und Kompetenzniveaus, im gleichen fachlichen Rahmen zu arbeiten. (Hirt & Wälti, 2022, S. 12f.) Zur Frage, wie ein differenzierter Mathematikunterricht einer heterogenen Lerngruppe ideal umgesetzt werden kann, gibt es zahlreiche Literatur, und das Forschungsthema wurde bereits vielfach bearbeitet. Durch Forschungsarbeiten wurde jedoch erwiesen, dass vielen Lehrpersonen die Notwendigkeit von differenziertem Mathematikunterricht durchaus klar ist, die notwendigen Maßnahmen zur Umsetzung der Differenzierung werden jedoch aufgrund unzureichender persönlicher, zeitlicher und räumlicher Ressourcen häufig nicht vorgenommen (Kräftner, 2023, S. 97). Die PISA-Studie 2022 macht deutlich, dass in Österreich dringend Handlungsbedarf herrscht, da das Bildungssystem nicht chancengerecht ist und gerade im Mathematikunterricht enorm große Geschlechterunterschiede erwiesen wurden (Toferer, 2023, S. 123).

Um einen geeigneten Mathematikunterricht für die Schülerinnen und Schüler zu entwickeln, müssen Lehrpersonen die Lehrplanforderungen des Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Forschung umsetzen. Die Lehrpläne bilden die Grundlage der eigenständigen und eigenverantwortlichen Unterrichts- und Erziehungsarbeit. Im Lehrplan der Volksschule werden ebenfalls die Verschiedenheiten der Kinder bezüglich des Lerntempos, der Lernbereitschaft, der Interessen und der Vorerfahrungen aufgegriffen und die Notwendigkeit entsprechender Differenzierungs- und Individualisierungsmaßnahmen wird betont. (BKA, 2023a, S. 21) Der Mathematik-Lehrplan der Volksschule legte bisher den Aufbau der natürlichen Zahlen, Rechenoperationen, Größen und Geometrie als die vier inhaltlichen Teilbereiche fest. Der neue Lehrplan, welcher mit dem neuen Schuljahr 2023/2024 in Kraft trat, basiert auf den 2009 eingeführten Bildungsstandards und nennt die vier inhaltliche Kompetenzbereiche Zahlen und Daten, Operationen, Größen und Ebene und Raum. (BMBWF, 2023, S. 1f.) Schon vor 50 Jahren beschrieb Freudenthal (1973, S. 380) Geometrie als eine ideale Gelegenheit, Entdeckungen zu machen und die Wirklichkeit zu mathematisieren. Je mehr geometrisches Hintergrundwissen die Schülerinnen und Schüler erwerben, desto bewusster können sie auch die alltägliche Geometrie wahrnehmen und deren praktischen Nutzen erkennen. Genau deshalb ist der Teilbereich der Geometrie für den Mathematikunterricht in der Primarstufe von großer Bedeutung. Im neuen Volksschul-Lehrplan wurde der Kompetenzbereich folgendermaßen definiert: „Der Bereich Ebene und Raum umfasst das Erkennen, Benennen und Darstellen geometrischer Objekte und ihrer Lagebeziehungen, das spielerische und planvolle Arbeiten mit geometrischen

Objekten sowie das Ermitteln von Umfang und Flächeninhalt einfacher ebener Figuren“ (BMBWF, 2023, S. 2). Die Begriffsbildungen sollen handelnd und spielerisch durch Nachbauen, Formen, Falten oder Zeichnen erfolgen. Eine besondere Bedeutung sollen auch achsensymmetrische Figuren und das Herstellen von Querverbindungen zum Arbeiten mit Größen bekommen. Im Lehrplan der Allgemeinen Sonderschule werden die einzelnen Themengebiete im Bereich der Geometrie in reduzierter Form aufgegriffen und bearbeitet.

Gerade im inklusiven Mathematikunterricht neigen Lehrpersonen dazu, dass die Schülerinnen und Schüler entweder an individuellen Aufgaben arbeiten oder separat in Kleingruppen außerhalb des regulären Unterrichts gefördert werden (Nührenböcker & Pust, 2023, S. 8). Um den Kompetenzbereich Ebene und Raum inklusiv und differenziert im gemeinsamen Mathematikunterricht zu bearbeiten, hat diese Bachelorarbeit das Ziel, folgende Forschungsfrage zu beantworten:

„Wie können Themengebiete des mathematischen Inhaltsbereichs Geometrie mit Schülerinnen und Schülern der 2. und 3. Stufe einer Sonderschulklasse durch Lernumgebungen erarbeitet werden?“

In dieser Arbeit werden im ersten Schritt durch die Analyse unterschiedlicher Literatur wichtige Begrifflichkeiten geklärt. Nach der Literaturanalyse werden die gewonnen Erkenntnisse angewandt, indem die Autorin für ihre eigene Sonderschulklasse Lernumgebungen zu unterschiedlichen Themenbereichen der Geometrie erstellt.

Im theoretischen Teil werden zunächst die bestehende Heterogenität in Schulklassen und die damit einhergehenden Herausforderungen und Möglichkeiten im Mathematikunterricht beleuchtet. Im Zuge dessen werden auch grundlegende Inklusionsbegriffe geklärt und die Differenzierung durch Lernumgebungen erläutert. In einem nächsten Schritt werden der mathematische Inhaltsbereich Geometrie und dessen Anforderungen an den Mathematikunterricht in der Primarstufe beschrieben. Der praktische Teil der Arbeit befasst sich mit der Erstellung von Lernumgebungen für eine heterogene Lerngruppe. Als Probandengruppe wird die Sonderschulklasse der Autorin gewählt, für welche drei Lernumgebungen zu unterschiedlichen Themenbereichen der Geometrie entwickelt und erprobt werden. Schließlich werden im Fazit die wichtigsten Erkenntnisse der Arbeit zusammengefasst und die Ergebnisse dargestellt.

2 Grundlagen der Heterogenität

Lernumgebungen dienen der natürlichen Differenzierung einer heterogenen Lerngruppe im inklusiven Mathematikunterricht. Um die grundlegenden Begriffe sowie die Zusammenhänge und Bedeutsamkeit für den Mathematikunterricht zu klären, beschäftigt sich dieses Kapitel mit der Heterogenität von Lerngruppen, den damit notwendigen Differenzierungsmaßnahmen im Unterricht und dem Inklusionsbegriff.

2.1 Heterogenität von Lerngruppen

Die Mitglieder einer Lerngruppe unterscheiden sich im schulpädagogischen Kontext hinsichtlich ihrer Vorerfahrungen, ihres Vorwissens, ihres Lerntempos und ihrer Lernstrategien voneinander. Schulen und Lehrpersonen stehen vor der täglichen Herausforderung wie Unterricht gestaltet werden kann, ohne die Bedürfnisse der einzelnen Mitglieder der Lerngruppe zu vernachlässigen. Das folgende Unterkapitel befasst sich mit der Begriffsklärung von Heterogenität sowie den damit einhergehenden Lehrplananforderungen und stellt Österreichs Umgang mit Heterogenität an Schulen in einen internationalen Vergleich.

2.1.1 Begriffsklärung

In der Schulpraxis werden Lerngruppen aus den sich ergebenden Unterschieden als heterogen bezeichnet. Der Begriff heterogen lässt sich aus den griechischen Wörtern *heteros* (griech. „anders, abweichend“) und *genos* (griech. „Art, Gattung“) ableiten und bedeutet im erweiterten Sinn so viel wie andersgeartet und ungleichartig (Van Arkel et al., o. J.a). In der Schulpädagogik wird Heterogenität oft als Synonym für Verschiedenheit und Vielfalt verwendet. Heterogenität ist eine Bezeichnung, die sich nicht auf einzelne Subjekte, sondern nur auf eine Gruppe beziehen kann. Der Ausdruck bezeichnet die Unterschiede der Gruppenmitglieder, aber auch deren Gleichartigkeiten. Alle Mitglieder einer heterogenen Gruppe lassen sich nach gemeinsamen Merkmalen beschreiben. Ausschlaggebend dafür ist immer, welche Kriterien für den Vergleich von Gruppenmitgliedern herangezogen werden. (Trautmann & Wischer, 2011, S. 38) Eine Gruppe kann hinsichtlich eines Merkmals als homogen (griech. „einheitlich, gleichartig“) (Van Arkel et al., o. J.b) und hinsichtlich eines anderen Merkmals als heterogen bezeichnet werden. Außerdem handelt es sich bei den Bezeichnungen immer um einen zeitlich und räumlich begrenzten Zustand. Eine Gruppe, die als heterogen bezeichnet wird, muss nicht heterogen bleiben. Es gibt eine unendliche Anzahl an Merkmalen, nach denen man eine Gruppe als heterogen klassifizieren kann, wie beispielsweise Geschlecht, Haarfarbe, Körpergröße, Charaktereigenschaften, Interessen oder sozioökonomischer Status. Lerngruppen

werden häufig hinsichtlich ihrer kognitiven Leistungsfähigkeit, ihrer sozialen Herkunft, ihres Alters und ihres Geschlechts als heterogen bezeichnet. Mitglieder einer Lerngruppe können sich in unterschiedlichen Dimensionen mehr oder weniger ähnlich sein. Lehrpersonen müssen entscheiden, welche Merkmale, die zur Klassifizierung herangezogen werden, für das schulische Lernen und somit für die erfolgreiche Planung und Umsetzung des Unterrichts, relevant sind. Zudem ist nicht nur die alleinige Auswahl der Merkmale für die Unterrichtsplanung bedeutsam, sondern auch deren Ausprägung. (Trautmann & Wischer, 2011, S. 37ff.)

2.1.2 Lehrplananforderungen

Lehrpläne bilden die Grundlage der eigenständigen und eigenverantwortlichen Unterrichts- und Erziehungsarbeit für Lehrpersonen. Sie werden im Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung entwickelt und legen die Kompetenzen fest, über welche Schülerinnen und Schüler am Ende eines Schuljahres verfügen sollen. In einer Allgemeinen Sonderschule müssen Lehrpersonen Kinder einer Klasse oft nach unterschiedlichen Lehrplänen unterrichten, was die Lerngruppe noch heterogener macht und einen differenzierten Unterricht voraussetzt. Die didaktischen Grundsätze, welche in jedem Lehrplan enthalten sind, legen die didaktischen Prinzipien für das Unterrichtsgelingen fest und weisen auf den Umgang mit heterogenen Lerngruppen hin. Der Lehrplan der Volksschule betont, dass Schülerinnen und Schüler in verschiedenen Bereichen wie Sozialverhalten, Kommunikation, Selbstständigkeit, Interessen und Motivation unterschiedlich sind. Für ein erfolgreiches Unterrichten, sollte auf diese Unterschiede eingegangen werden, um Über- oder Unterforderung zu vermeiden. Maßnahmen der Individualisierung und inneren Differenzierung werden als entscheidend für eine erfolgreiche Förderung aller Schülerinnen und Schüler betrachtet. Dabei können unterschiedliche Gruppierungen und Verfahren wie Aufgabenvariationen, Sozialformen und Medieneinsatz genutzt werden. Die Schule sollte mit geeigneten Ressourcen ausgestattet sein, um die Umsetzung dieser Maßnahmen zu unterstützen. Förderunterricht wird als Möglichkeit zur gezielten Unterstützung von Lernprozessen und zum Schließen von Lücken betont. (BKA, 2023a, S. 23) Der Lehrplan der Sondererziehungsschule gilt für Schülerinnen und Schüler mit besonderen Bedürfnissen im sozial-emotionalen Bereich. Für diese Schülerinnen und Schüler gilt der dem Alter und der Bildungsfähigkeit entsprechende Lehrplan, der Lehrplan der Sondererziehungsschule ist als Zusatz zum jeweiligen Lehrplan zu verstehen. Es wird betont, dass auf die Lebensumstände und Bedürfnisse erziehungsschwieriger Kinder mit verhaltenspädagogischen Maßnahmen und Beziehungsangeboten eingegangen werden soll. Die Unterrichtsplanung soll individuellen Bedürfnissen und Leistungsfähigkeiten angepasst sein. Ein handlungsorientierter Unterricht und die Entwicklung von Selbst-, Sozial-, Sach- und Methodenkompetenz stehen im Vordergrund. Kooperation und Vernetzung mit verschiedenen pädagogischen Einrichtungen

werden als entscheidend für die umfassende Unterstützung erachtet. (BKA, 2020a, S. 2f.) Der Unterricht an Allgemeinen Sonderschulen sollte sich ebenfalls an den individuellen Bedürfnissen, Vorkenntnissen und Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler orientieren. Die Fördermaßnahmen sollen auf den unterschiedlichen Voraussetzungen in Wahrnehmung, Motorik, Sprache, Kognition und sozialer Identität basieren. Lehrpersonen haben die Aufgabe, die Schülerinnen und Schüler ganzheitlich zu bilden und ihre Selbsttätigkeit und Eigenverantwortung zu stärken. Ein lebensbedeutsamer Unterricht, der Selbstständigkeit fördert, wird durch praktisches Handeln, Experimentieren und offene Lernformen erreicht. Individuelle Förderpläne dienen der spezifischen Planung, um die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler zu berücksichtigen. Der Unterricht soll schülerzentriert, handlungsorientiert und differenziert sein, um den Lernprozess nachhaltig zu gestalten. (BKA, 2023b, S. 13f.) Der Lehrplan der Sonderschule für Kinder mit erhöhtem Förderbedarf betont unter anderem die Sicherung existentieller Bedürfnisse, die Anregung basaler Lernprozesse, die Vermittlung von Lebensfähigkeiten, die Ermöglichung von Erfahrungen, die Förderung der individuellen Persönlichkeitsentfaltung und das Streben nach psychischer Stabilität. Soziale Erziehung und Selbsttätigkeit spielen eine zentrale Rolle, ebenso wie Methodenvielfalt. Der Unterricht soll die Schülerinnen und Schüler dazu befähigen, ihre individuellen Kommunikationssysteme aufzubauen und zu nutzen. (BKA, 2020b, S. 14ff.)

2.1.3 Österreichs Umgang mit Heterogenität im internationalen Vergleich

Die OECD-Studie PISA ist eine internationale Studie, welche alle drei Jahre durchgeführt wird und Schülerinnen und Schüler im Alter von 15 bzw. 16 Jahren in Lesekompetenz, Mathematik und Naturwissenschaften testet. PISA ermöglicht Vergleiche zwischen den Bildungssystemen unterschiedlicher Länder und bietet den teilnehmenden Staaten eine Grundlage für bildungspolitische Entscheidungen und Reformen. An der PISA-Studie 2022 wurden international über 690.000 Schülerinnen und Schüler getestet, in Österreich per Zufallsstichprobe 6.151 an 302 Schulen. (Toferer et al., 2023, S. 9ff.) Die PISA-Studie veröffentlicht nicht nur Informationen bezüglich der Kompetenzen, sondern liefert auch vielfältige Informationen über die Bildungsfairness der teilnehmenden Länder. Nach der PISA-Definition bedeutet Fairness in der Bildung, „allen Schüler*innen unabhängig von ihrem Hintergrund die Möglichkeit zu geben, ihr Lernpotenzial voll auszuschöpfen. In einem fairen Bildungssystem dürfen die Lernerfolge nicht von Hintergrundfaktoren wie dem sozioökonomischen Status der Familien, einem etwaigen Migrationshintergrund oder dem Geschlecht abhängig sein“. (OECD, 2023, S. 121) Die Bildungssysteme der Länder Dänemark, China, Finnland, Irland, Kanada, Korea, Japan, Lettland und dem Vereinigten Königreich werden von PISA demnach als sehr gerecht bezeichnet. Diesen Ländern gelingt es nicht nur „ein hohes Maß an sozioökonomischer Fairness“ (OECD, 2023,

S. 120) zu gewährleisten, sondern zugleich auch sicherzustellen, dass ein großer Anteil der Schülerinnen und Schüler in den getesteten Bereichen das Grundkompetenzniveau erreichen konnte. In Österreich zeigen die Ergebnisse, dass Jugendliche mit Migrationshintergrund niedrigere Kompetenzen in Lesen, Mathematik und Naturwissenschaft aufweisen. Soziale Disparitäten zwischen sozial privilegierten und benachteiligten Jugendlichen haben sich vergrößert, möglicherweise durch unterschiedliche Lernunterstützung während der COVID-19-Pandemie. Zudem zeigen sich auch in der Geschlechterdimension große Unterschiede. Österreich liegt international im Spitzenfeld bezüglich der Geschlechterunterschiede in der Mathematikkompetenz zugunsten von Jungen. Diese Ergebnisse machen deutlich, dass im österreichischen Bildungssystem derzeit keine Bildungsfairness gewährleistet wird, obwohl in den Lehrplänen gesetzlich festgelegt ist, wie Lehrpersonen mit heterogenen Lerngruppen umzugehen haben. Das Ziel migrationsspezifischer Leistungsdisparitäten zu verringern, muss weiterhin im Fokus der Bildungspolitik stehen und zum Erreichen des Ziels der Geschlechtergerechtigkeit zeigt sich vor allem in Mathematik Handlungsbedarf. Laut dem Institut des Bundes für Qualitätssicherung im österreichischen Schulwesen steht eine individuelle und gezielte Förderung zum Defizitausgleich im Fokus und durch den Ausbau der Ganztagschulen wird eine Möglichkeit gesehen, die Chancenungleichheiten zu reduzieren. (Toferer et al., 2023, S. 122f.)

2.2 Differenzierung im Unterricht

Aus dem vorherigen Unterkapitel geht hervor, wie notwendig es ist, gezielt pädagogische Maßnahmen zu setzen, um den individuellen Bedürfnissen und Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler gerecht zu werden und ihnen ein effektives Lernen zu ermöglichen. Lehrpersonen müssen unterschiedliche Differenzierungsmaßnahmen anwenden, um sicherzustellen, dass alle Schülerinnen und Schüler die Chance haben, erfolgreich zu lernen. Das folgende Unterkapitel gibt einen Überblick darüber, wie Unterricht im Kontext der Heterogenität einer Lerngruppe differenziert gestaltet werden kann.

2.2.1 Innere und äußere Differenzierung

Es kann zwischen innerer und äußerer Differenzierung unterschieden werden. Äußere Differenzierungsansätze sind schulorganisatorische Strategien, die über eine einzelne Klasse hinausgehen. Im weiteren Sinn meint äußere Differenzierung die Strukturierung des Schulsystems nach Jahrgangsstufen oder Schulart. Im engeren Sinne kann sich äußere Differenzierung auch auf die Zuordnung von Schülergruppen zu möglichst homogenen Lerngruppen beziehen, durch diese Einteilungen können jedoch nur begrenzt homogene Gruppen erzielt werden. Die

innere Differenzierung ist deshalb maßgeblich für die didaktisch-methodische Unterrichtsgestaltung, indem durch Individualisierung versucht wird, den heterogenen Lerngruppen gerecht zu werden. Bei einer inneren Differenzierung des Unterrichts berücksichtigt die Lehrperson in der Planung, Vorbereitung und Gestaltung des Unterrichts die vielfältigen Unterschiede der einzelnen Schülerinnen und Schüler. (Riedl, 2008, S. 2)

2.2.2 Formen innerer Differenzierung

Um den Unterricht mittels innerer Differenzierung zu gestalten, unterscheidet man in der Praxis verschiedene Differenzierungsarten. Soziale Differenzierung meint die Einteilung in Einzelarbeit, Partnerarbeit oder Gruppenarbeit. Durch methodische Differenzierung plant man den Unterricht beispielsweise als Lehrgang oder Projektarbeit. Mediale Differenzierung ist die Medienauswahl wie Bücher, Arbeitsblätter oder digitale Hilfsmittel. Als quantitative Differenzierung bezeichnet man entweder die gleiche Arbeitszeit für einen unterschiedlichen Inhaltsumfang oder eine unterschiedliche Arbeitszeit für denselben Inhaltsumfang. Im Gegensatz dazu gibt man den Schülerinnen und Schülern bei der qualitativen Differenzierung Aufgabenstellungen auf unterschiedlichen Schwierigkeitsniveaus vor. Eine weitere Methode wäre die inhaltliche Differenzierung, bei welcher die Schülerinnen und Schüler die zu bearbeitenden Inhalte selbst wählen dürfen. Diese Differenzierungsmethoden konnten sich in Studien zwar alle beweisen, jedoch beruhen alle auf Vorgaben der Lehrperson oder der Medien. Durch den Fokus auf die Differenzierungsmethode wird oft der Inhalt vernachlässigt. An dieser Stelle kommt die natürliche Differenzierung ins Spiel, bei welcher eine wünschenswerte und bewusst genutzte Differenzierungsmethode wirksam werden kann. (Krauthausen & Scherer, 2010, S. 4)

2.2.3 Natürliche Differenzierung

Natürliche Differenzierung zeichnet sich dadurch aus, dass alle Mitglieder einer Lerngruppe dasselbe Lernangebot erhalten. Die Lehrperson bereitet also keine Vielzahl an unterschiedlichen Materialien vor, sondern stellt allen Schülerinnen und Schülern als Lernangebot dieselbe übergeordnete Problemfrage anhand einer Aufgabenstellung oder eines Arbeitsblattes. Um das Lernangebot der inhaltlichen Ganzheitlichkeit und Komplexität entsprechend anzubieten, erfordert es einen gut durchdachten fachlichen Organisationsrahmen, der sich von traditionellen Vorgaben wie Schulbüchern unterscheidet. Die natürliche Differenzierung ermöglicht unterschiedliche Schwierigkeitsgrade in den Fragestellungen, die Schülerinnen und Schüler haben die Freiheit, das Niveau auszuwählen, auf dem sie die Problemstellung bearbeiten möchten. Diese individuelle Wahl fördert die realistische Selbsteinschätzung. Nicht nur das

Bearbeitungsniveau, sondern auch die Hilfsmittel, Wege und Darstellungsweisen werden von den Kindern selbst ausgewählt. Hierbei ist zu beachten, dass nicht alle Darstellungsformen von allen Schülerinnen und Schülern entdeckt werden können, weshalb unterstützende Begleitung maßgebend ist. Die Methode fördert auch das soziale Miteinanderlernen, da unterschiedliche Bearbeitungen und Zugangsweisen in einen interaktiven Austausch gebracht werden. Dieser Austausch ermöglicht es den Mitgliedern der Lerngruppe, sich mit verschiedenen Auffassungen und alternativen Denkweisen auseinanderzusetzen und sich in unterschiedlichen Bereichen selbstständig zu vertiefen. (Krauthause & Scherer, 2010, S. 5f.)

2.3 Inklusion

Die vorherigen Unterkapitel machen deutlich, wie essenziell ein schülerorientierter und differenzierter Unterricht in heterogenen Lerngruppen ist. Das folgende Unterkapitel widmet sich dem Inklusionsbegriff – ein Schlagwort, an dem Lehrpersonen und alle am Schulsystem Beteiligten in den letzten Jahrzehnten kaum mehr vorbeikamen.

Inklusion fokussiert als Zielgruppe einerseits Menschen mit Behinderungen und somit im schulpädagogischen Kontext auch jene Schülerinnen und Schüler mit erhöhtem Förderbedarf und andererseits auch andere Ungleichheitskategorien wie soziale Herkunft oder ethnische Zugehörigkeit (Blasse, 2015, S. 50). Laut Barth (2020, S. 20) bedeutet Inklusion die gemeinsame Gestaltung eines Systems, indem alle gleichermaßen wertgeschätzt werden. Sie versteht Inklusion als „partizipativen Prozess werteorientierten Denkens und Handelns“. Niemand soll im System aufgrund von Ungleichheitskategorien ausgegrenzt werden, im Gegenteil soll Vielfalt erkannt und wertgeschätzt werden. Alle sollen die gleichen Rechte und Chancen haben und mit Respekt und Wertschätzung behandelt werden. (Barth, 2020, S. 20) Auch die Behindertenrechtskonvention behandelt die Chancengleichheit und die Notwendigkeit gleicher Rechte. In Artikel 24 der Konvention garantierten die Vertragsstaaten bereits im Jahr 2006 „ein integratives Bildungssystem auf allen Ebenen“ (BMSGPK, 2016, S. 19) und stellten dabei sicher, „dass Menschen mit Behinderungen ohne Diskriminierung und gleichberechtigt mit anderen Zugang zu allgemeiner tertiärer Bildung, Berufsausbildung, Erwachsenenbildung und lebenslangem Lernen haben“ (BMSGPK, 2016, S. 21). Ziel soll es sein, das Selbstwertgefühl der Betroffenen voll zur Entfaltung zu bringen, die Menschenrechte zu achten und die Grundfreiheiten zu stärken. Menschen mit Behinderungen sollen zur „wirksamen Teilhabe an einer freien Gesellschaft“ (BMSGPK, 2016, S. 20) befähigt werden. Um diese Ziele umzusetzen, dürfen betroffene Schülerinnen und Schüler auf Grundlage dieses Artikels vom unentgeltlichen und verpflichtenden Schulbesuch nicht ausgeschlossen werden, denn das allgemeine

Bildungssystem muss jedem zugänglich sein. (BMSGPK, 2016, S. 20f.) Laut Hopf und Kronauer (2016, S. 24f.) bezieht sich die Konvention nicht nur auf die Inklusion von Menschen mit Behinderung in ein gemeinsames Schulsystem, sie betrachtet Behinderung als einen speziellen Fall jeglicher Benachteiligung, insbesondere bedingt durch soziale Einschränkungen. Demnach darf Inklusion nicht nur auf die Bedürfnisse von Menschen mit Behinderungen abzielen, sondern muss auch soziale Ungerechtigkeiten allgemein in den Blick nehmen, um ein umfassenderes Verständnis von Gerechtigkeit und Gleichberechtigung zu fördern. Die Konvention plädiert für eine breitere Anerkennung der unterschiedlichen Ausgangsbedingungen und Bedürfnisse von Menschen sowie für eine umfassendere Vorstellung von Gerechtigkeit, die über individuelle Leistungen hinausgeht und auch soziale Gerechtigkeit einschließt. Dieses Inklusionsverständnis meint ein gemeinsames Lernen in einem inklusiven Bildungssystem. Dieses System berücksichtigt die Bedürfnisse verschiedener sozial benachteiligter Gruppen durch spezielle Bemühungen und betrachtet das Erreichen von Grundkompetenzen in allen schulischen Lernbereichen nicht nur als allgemeines Ziel, sondern als Selbstverpflichtung der Schulen. Dieses Inklusionskonzept ist nicht nur zeitgemäß, sondern auch der gesellschaftspolitischen Herausforderung der Inklusion angemessen und ein Ideal zum Umgang mit heterogenen Lerngruppen. (Hopf & Kronauer, 2016, S. 25)

2.4 Resümee

Das Kapitel betont die Bedeutung der Anerkennung von Vielfalt und Differenzierung im Bildungsbereich und zeigt Herausforderungen und verschiedene Ansätze auf, um heterogene Lerngruppen erfolgreich zu fördern und den inklusiven Ansatz im Bildungssystem zu stärken. Obwohl die Lehrpläne den Lehrpersonen vorschreiben, die Schülerinnen und Schüler nach Maßnahmen der Individualisierung und inneren Differenzierung zu unterrichten, erweist sich das österreichische Bildungssystem in der PISA-Studie 2022 als ungerecht. Jugendliche mit Migrationshintergrund erzielen niedrigere Leistungen und die soziale Ungleichheit zwischen sozial privilegierten und benachteiligten Jugendlichen hat sich vergrößert. Zudem zeigen sich auch in Mathematik große geschlechterspezifische Unterschiede zugunsten von Jungen. Um diesen Ungleichheiten entgegenzuwirken und alle Schülerinnen und Schüler entsprechend ihrer Bedürfnisse zu fördern, eignen sich natürliche Differenzierungsmaßnahmen. In einem fachlichen Organisationsrahmen stellt die Lehrperson allen Schülerinnen und Schülern dieselbe Aufgabenstellung. Die Schülerinnen und Schüler haben die Freiheit, das Niveau, auf dem sie die Problemstellung bearbeiten möchten, Hilfsmittel, Wege und Darstellungsweisen frei auszuwählen. Die unterschiedlichen Bearbeitungen und Zugangsweisen werden in einen interaktiven Austausch gebracht, dieser ermöglicht es den Mitgliedern der Lerngruppe, sich mit

verschiedenen Auffassungen und alternativen Denkweisen auseinanderzusetzen und sich in unterschiedlichen Bereichen selbstständig zu vertiefen. Durch natürliche Differenzierung wird versucht, dem Konzept von schulischer Inklusion gerecht zu werden – einem System, indem niemand aufgrund von Ungleichheitskategorien ausgegrenzt werden soll und Vielfalt erkannt und wertgeschätzt wird. Laut Nührenbörger und Pust (2023, S. 7) wird im Mathematikunterricht durch qualitative oder quantitative Differenzierungsangebote, welche durch die Lehrperson gesteuert werden, einerseits ein individualisiertes Aufgabenangebot für die einzelnen Schülerinnen und Schüler kaum zu erreichen sein und andererseits werden die Aktivitäten auf die ausgewählten Inhalte der Lehrperson reduziert und Chancen eines aktiv-entdeckenden Mathematikunterrichts bleiben ungenutzt. Das nächste Kapitel befasst sich deshalb mit den Herausforderungen und Möglichkeiten eines heterogenen Mathematikunterrichts.

3 Heterogener Mathematikunterricht

In den Schulfächern Deutsch oder Sachunterricht sind natürliche Differenzierungsangebote bereits eine verbreitete Unterrichtspraxis. Im Mathematikunterricht wird eine Umsetzung aufgrund der strukturierten Erarbeitung der Inhalte als schwierig empfunden. (Nührenbörger & Pust, 2023, S. 7) Das folgende Kapitel widmet sich deshalb dem heterogenen Mathematikunterricht und behandelt Herausforderungen, Leitideen, Differenzierungsmodelle und die Umsetzung von Lernumgebungen im Unterrichtsfach Mathematik.

3.1 Herausforderungen eines heterogenen Mathematikunterrichts

Die bestehende Heterogenität ist für die Umsetzung eines differenzierten Mathematikunterrichts aufgrund der hierarchisch aufbauenden Stoffanordnung einerseits eine große Herausforderung (Nührenbörger & Pust, 2023, S. 7), zugleich aber machen heterogene Lerngruppen den Unterricht diskursiv und interessant, da die unterschiedlichen Strategien, Überlegungen und Ergebnisse der Schülerinnen und Schüler faszinierend und gewinnbringend für die gesamte Lerngruppe sind (Hirt & Wälti, 2022, S. 15). Bei dem Versuch, den individuellen Lernbedürfnissen im Mathematikunterricht gerecht zu werden, rückt auch die Frage in den Vordergrund, welche diagnostischen Werkzeuge im Vorfeld notwendig sind. Für eine individuelle Förderung ist das Wissen der mathematischen Grundvorstellungen und der Fehlermuster eine entscheidende Voraussetzung. (Nührenbörger & Pust, 2023, S. 7)

Um Schülerinnen und Schüler in Hinblick auf ihre unterschiedlichen Lernausgangslagen, Lernbedürfnisse und Leistungsfähigkeiten zu identifizieren, spielt die Förderdiagnostik eine wichtige Rolle. Die gezielte Förderung lässt sich jedoch nicht nur aus den Ergebnissen der Förderdiagnostik ableiten, sondern bedarf auch der Absicherung durch entsprechende fachdidaktische Konzepte. Diagnose- und Handlungskompetenz sind somit starke Einflussfaktoren für einen erfolgreichen differenzierten Mathematikunterricht. (Hußmann et. al., 2015, S. 9) Aufgrund der bestehenden Heterogenität und den entsprechend hohen Anforderungen an den Mathematikunterricht neigen Lehrpersonen häufig dazu, dass sie den Schülerinnen und Schüler nur individuell ausgewählte Aufgaben anbieten. Eine mangelnde inhaltliche Öffnung des Mathematikunterrichts und das Ausbleiben natürlicher Differenzierungsangebote führen jedoch dazu, dass kein Raum für individuelle Interessen, Fähigkeiten oder Lernstrategien bleibt. Dadurch geht die integrative Förderung wichtiger Schlüsselqualifikationen wie Selbstständigkeit und Eigenverantwortlichkeit verloren. (Nührenbörger & Pust, 2023, S. 7f.)

3.2 Leitideen eines inklusiven Mathematikunterrichts nach Selter

Inklusiver Mathematikunterricht bedeutet gemeinsames Lernen und die Teilhabe aller, unabhängig von den Bedürfnissen, sozioökonomischen Hintergründen oder Vorerfahrungen. Es soll ein Gleichgewicht zwischen individueller Förderung und gemeinsamer Lernsituationen gefunden werden, damit jedes Kind entsprechend seiner Bedürfnisse erfolgreich lernen kann. Man benötigt dafür keine spezielle Didaktik, sondern bewährte Unterrichtsideen können genutzt und durch Differenzierungsmethoden erweitert werden. Folgend werden vier Leitideen für einen inklusiven Mathematikunterricht vorgestellt. (Selter, o. J.b)

3.2.1 Aufgaben adaptieren

Um ein gemeinsames Lernen am gemeinsamen Gegenstand zu ermöglichen, können Aufgaben an unterschiedlichen Lernvoraussetzungen adaptiert werden. Dadurch kann sowohl eine individuelle Förderung als auch ein interaktiver Austausch hergestellt werden. Lernaufgaben, die sich zur Adaption eignen, sollen dazu beitragen, dass die Schülerinnen und Schüler, die dem Lehrplan entsprechenden inhaltlichen Kompetenzen erreichen können. Die Aufgaben sollen für die Lebenswelt der Kinder sinnvoll sein, an Vorwissen anknüpfen und trotz Individualisierung einen fachlichen Austausch ermöglichen. Die Adaption der Aufgaben kann auf verschieden Arten erfolgen:

1. Anforderungsbereiche: Durch unterschiedliche Anforderungsbereiche innerhalb einer Aufgabenstellung verändert sich das Aufgabenniveau. Während ein Kind eine Aufgabe löst, kann ein anderes Kind bereits Zusammenhänge erkennen oder Begründungen finden.
2. Tipps und Herausforderungen: Das Aufgabenniveau wird durch Hilfestellungen oder Zusatzaufgaben erleichtert oder vertieft.
3. Verwandte Aufgaben: Die Lehrperson bereitet zwei inhaltlich idente Aufgaben vor, das Aufgabenniveau ist unterschiedlich und die Schülerinnen und Schüler wählen das Niveau selbst.
4. Offene Aufgaben: Alle Lernenden erhalten dieselbe Aufgabe, können aber selbst entscheiden, wie sie die Aufgabe bearbeiten.
5. Darstellungsformen: Durch die Bereitstellung unterschiedlicher Darstellungsformen wie Material oder Bilder wird die Bearbeitung der Aufgabe erleichtert.
6. Vorgehensweisen: Die Lernenden können zur selbstständigen Bearbeitung der Aufgaben unterschiedliche Vorgehensweisen frei wählen.

7. Forschermittel: Durch das Bereitstellen von Forschermitteln (Plättchen, Kärtchen, etc.) sollen die Lernenden Muster und Strukturen erkennen und Entdeckungen darstellen, begründen und erklären. (Selter, o. J.c)

3.2.2 Diagnosegeleitet fördern

Ein guter Mathematikunterricht soll an den individuellen Lernvoraussetzungen und -bedürfnissen anknüpfen. Dafür muss die Unterrichtsplanung auf diagnostischen Erkenntnissen aufbauen. Die Lehrperson muss Lernstand, Lernprozesse, Lernmöglichkeiten und Lernerträge der Lernenden beobachten und analysieren. Gerade während selbstständiger Lernphasen ergibt sich die Möglichkeit, einzelne Lernende genauer in den Blick zu nehmen. Oftmals ist es auch notwendig, Tests zur Feststellung eines punktuellen Lernstands durchzuführen. Anhand der diagnostischen Erkenntnisse können die Schülerinnen und Schüler durch individuelle Förderung beim Lernen unterstützt werden. Bei einer individuellen Förderung sollen die Lernenden in ihrer Persönlichkeitsentwicklung gestärkt werden, die Lehrperson muss bei der Planung von Förderung die Anforderungen des Lehrplans und den Klassenunterricht beachten. Diagnose und Förderung sind demnach nicht getrennt voneinander zu sehen, sondern als kontinuierlicher Kreislauf. Die Verbindung beider Elemente ist die Interpretation der erhobenen Daten. Diagnose, Interpretation und Förderung müssen in ständiger Wechselwirkung in die Unterrichtspraxis einfließen. Ein weiterer wesentlicher Bestandteil diagnostischer und fördernder Handlungen sind gezielt geplante Diagnose- und Fördergespräche. Diese liefern vielseitige Erkenntnisse zu der Arbeitsweise der Lernenden und leiten zielführende Fördermaßnahmen ein. (Selter, o. J.d)

3.2.3 Austausch anregen

Gerade im inklusiven Mathematikunterricht ist es wichtig darauf zu achten, dass es durch die individuelle Förderung der Lernenden zu keiner Vereinzelung kommt, sondern durch einen interaktiven Austausch gemeinsame Lernsituationen initiiert werden. Die Herausforderung am Austausch ist es, andere zu verstehen und selbst verstanden zu werden. Die Lehrperson muss die Lernenden in beiden Aspekten unterstützen, damit über Entdeckungen und Lösungswege ein beidseitiges verbales und non-verbales Verständnis entwickelt werden kann. Die Interaktion mit vielfältigen Gedanken anderer im Mathematikunterricht stellt eine bedeutende Chance dar, die Vielfalt als Ressource zu nutzen und die Schülerinnen und Schüler zu einem kritischen Denken und einer fragenden Haltung zu ermutigen. Eine gründliche Analyse des mathematischen Lerngegenstandes ist notwendig, um mathematische Gespräche zwischen Lernenden zu ermöglichen. Die Möglichkeit für individuelle Auseinandersetzung mit dem

Gegenstand vor dem gemeinsamen Austausch schafft eine Grundlage für eine effektive Teilnahme.

Die gezielte Förderung von unterschiedlichen Darstellungsweisen unterstützt die Vielfalt der Lernenden und erleichtert den Austausch im Unterricht. Durch die Bereitstellung anregender Aufgaben, methodische Unterstützung des Austauschs und eine sensibilisierte pädagogische Haltung wird ein förderlicher Rahmen für mathematische Gespräche geschaffen. (Selter, o. J.e)

3.2.4 Effektiv üben

Üben nimmt in allen Phasen des mathematischen Lernprozesses eine zentrale Rolle ein. Gerade bei Kindern mit Rechenschwierigkeiten wird der Schwerpunkt leider häufig auf Auswendiglernen gelegt. Dies passiert zwar in der guten Absicht die Lernenden nicht zu überfordern, um Rechenschwierigkeiten zu überwinden müssen jedoch der Aufbau von Grundvorstellungen oder das Nutzen von Beziehungen thematisiert und geübt werden. PIKAS formuliert vier Übungsphasen. Durch grundlegendes Üben mit geeignetem Material und sprachlichen Mitteln können Zahl- und Operationsvorstellungen aufgebaut werden, da zu Handlungen gedankliche Vorstellungen entwickelt werden. Entdeckendes Üben soll dazu führen, Zahl- und Aufgabenbeziehungen zu erkennen und zu festigen und durch vernetztes Üben soll dieses Erkenntnis zum Lösen der Aufgaben genutzt werden. Erst wenn die mathematischen Inhalte ausreichend verstanden wurden, können im letzten Schritt durch das sichernde Üben Aufgabenergebnisse automatisiert werden. (Selter, o. J.f)

3.3 Lernumgebungen im Mathematikunterricht

Die Adaption der Aufgaben, Diagnose und Förderung sowie Austausch und effektives Üben sind bereits wichtige Bestandteile eines schülerorientierten, inklusiven Mathematikunterrichts. Eine natürliche Differenzierungsmethode ist das Unterrichten mit Lernumgebungen. Folgend werden die Leitgedanken und Grundlagen für Lernumgebungen im Mathematikunterricht dargestellt und das Unterrichten mit Lernumgebungen erläutert.

3.3.1 Leitgedanken

Laut Wollring (2008, S. 9) erwähnen den Begriff der Lernumgebungen erstmals Friedrich und Mandl (1977) und stellen ihn als ein „systematisches Einbinden von Eigenproduktion“ dar. Sieht man das Lehren und Lernen aus der konstruktivistischen Grundposition, sollte der mathematische Unterrichtsrahmen ein selbstbestimmtes, aktiv-entdeckendes und soziales

Lernen im interaktiven Austausch ermöglichen (Peter-Koop et al., 2009, S. 9). Die Lehrperson hat die Aufgabe, ihre Schülerinnen und Schüler als aktiv autonome Lernende zu sehen (Hirt & Wälti, 2022, S. 12) und sie in ihrem Lernprozess durch effiziente Beratung zu unterstützen (Peter-Koop et al., 2009, S. 10). Dafür muss die Lehrperson über ein vielfältiges Fachwissen verfügen und die Vielfalt der möglichen Ergebnisse und Strategien kennen (Hirt & Wälti, 2022, S. 12), um für die Kinder eine sachliche Quelle für verlässliche Informationen zu sein. Zur Schaffung einer Unterrichtskultur der Anerkennung, muss die Lehrperson, durch eine kompetenzorientierte Sicht, die Teilleistungen der Lernenden mit positiver Anerkennung in den Lernprozess der Lerngruppe aufnehmen, auch wenn es nicht vollständige Strategien oder Lösungen sind. (Peter-Koop et al., 2009, S. 10) Somit wird das Selbstkonzept der Lernenden durch Wertschätzung gestärkt (Hirt & Wälti, 2022, S. 13). Die Realisierung von Lernumgebungen entwickelt mit zunehmender Erfahrung der Lehrperson den Freiraum, sich durch Beobachtungen, diagnostische Erkenntnisse oder im Gespräch, den Lernenden zuzuwenden und mehr über die Denkweisen und Lernwege der einzelnen Schülerinnen und Schüler zu erfahren (Peter-Koop et al., 2009, S. 6).

3.3.2 Grundlagen

Ausgehend von den Leitideen zu inklusivem Unterricht aus Kapitel 3.2 sind Lernumgebungen in Mathematik eine natürliche Erweiterung dieser. Lernumgebungen sind flexible Arbeitsanweisungen, basierend auf innermathematischen oder sachbezogenen Inhalten, die aus mehreren Teilaufgaben bestehen. Sie müssen den zentralen Inhalten des Mathematikunterrichts entsprechen (Hirt & Wälti, S. 13) und der Kern des Faches darf durch vermeintliche Aktivitäten nicht verloren gehen (Peter-Koop et al., 2009, S. 14). Den Lernenden muss eine Vielfalt an mathematischen Aktivitäten geboten werden (Hirt & Wälti, S. 13), damit sie ein positives Bildungserlebnis und eine Wertschätzung gegenüber dem Unterrichtsfach aufbauen können (Peter-Koop et al., 2009, S. 14). Damit die Lernumgebung der natürlichen Differenzierung entspricht, muss sie anpassungsfähig und ganzheitlich sein und die Eigentätigkeit sowie individuelle Denkweisen und Lernwege aller Lernenden initiieren. Die Aufgabe soll so konzipiert sein, dass ein sozialer Austausch über die mathematischen Inhalte ermöglicht wird. Damit eine Lernumgebung den Leitgedanken entspricht, muss sie als Organisationskonzept gesehen werden, das der konstruktivistischen Grundposition des Lehrens und Lernens nachkommt und durch ein positives Lernklima realisiert wird. Anstatt die Lernenden mit dem Erlernen aller sachlichen Informationen allein zu lassen, geht es um die Gestaltung und das Erfinden eigener Denkweisen, um auf Basis dieser, ergänzendes Sachwissen anzunehmen. (Hirt & Wälti, 2022, S. 13f.) Ein wesentlicher Gedanke bei der Vorbereitung von Lernumgebungen sollte die Balance zwischen dem Raum zum Gestalten und dem Raum zum Behalten sein. Der Raum zum Gestalten

kann den flexiblen Umgang mit Material fördern, der Raum zum Behalten soll ergänzend dazu gesehen werden und meint alle Formen der Dokumentation von Inhalten, die man für späteres Arbeiten benötigt und behalten sollte. (Peter-Koop et al., 2009, S. 16)

3.3.3 Mit Lernumgebungen unterrichten

Die Inszenierung der Lernumgebung erfolgt im ersten Schritt durch eine kurze, klare und verständliche Formulierung der Lernaufgabe. Nachdem diese präsentiert wird, sollten auch die Regeln und Erwartungen geklärt werden. Dieser Einstieg in die Unterrichtseinheit sollte in wenigen Minuten frontal gestaltet werden. Bei der Vorbereitung einer Lernumgebung sollten nach der Auswahl der Inhalte der Einsatzzeitpunkt und die Dauer festgelegt werden. Hierbei ist zu beachten, dass die Lernumgebung in längeren Unterrichtssequenzen organisiert werden sollte. In der ersten Phase der Lernumgebung werden die Lernenden auf ihrem eigenen mathematischen Niveau tätig. Sie aktivieren ihr Vorwissen und erstellen durch ihre Denkweise Rechnungen, bestimmen Ergebnisse und sammeln Daten. Wichtig ist in dieser Phase, dass die Lernenden noch eigenständig und ohne Hilfestellungen ihrer Mitschülerinnen und Mitschülern arbeiten. Die Lehrperson sollte beim Beobachten und im Gespräch mit Lernenden Schwierigkeiten wahrnehmen, sich mit Erklärungen jedoch zurückhalten. Sie unterstützt die Lernenden individuell und fachlich durch kurze Hinweise zum Vergleichen von Zahlen und Ergebnissen, zum Berechnen weitere Beispiele oder zur Beschreibung von Vorgängen. Durch solche Hinweise, die zum Weiterdenken anregen, wird eine individuelle und natürliche Differenzierung möglich. Das Produzieren von Daten leitet die nächste Phase ein – das Herstellen von Zusammenhängen und das Festhalten von Erkenntnissen. In dieser Phase können sich die Lernenden auch austauschen und mit fachlichen Gesprächen beginnen. Neben dem spontanen Austausch kann die Lehrperson auch fachliche Dialoge als Gruppen- oder Klassengespräche initiieren. Die Lehrperson kann die Organisationsform frei wählen, jedoch muss beachtet werden, dass sie entsprechend dem Bearbeitungsstand der Lernenden flexibel variiert werden kann. Da diese zweite Phase bereits ein hohes Maß an Konzentration erfordert, sollten die Lernenden an dieser Stelle nicht aus ihren Aktivitäten herausgerissen werden, da ein Wiedereintauchen in dieselben Denkweisen recht mühsam ist. Die Lehrperson muss deshalb immer genügend Zeit für die Vertiefung einplanen. Bei dem interaktiven Austausch der Lernenden wird das Ziel einer gemeinsamen Lernsituation realisiert, welche die Lehrperson anleiten kann, indem sie die Lernenden darauf hinweist, ihre Erkenntnisse zu vergleichen und Zahlen zu ordnen. (Hirt & Wälti, 2022, S. 14f.)

Die Schülerinnen und Schüler entwickeln bei der Arbeit mit Lernumgebungen hohe fachliche Kompetenzen, indem sie ihr Wissen einbringen, Zusammenhänge erkennen und beschreiben,

darstellen, operieren, interpretieren und reflektieren (Peter-Koop et al., 2009, S. 6). Auf die Entdeckungen, die die Lernenden anhand der Lernumgebung machen, kann man sich als Lehrperson insofern vorbereiten, indem man zuvor mögliche Ergebnisse und Ausgänge durchdenkt. Aus diesem Grund sind wichtige Grundlagen für das Unterrichten mit Lernumgebungen die Fachkompetenz, die diagnostische Kompetenz und die fachdidaktische Kompetenz der Lehrperson. Nur wer die größtmögliche Eigentätigkeit der Lernenden zulässt, kann die Chancen und Möglichkeiten einer Lernumgebung realisieren. (Hirt & Wälti, 2022, S. 18)

3.3.4 Förderorientierte Beurteilung

Im Mathematikunterricht werden häufig nur die richtig erzielten Ergebnisse bei Testaufgaben beurteilt. Dabei werden einerseits die Eigenproduktion und Überlegungen der Schülerinnen und Schüler zu wenig wertgeschätzt und andererseits werden nur einseitige operative Fähigkeiten überprüft. (Hirt & Wälti, 2022, S. 20) Nach dem Konzept der förderorientierten Beurteilung werden im Mathematikunterricht die Leistungen der Schülerinnen und Schüler nicht nur nach richtig oder falsch evaluiert, sondern auch danach, was Anerkennung verdienen sollte und welche Teilleistungen nutzbar sind und in die gemeinsame Arbeit miteinfließen können (Peter-Koop et al. S. 19). Die Beurteilung sollte immer im Sinne der individuellen Förderung geschehen, Schwächen werden zur förderorientierten Weiterarbeit aufgenommen. Außerdem sollten im Sinne der Ganzheitlichkeit Leistungen aus allen inhaltlichen und allgemeinen Kompetenzbereichen in der Gesamtbeurteilung berücksichtigt werden. Im Kontext der Heterogenität einer Lerngruppe sind nicht nur Aufgaben differenziert zu gestalten, sondern auch die Leistungsanforderungen. Da die Entwicklung von Kompetenzen Zeit benötigt, ist auch der Zeitbedarf auf die individuellen Bedürfnisse anzupassen. Beurteilungsanlässe sollen die Lernenden anregen, ihre Selbsteinschätzung zu verbessern. (Hirt & Wälti, 2022, S. 22) Die Evaluation soll nicht nur zur Erhebung des Lernstands der Lernenden dienen, sondern auch zur Optimierung der Lernumgebung (Peter-Koop et al. S. 19).

3.4 Resümee

Das Kapitel beschreibt die Herausforderungen eines heterogenen Mathematikunterrichts und die damit verbundenen Anforderungen an einen natürlich differenzierten Unterricht, der die Lernenden individuell fördert und in ihren eigenen Denkweisen und Lernwegen stärkt. Um ein gemeinsames Lernen und die Teilhabe aller zu ermöglichen, sollte man Lernaufgaben den unterschiedlichen Voraussetzungen entsprechend adaptieren, effektiv üben und den Lernprozess durch Diagnose, Interpretation und Förderung begleiten. Ein gemeinsames Lernen trotz

individueller Arbeitswege kann nur durch den interaktiven Austausch der Lernenden ermöglicht werden, bei dem die Vielfalt der unterschiedlichen Denkweisen als Ressource genutzt wird. Eine natürliche Differenzierungsmethode, die diese Anforderungen berücksichtigt, ist der Unterricht mit Lernumgebungen, der ein selbstbestimmtes, aktiv-entdeckendes und soziales Lernen fördert und durch die Anerkennung von Teilleistungen das Selbstkonzept der Lernenden stärkt. Durch eine kurze, klare und verständlich formulierte Lernaufgabe werden die Lernenden darin ermutigt, durch Eigenproduktion Lösungswege zu finden und ihre Denkweise durch den anschließenden interaktiven Austausch zu erweitern und Zusammenhänge zu erkennen. Auf die Entdeckungen, die die Lernenden anhand der Lernumgebung machen, kann man sich als Lehrperson nur vorbereiten, indem man zuvor mögliche Ergebnisse und Ausgänge durchdenkt. Nur wer die größtmögliche Eigentätigkeit der Lernenden zulässt, kann die Chancen und Möglichkeiten einer Lernumgebung realisieren. Die Beurteilung sollte immer im Sinne der individuellen Förderung und der Ganzheitlichkeit geschehen, in die Gesamtbeurteilung sollen Leistungen aus allen inhaltlichen und allgemeinen Kompetenzbereichen miteinfließen und die Leistungsanforderungen sowie der Zeitbedarf sind auf die individuellen Bedürfnisse abzustimmen. Die Unterrichtsevaluation soll nicht nur den Lernstand der Lernenden erheben, sondern auch zur Optimierung der Lernumgebungen beitragen. Ein mathematischer Inhaltsbereich, indem Schülerinnen und Schüler anhand von Lernumgebungen Entdeckungen machen und ihre Wirklichkeit mathematisieren können, ist der Geometrieunterricht. Durch zunehmendes geometrisches Hintergrundwissen kann die alltägliche Geometrie bewusster wahrgenommen und deren praktischer Nutzen erkannt werden (Freudenthal, 1973, S. 380). Das nachfolgende Kapitel beschäftigt sich mit der Bedeutung und dem Nutzen des Geometrieunterrichts und den gesetzlichen Lehrplanbestimmungen dazu.

4 Inhaltlicher Teilbereich Geometrie

Obwohl der Geometrieunterricht in den vergangenen zwei Jahrzehnten bereits deutlich mehr Aufmerksamkeit bekommen hat und die Lehrwerke aller Schulbuchverlage ein umfangreicheres Angebot an geometrischen Aufgaben erhielten (Eichler, 2006, S. 1), ist Geometrie im Grundschulunterricht nach wie vor nicht ausreichend etabliert. Geometrie sollte nicht nur als auflockernde Maßnahme im Mathematikunterricht dienen, sondern als ein reflektierter und vor allem bedeutungsvoller Unterrichtsbestandteil. (Franke & Reinhold, 2016, S. 1f.) Das folgende Kapitel beschäftigt sich mit der Bedeutsamkeit des Geometrieunterrichts und den gesetzlichen Grundlagen des österreichischen Lehrplans und der Bildungsstandards.

4.1 Bedeutsamkeit des Geometrieunterrichts

Geometrie, eine der ältesten Wissenschaften weltweit, beschäftigt sich mit der Lehre von Ebene und Raum und erhielt bereits in der Antike hohe Anerkennung. Selbst bei Ausgrabungen prähistorischer Überreste wurden wiederholt geometrische Strukturen entdeckt. (Cuypers, 2018, S. 11) Die Entwicklung von räumlichen Vorstellungen und Veranschaulichungen ist nicht nur für den späteren Geometrieunterricht von fundamentaler Bedeutung, sondern beeinflusst ebenso das generelle Denkvermögen und andere Bereiche der Mathematik. Untersuchungen zeigen, dass sich während des Evolutionsprozesses im menschlichen Gehirn eine Vorstellung von der umgebenden Raumstruktur entwickelte. Diese sogenannte Urgeometrie hat nachweislich einen signifikanten Einfluss auf das menschliche Wahrnehmungsvermögen, Denkvermögen und Handeln im Laufe der Evolution ausgeübt. Der Verhaltensforscher Konrad Lorenz äußerte bereits vor 40 Jahren die These, dass höchstwahrscheinlich sämtliche Denkprozesse des Menschen auf Operationen im vorgestellten Raum basieren. Diese anfängliche Funktion stellt ebenso die unverzichtbare Grundlage für unsere höchsten und komplexesten Denkleistungen dar. (Peter-Koop et al., 2009, S. 24f.) Laut Huhmann und Spiegel spielt frühe Geometrie eine bedeutende Rolle, da sie Elemente aufgreift und weiterentwickelt, die bereits das Interesse der Kinder wecken. Sie fördert die Fähigkeit, die Welt aus einer neuen Perspektive zu betrachten und sie messend zu erfassen. Als stärkste mathematische Disziplin eines Kindes kann sie das Selbstvertrauen in die eigene Denkkraft stärken und trägt dazu bei, die Sprachkompetenz zu verbessern. Das Wahrnehmen, Vorstellen und Denken im Raum wird gefördert und herausgefordert. Frühe Geometrie ermöglicht einen spielerischen, experimentellen Zugang zu grundlegenden thematischen Ideen und legt essenzielle Grundlagen für die spätere systematische Geometrie. Sie regt verschiedene mathematische Tätigkeiten an, fördert die Entwicklung typischer Denkstrategien und Vorgehensweisen sowie eine neugierige und

ästhetische Herangehensweise an mathematische Fragestellungen. (Huhmann & Spiegel, 2016, S. 26)

Gemäß Franke und Reinhold fördert der Geometrieunterricht grundlegende geistige Fähigkeiten wie das Ordnen und Klassifizieren, diese Förderung beginnt bereits beim Sortieren von Schulmaterialien nach Form oder Farbe. Im Geometrieunterricht erschließen die Schülerinnen und Schüler ihre Umwelt und erkennen den praktischen Nutzen geometrischer Konzepte im Alltag. Das Ordnen und Strukturieren räumlicher Situationen spielen hierbei eine zentrale Rolle. Das Hinterfragen geometrischer Strukturen in Gebrauchsgegenständen ermöglicht die Auseinandersetzung mit der räumlichen Wirklichkeit der Kinder und die Erarbeitung geometrischer Aspekte von Umweltsituationen. Aktivitäten wie Bauen, Falten oder Legen prägen nicht nur den geometrischen Begriffserwerb, sondern bilden auch die Basis für die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens. Zudem unterstützen geometrische Aktivitäten den Erwerb arithmetischer Konzepte, wobei visuell-räumliche Aspekte eine entscheidende Rolle für das Verständnis von Zahlen und Rechenoperationen spielen. In der Primarstufe bietet der Geometrieunterricht zwar eine besondere Chance zur Ausbildung allgemeiner mathematischer Kompetenzen, da die Lernziele für den Geometrieunterricht nicht immer so klar sind, wird bei Zeitnot aber am ehesten auf den Geometrieunterricht verzichtet, da arithmetische Inhalte als wichtiger angesehen werden. Wenn der Zusammenhang zwischen der Entwicklung geometrischer Vorstellungen und arithmetischer Konzepte nicht erkannt wird, bleiben Chancen zur Vernetzung ungenutzt. (Franke & Reinhold, 2016, S. 2ff.)

Um eine mögliche Verbindung von Arithmetik und Geometrie zu schaffen, sollten beim Bearbeiten von arithmetischen Fragestellungen räumliche Kompetenzen entwickelt werden. Um die Schülerinnen und Schüler bei diesem Lernprozess zu unterstützen, muss dafür Anschauungsmaterial zur Verfügung gestellt werden, das ihnen eine Gelegenheit zur Auseinandersetzung mit geometrischen Fragestellungen eröffnet. Dies kann bereits durch das Bereitstellen von Würfeln geschehen, welche die Kinder einerseits zur Aneignung des Zahlbegriffs und andererseits zum Sammeln räumlicher Erfahrungen nutzen können. Durch die Arbeit mit den Würfeln werden die Schülerinnen und Schüler gefordert, Vorstellungen zu Objekten und Prozessen zu entwickeln. (Eichler, 2006, S. 11) Geometrie ermöglicht es, Lernen als einen aktiv geistigen Prozess zu verstehen, der durch die Auseinandersetzung mit herausfordernden Situationen initiiert wird. Geometrisches Lernen ist in diesem Verständnis ein suchender und entdeckender Prozess, indem Fragen entwickelt und Vorstellungen aufgebaut werden können. Tätigkeiten wie Bauen oder Schneiden erinnern oft an außerschulische Freizeitaktivitäten der Kinder, was eine positive Einstellung und eine natürliche Begegnung mit dem Fach Mathematik begünstigt. Die Schülerinnen und Schüler können bei der Gestaltung geometrischer

Produkte viel Eigenaktivität und Kreativität einbringen, wodurch ein fächerübergreifender Unterricht zu den künstlerisch-gestalterischen Unterrichtsfächern naturgemäß nahe liegt. (Franke & Reinhold, 2016, S. 2ff.)

4.2 Gesetzliche Grundlagen

Im folgenden Unterkapitel werden die unterschiedlichen Lehrplananforderungen des Lehrplans der Volksschule und der Allgemeinen Sonderschule beschrieben und die in den Bildungsstandards festgelegten, zu erwerbenden Kompetenzen erläutert. Da die Lernumgebungen für eine ausgewählte Sonderschulklasse erstellt werden, werden nur die relevanten Lehrplanstufen in die Arbeit einfließen.

4.2.1 Geometrie im Lehrplan der Volksschule

Die Schülerinnen und Schüler, die den Lehrplan der Volksschule verfolgen, sollen bis zum Abschluss der 2. Schulstufe die Fähigkeit entwickeln, räumliche Beziehungen und Formen in ihrer Umgebung zu beobachten, zu ordnen und zu strukturieren. Des Weiteren sollen sie ihr Orientierungsvermögen verbessern, den ersten Umgang mit Zeichengeräten erlernen und erste Sachprobleme lösen können. Um diese grundlegenden Kompetenzen zu erwerben, gibt der Lehrplan konkrete Inhalte für den Unterricht vor. Um das räumliche Orientierungsvermögen zu fördern, ist es erforderlich, räumliche Positionen und Lagebeziehungen zu erlernen. Dies kann durch das Verwenden von Begriffen wie oben, unten, rechts, links, darunter und darüber geschehen. Ebenso spielen das Umspannen, Umfahren, Umlegen und Umfassen von Körpern und Flächen sowie das Angeben von Richtungen und Richtungsänderungen eine wichtige Rolle. Bewegungsaufträge, Suchübungen oder das Begehen und Beschreiben von Wegen sind effektive Orientierungsübungen. Die Erfassung und Beschreibung einfacher geometrischer Figuren erfolgen durch das Untersuchen von Körpern. Durch Bauen, Bewegen und Begreifen können die Eigenschaften einfacher Körper festgestellt werden. Dabei sollten Begriffe wie spitz, eckig, rund, kantig oder stumpf sowie Ecke und Kante im Unterricht verwendet werden. Es ist wichtig, würfel- und kugelförmige Körper aus der Lebenswelt der Kinder aufzusuchen, um mit ihnen zu interagieren und ihre Eigenschaften zu erfassen. Gegenständen aus der Umwelt sollen geometrische Eigenschaften zugeordnet werden, und die geometrischen Körper Würfel und Kugel sollen benannt werden. Geometrische Körper sollen verglichen, nach ihren Eigenschaften geordnet und mit Bausteinen auf- und abgebaut werden. Für die Untersuchung von Flächen können Begrenzungsflächen von Körpern hantierend erfasst und beschrieben werden. Die Schülerinnen und Schüler können durch Ausmalen, Nachfahren, Falten oder Schneiden Erfahrungen zum Flächenbegriff sammeln. Spielerisches Gestalten mit

geometrischen Figuren erfolgt durch freies Bauen mit Würfeln oder Bausteinen, durch Knetmasse können geometrische Körper geformt werden. Muster können erfunden, fortgesetzt oder nachgelegt werden, und durch Faltschnitte werden Symmetrien handelnd entdeckt. Der Umgang mit Zeichengeräten soll durch freie und gezielte Übungen mit dem Lineal erlernt werden. Dies kann durch das Zeichnen gerader Linien und Strecken in unterschiedlichen Lagen und Längen geschehen. Auch das Messen von Längen an konkreten Gegenständen und vorgegebenen Strecken muss erlernt werden. Das Beschreiben von Eigenschaften von Körpern und Wegen sowie das Skizzieren von Wegen und das Abschätzen ihrer Längen sind wichtige Teilkompetenzen beim Lösen von Sachproblemen. (BKA, 2023a, S. 121ff.)

In der 3. Schulstufe werden die bereits erworbenen räumlichen Lagebeziehungen gefestigt, und weitere Begriffe wie parallel, schneidend oder rechter Winkel eingeführt. Rechte Winkel werden durch Falten hergestellt und Wege durch Objekte und Punkte beschrieben. Zusätzlich sollen Eigenschaften geometrischer Figuren durch weiterführende Untersuchungen wie Form und Anzahl von Begrenzungsflächen, Kanten und Ecken erfasst werden. Geometrische Körper werden nach Form und Größe verglichen, und die Flächen von Rechteck und Quadrat werden spielerisch durch Ausschneiden, Falten und Zeichnen weiter gefestigt. Eigenschaften wie parallele Seiten, rechte Winkel, Symmetrie und besondere Eigenschaften von Rechteck und Quadrat werden durch das Auslegen, Zerlegen und Zusammensetzen von Flächen erfasst. Die Schülerinnen und Schüler sollen den Umfangbegriff durch Umspannen, Umgehen, Nachfahren oder Abwickeln handelnd erfahren. Die Umfänge von Rechteck und Quadrat werden durch das Finden und Begründen verschiedener Lösungswege entdeckt und berechnet. Raum- und Flächeninhalte sollen durch hantierendes Auslegen verglichen werden, und durch das Abmessen von Strecken soll erkannt werden, dass Strecken beliebig verkleinert und vergrößert werden können, während das Verhältnis zwischen mehreren Strecken erhalten bleibt. Spielerisches Gestalten mit Körpern und Flächen kann durch das Bilden von Flächen mit Zündhölzern, das Gestalten von Mosaiken oder das Herstellen eines Puzzles vertieft werden. Der Umgang mit Zeichengeräten wird vertieft, indem auch mit einem Geodreieck parallele Geraden, rechte Winkel und Rechtecke in verschiedenen Lagen gezeichnet werden. (BKA, 2023a, S. 127f.)

4.2.2 Geometrie im Lehrplan der Allgemeinen Sonderschule

Der Mathematikunterricht soll den Schülerinnen und Schülern in der Grundstufe der Allgemeinen Sonderschule die Möglichkeiten geben, sich schöpferisch zu betätigen. Rationale Denkprozesse sollen angebahnt werden, eigene Lösungsstrategien entwickelt werden und die Kinder sollen die praktische Nutzbarkeit der Mathematik erfahren. Der Unterricht soll zur geistigen Entwicklung der Kinder beitragen und insbesondere zum logischen Denken und zur

Raumorientierung anregen. Für die 3. Schulstufe ist im Geometrieunterricht vor allem die Festigung der Orientierung im Raum vorgesehen, wobei ebenfalls das Wahrnehmen und Beschreiben von räumlichen Positionen, Lagebeziehungen sowie Richtungen und Richtungsänderungen gefördert werden soll. Geometrische Grundformen sollen entdeckt und klassifiziert werden und Strecken werden unter Verwendung von Zeichengeräten gemessen und gezeichnet. Die Schülerinnen und Schüler sollen das Rechteck und das Quadrat als besondere Vierecke kennenlernen, beschreiben und zeichnen. Der rechte Winkel und gleich lange Seiten sollen als Merkmale erfasst werden und erste Kreise werden gezeichnet. Der Umfang- und Flächenbegriff werden entwickelt und durch eigene Lösungsstrategien werden Umfang von Rechteck und Quadrat berechnet. Als Erweiterung können einfache Flächenberechnungen eingeführt werden. (BKA, 2023b, S. 60f.)

4.2.3 Bildungsstandards für Mathematik

Das Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens entwickelte die Bildungsstandards als Konkretisierungen des Lehrplans, um dazu beizutragen, dass alle Schülerinnen und Schüler die Kompetenzen erwerben können, die sie als Basis für ihren weiteren Lernprozess benötigen (BIFIE, 2011, S. 3). Die Bildungsstandards für Mathematik legen die allgemeinen und inhaltlichen Kompetenzen im Unterrichtsfach Mathematik fest, die bis zum Ende der 4. Schulstufe erreicht werden sollen. Der inhaltliche Kompetenzbereich „Arbeiten mit Ebene und Raum“ (BIFIE, 2011, S. 18) wird in vier Bereiche eingeteilt. Der erste Kompetenzbereich befasst sich mit dem Erkennen, Benennen und Darstellen von geometrischen Körpern und Flächen. Hierzu zählt auch das Beschreiben der Eigenschaften und das Zeichnen, Konstruieren und Modellieren geometrischer Figuren. Der zweite Kompetenzbereich beschäftigt sich mit dem Erkennen von Beziehungen bei geometrischen Körpern und Flächen. Um diese Kompetenz zu erreichen, sollen die Schülerinnen und Schüler Lagebeziehungen beschreiben und nutzen, geometrische Muster erkennen, entwickeln und fortsetzen und einen Zusammenhang zwischen Plan und Wirklichkeit herstellen können. Das Operieren mit geometrischen Figuren ist der dritte Kompetenzbereich, bei welchem die Lernenden geometrische Figuren zerlegen und zusammensetzen und Netze den entsprechenden Körpern zuordnen sollen. Der letzte Kompetenzbereich, das Ermitteln von Umfang und Flächeninhalt, kann erfüllt werden, wenn die Lernenden den Umfang und Flächeninhalt einer geometrischen Figur mittels Einheitsgröße messen und den Umfang und Flächeninhalt von Rechteck und Quadrat berechnen können. (BIFIE, 2011, S. 18f.) Der heutige Geometrieunterricht fördert aber nicht nur die grundlegende, geometrische Begriffsbildung und die Entwicklung der inhaltlichen Kompetenzen, sondern vor allem auch die Ausbildung der allgemeinen

mathematischen Kompetenzen Argumentieren und Kommunizieren, Darstellen, Problemlösen und Modellieren (Franke & Reinhold, 2016, S. 1).

4.3 Resümee

Geometrieunterricht hat in den letzten beiden Jahrzehnten mehr Aufmerksamkeit erhalten und umfangreichere geometrische Aufgaben wurden in Schulbücher integriert, trotz dieser Fortschritte ist die Etablierung des Geometrieunterrichts jedoch noch nicht ausreichend gelungen. Die Bedeutsamkeit des Geometrieunterrichts liegt in seiner historischen Anerkennung als eine der ältesten Wissenschaften, die die Entwicklung von räumlichen Vorstellungen und Veranschaulichungen fördert. Diese Urgeometrie beeinflusst nicht nur den späteren Geometrieunterricht, sondern prägt auch das generelle Denkvermögen und andere Bereiche der Mathematik. Frühe Geometrie fördert nicht nur die mathematischen Fähigkeiten, sondern beeinflusst auch das Selbstvertrauen, die Sprachkompetenz und das räumliche Denkvermögen der Schülerinnen und Schüler. Die Verbindung von Geometrie und Arithmetik wird als entscheidend erachtet, um die Entwicklung geometrischer Vorstellungen zu unterstützen und die Chancen zur Vernetzung von Wissen zu nutzen. Die Verbindung zwischen den gesetzlichen Grundlagen und der Bedeutung des Geometrieunterrichts wird durch die österreichischen Lehrplananforderungen verdeutlicht. In allen Lehrplanstufen wird betont, wie relevant es ist, Geometrie spielerisch und hantierend zu entdecken und geometrische Strukturen in der Lebenswelt der Kinder zu erfassen. Geometrie ermöglicht nicht nur die Förderung grundlegender geistiger Fähigkeiten, die Schülerinnen und Schüler erschließen auch ihre Umwelt und erkennen den praktischen Nutzen geometrischer Konzepte im Alltag. Die Bildungsstandards legen konkrete Kompetenzen fest, die die Schülerinnen und Schüler bis zur 4. Schulstufe erwerben sollen. Diese umfassen das Erkennen, Benennen und Darstellen geometrischer Körper, die Beschäftigung mit Beziehungen bei geometrischen Körpern und Flächen, das Operieren mit geometrischen Figuren sowie das Ermitteln von Umfang und Flächeninhalt. Insgesamt wird betont, dass der moderne Geometrieunterricht nicht nur die geometrische Begriffsbildung fördert, sondern auch zur Entwicklung allgemeiner mathematischer Kompetenzen wie Argumentieren, Kommunizieren, Darstellen, Problemlösen und Modellieren beiträgt. Die Verbindung von historischer Bedeutung, aktuellen Erkenntnissen und gesetzlichen Vorgaben unterstreicht die Relevanz des Geometrieunterrichts in der Primarstufe. Aufbauend auf den Grundlagen der Heterogenität, dem Konzept von Lernumgebungen und den Anforderungen an den Geometrieunterricht werden im nächsten Kapitel drei Lernumgebungen für den Geometrieunterricht einer konkreten Lerngruppe erstellt.

5 Lernumgebungen im inklusiven Geometrieunterricht

Im folgenden Kapitel werden aufbauend auf den vorherigen Kapiteln, nach der Vorstellung der Lerngruppe, drei Lernumgebungen für die Sonderschulklasse der Autorin erstellt. Die erste Lernumgebung befasst sich mit dem Erstellen von Mustern auf der Hundertertafel, dies fördert die Verknüpfung von Geometrie und Arithmetik. Durch die zweite Lernumgebung erweitern die Lernenden ihr Wissen über geometrische Flächen und Eigenschaften und die dritte Lernumgebung fördert ihre räumliche Orientierung. Im Anschluss an jede Lernumgebung folgt ein Unterkapitel, indem die Erprobung beschrieben und die Differenzierung dargestellt wird.

5.1 Vorstellung der Lerngruppe¹

Die Lerngruppe besteht aus sechs Lernenden im Alter von sieben bis zehn Jahren. Drei Lernende werden nach dem Lehrplan der zweiten Klasse Volksschule unterrichtet, mit dem Lehrplanzusatz der Sondererziehungsschule. Marie ist sehr leistungsstark, hat aber ein geringes Selbstvertrauen und gibt schnell auf, wenn sie zum Lösen einer Aufgabe mehr Zeit benötigt. Simon wiederholt die zweite Klasse derzeit, er ist sehr lernschwach und benötigt viel Hilfe. Benjamin hat eine geringe Aufmerksamkeitsspanne und ist mit Aufgaben schnell überfordert. Die Lernenden rechnen flexibel mit Zehnerüberschreitung im Zahlenraum Hundert und kennen erste geometrische Figuren.

Noah wird nach dem Lehrplan der dritten Klasse Volksschule unterrichtet, ebenfalls mit dem Lehrplanzusatz der Sondererziehungsschule. Er ist sehr leistungsstark, arbeitet selbstständig und kann auch neue Inhalte selbst erarbeiten. Er hat bereits den Zahlenraum Tausend erarbeitet, rechnet in diesem Zahlenraum flexibel mit Hunderterüberschreitung und kennt erste geometrische Figuren und Eigenschaften.

Zwei Lernende werden nach dem Lehrplan der dritten Schulstufe der Allgemeinen Sonderschule unterrichtet. Dominik arbeitet zwar sehr selbstständig, ist aber mit offenen Lernaufgaben häufig überfordert und benötigt konkrete Anweisungen. Marcel ist sehr lernschwach und hat eine geringe Aufmerksamkeitsspanne. Er arbeitet häufig nur mit individueller Betreuung und viel Hilfestellungen. Beide Lernende rechnen flexibel im Zahlenraum Vierzig und haben bereits erste Malaufgaben sowie geometrische Figuren kennengelernt.

¹ Für die Vornamen der Lernenden wurden Synonyme verwendet.

5.2 Erfinden geometrischer Muster auf der Hundertertafel

Thema: Orientierung im Zahlenraum, geometrische und arithmetische Muster

Dauer: 3-4 Unterrichtseinheiten

Material: Tafelmaterial, Kopiervorlagen Hundertertafel

5.2.1 Aufgabenstellung

1. Erstelle ein Muster deiner Wahl auf der Hundertertafel, indem du beliebige Felder einfärbst.
2. Beschreibe in ganzen Sätzen wie du vorgegangen bist. Welche Zahlen hast du bemalt?
3. Beschreibe dein Muster einem anderen Kind, ohne ihm dein Muster zu zeigen. Kann das andere Kind durch deine Beschreibung dein Muster nachzeichnen?

5.2.2 Angestrebte Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler sollen durch diese Aufgabenstellung eine Verbindung von Arithmetik und Geometrie wahrnehmen und diese Verknüpfung spielerisch begreifen. Sie festigen ihre Orientierung im Zahlenraum Hundert, indem sie wichtige Begriffe wie Spalte, Zeile und Diagonale lernen und die jeweiligen Zahlverbindungen dazu verstehen. Zudem werden geometrische Kompetenzen gefördert, indem die Kinder Muster selbst entdecken, erstellen und fortführen und Begriffe wie oben, unten, rechts und links festigen. Außerdem werden die Schülerinnen und Schüler auch im allgemeinen Kompetenzbereich Kommunizieren gestärkt, da sie ihre Vorgehensweise beschreiben und festhalten sollen.

5.2.3 Vorgehensweise im Unterricht

Zu Beginn wird die Begriffsbildung der Hundertertafel geschult. Für manche Kinder ist das eine Wiederholung, für andere eine erste Einführung. Auch die Kinder, die erst im Zahlenraum Vierzig arbeiten, dürfen an der Stelle erste Erfahrungen mit der Hundertertafel machen. Man kann bei der Erarbeitung mit diesen Kindern aber intensiver auf die Zahlen von Eins bis Vierzig eingehen. Zuerst wird der Aufbau der grundlegenden Strukturen der Hundertertafel untersucht. Die Schülerinnen und Schüler sollen sich dabei das Grundwissen aneignen, was eine Spalte, eine Zeile und eine Diagonale sind. Sie sollen erkennen, inwiefern sich die Zahlen dabei jeweils verändern und aus wie vielen Spalten und Zeilen die Hundertertafel besteht. Dieses Wissen kann durch Darstellungen im Großformat und Wortspeicher als Tafelmaterial erarbeitet und gefestigt werden. Für diese erste Erarbeitung und Begriffsbildung ist eine Unterrichtseinheit

einzuplanen. Zu Beginn der jeweiligen Erarbeitung wird nur der Begriff mit der Hundertertafel gezeigt.

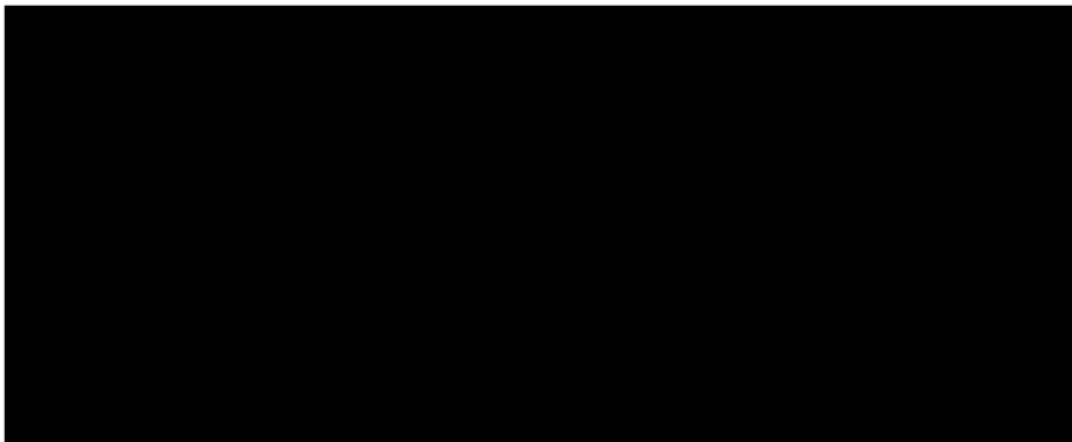


Abbildung 1 Grundlegende Strukturen der Hundertertafel

Beim Erarbeiten des Begriffs der Spalte müssen auch die Begriffe oben und unten gefestigt werden. Die Lehrperson kann die Erarbeitung durch folgende Fragen anleiten:

- Wie viele Zahlen sind eingefärbt?
- Welche Zahlen sind eingefärbt?
- Wie verändern sich die Zahlen in dieser Spalte?
- Aus wie vielen Spalten besteht die Hundertertafel?
- In welcher Spalte befinden sich die reinen Zehnerzahlen?

Nach und nach kann die Lehrperson mit dem Wortspeicher das Tafelbild ergänzen.

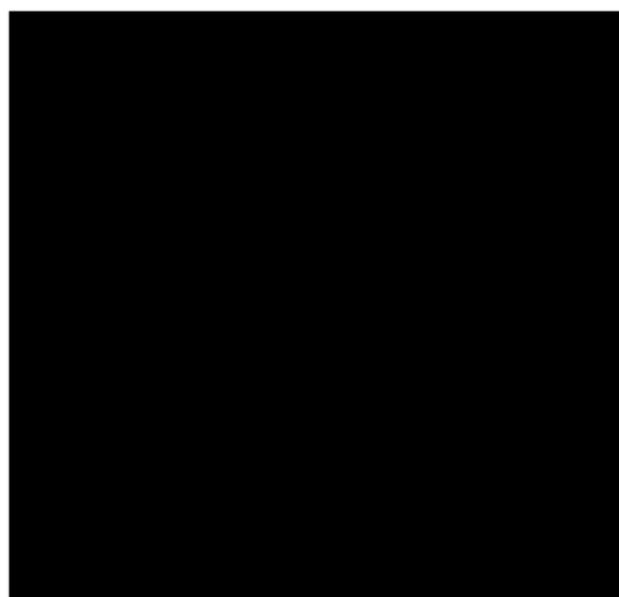


Abbildung 2 Wortspeicher Spalte

Bei der Erarbeitung der Zeile werden auch die Begriffe rechts und links geschult. Die Lehrperson stellt erneut Fragen wie:

- Wie viele Zahlen sind eingefärbt?
- Welche Zahlen sind eingefärbt?
- Wie verändern sich die Zahlen in dieser Zeile?
- Aus wie vielen Zeilen besteht die Hundertertafel?



Abbildung 3 Wortspeicher Zeile

Die Erarbeitung der Diagonale ist für manche Schülerinnen und Schüler etwas komplexer, da sich die Zahlen unterschiedlich verändern, je nachdem, ob die Diagonale von rechts nach links oder umgekehrt verläuft. Auch hier kann die Lehrperson durch Fragen oder Hinweise bei der Erarbeitung helfen.

Die Kinder sollen über Diagonalen auf der Hundertertafel folgendes Wissen festigen:

- Eine Diagonale kann von links oben nach rechts unten verlaufen.
- Eine Diagonale kann von rechts unten nach links oben verlaufen.
- Eine Diagonale kann von rechts oben nach links unten verlaufen.
- Eine Diagonale kann von links unten nach rechts oben verlaufen.
- In einer Diagonale werden die Zahlen immer um Neun oder Elf größer oder kleiner.

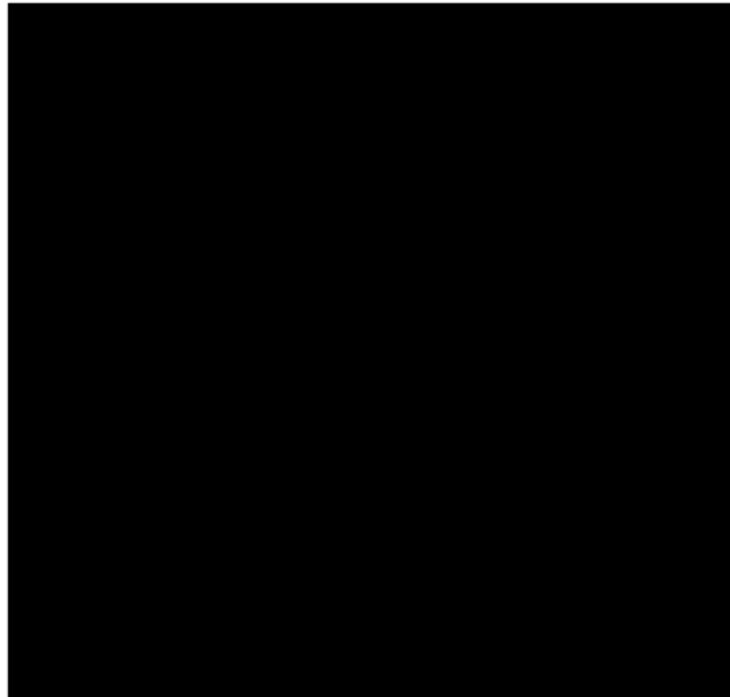


Abbildung 4 Wortspeicher Diagonale

Die nächste Phase wird dadurch eingeleitet, dass der Lerngruppe ein fertiges Muster auf der Hundertertafel vorgestellt wird. Im Unterrichtsgespräch sollen sich die Schülerinnen und Schüler überlegen, was sie im Muster erkennen können, in welcher Zeile und Spalte Zahlen eingefärbt wurden und ob es auch Diagonalen gibt. Sie sollen die Zahlen, die im Muster enthalten sind, umschreiben, anstatt sie zu benennen. Das Tafelmaterial bleibt als Hilfestellung während des gesamten Lernprozesses gut sichtbar angebracht.



Abbildung 5 Beispielhaftes Muster

Mögliche Beschreibungen der Schülerinnen und Schüler:

- Ich bemale jeweils die ersten vier Zahlen der ersten, dritten, fünften, siebten und neunten Spalte. Ich bemale alle Zahlen der ersten Zeile außer 2, 6 und 10. Ich bemale alle Zahlen der vierten Zeile außer 34 und 38.
- Ich beginne bei der ersten Zeile und bemale alle Zahlen außer 2, 6 und 10. Ich beginne in der zweiten Zeile bei 11 und bemale jede zweite Zahl. Ich bemale in der dritten Zeile alle Zahlen, die unter einem bemalten Feld liegen. Ich bemale in der dritten Zeile alle Zahlen außer 34 und 38.
- Ich bemale die ersten vier Zahlen der ersten Spalte. Ich bemale die beiden Zahlen, die sich rechts neben 31 befinden. Ich bemale die dritte Spalte von 33 nach oben zu 3. Ich bemale die beiden Zahlen, die sich rechts neben 3 befinden. Ich befinde mich in der fünften Spalte und bemale die drei Zahlen, die sich unter 5 befinden. Ich bemale die beiden Zahlen, die sich rechts neben 35 befinden. Ich bemale die siebte Spalte von 37 nach oben zu 7. Ich bemale die beiden Zahlen, die sich rechts neben 7 befinden. Ich bemale die ersten drei Zahlen, die sich in der neunten Spalte unter 9 befinden. Ich bemale die Zahl rechts neben 39.

Im nächsten Schritt bekommen die Lernenden das Arbeitsblatt mit der Lernaufgabe, diese wird dabei klar und verständlich formuliert. Sie sollen nun in sich gehen und sich selbst ein Muster überlegen. Die Schülerinnen und Schüler haben für diese Unterrichtssequenz zumindest eine Unterrichtseinheit Zeit, bei Bedarf kann diese verlängert werden. In dieser ersten Arbeitsphase sollen die Lernenden auf ihrem eigenen mathematischen Niveau tätig werden und durch ihre eigenen Denkweisen zu Lösungen kommen. Die Lernenden sollen hier zwar möglichst eigentätig arbeiten, manche Schülerinnen und Schüler werden jedoch zu Beginn etwas Hilfe und Ermutigung benötigen. Die Lehrperson nimmt während des Lernprozesses eine beobachtende Rolle ein, in der Schwierigkeiten wahrgenommen werden. Durch kurze fachliche Hinweise sollen die Schülerinnen und Schüler ihre Lösungen überdenken. Durch diese Hinweise wird eine individuelle Differenzierung möglich. Bei der Beschreibung der Muster im nächsten Schritt ist es wichtig, die Schülerinnen und Schüler anzuregen, ihre Beschreibungen in ganzen Sätzen zu verfassen und die Begriffe aus dem Wortspeicher an der Tafel zu verwenden. Die Lernenden können beliebig viele Muster auf unterschiedlichen Arbeitsblättern ausprobieren.

In der nächsten Phase erfolgt der Austausch. Auch hier ist genügend Zeit einzuplanen, diese Sequenz kann gegebenenfalls auch an einem anderen Tag stattfinden. Die Schülerinnen und Schüler erhalten erneut eine Hundertertafel. Zwei Lernende beschreiben sich nun

nacheinander gegenseitig ihre Muster. Das Gegenüber muss versuchen, anhand der Beschreibung das Muster richtig nachzuzeichnen. Im Anschluss werden die Muster verglichen und aufgetretene Missverständnisse oder Problemfelder können geklärt werden. Diese Phase regt besonders zur Reflexion an und gibt den Lernenden einen Einblick in die Denkweisen der anderen Kinder.

Als Abschluss können sich die Lernenden die Muster der anderen Lernenden ansehen und darüber sprechen, wie sie jeweils die Muster erstellt und entwickelt haben.

Um die Leistungen dieser Lernumgebung förderorientiert zu beurteilen, sollten nicht nur die Muster und die schriftlichen Beschreibungen herangezogen werden, sondern auch die Denkweisen und Lösungswege der Schülerinnen und Schüler. Dafür kann sich die Lehrperson folgende Fragen stellen:

- Gab es Schülerinnen und Schüler, die die Lernaufgabe über ihr eigentliches Maß hinaus bearbeiten konnten und sich selbstständig in den Lernprozess vertieften?
- Welche Muster konnten Lernende entwickeln, die auch zur Weiterarbeit herangezogen werden können?
- Wo gab es Schwierigkeiten? Welche Defizite müssen für eine vertiefte Förderung aufgegriffen werden?

Name: _____

Erfinden geometrischer Muster auf der Hundertertafel

1. Erstelle ein Muster deiner Wahl, indem du beliebige Felder einfarbst.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. Beschreibe in ganzen Sätzen wie du vorgegangen bist!

Abbildung 6 Aufgabenstellung 1 und 2

Name: _____

Erstellen geometrischer Muster auf der Hundertertafel

3. Arbeite mit einem anderen Kind gemeinsam.
Ein Kind liest die Beschreibung vor und das andere Kind soll es nur durch die Beschreibung schaffen, das Muster nachzumalen.
Danach wechselt ihr und das andere Kind malt.

Ich male das Muster von _____

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Abbildung 7 Aufgabenstellung 3

5.2.4 Unterrichtsevaluation und Darstellung der Differenzierung

Die Differenzierung dieser Lernumgebung beginnt bereits bei der Konzipierung der Lernaufgabe, die aufbauend auf den Leitideen eines inklusiven Mathematikunterrichts nach Selter (Kapitel 3) entwickelt wurde. Mit den Arbeitsblättern erhalten zwar alle Schülerinnen und Schüler dieselbe Lernaufgabe, es bleibt jedoch offen, wie sie bei der Erstellung und Beschreibung ihrer Muster vorgehen wollen. Um im Lernprozess eine möglichst hohe Eigenständigkeit zu gewährleisten, wurden die Wortspeicher und das Beispielmuster sehr genau besprochen, und alle Lernenden konnten Teile des Musters erklären. Während der Lernphasen differenzierte die Lehrperson zusätzlich durch Hinweise und Herausforderungen.

Dominik hatte zu Beginn noch Schwierigkeiten, sich für ein Muster zu entscheiden und lehnte sich sehr am Beispielmuster an. Durch die Ermutigung, dass er jedes beliebige Muster in jeder Zeile oder Spalte erstellen darf, versuchte er, seine eigenen Ideen mit dem Beispielmuster zu kombinieren. Obwohl er erst im Zahlenraum Vierzig rechnet, erstreckte sich sein Muster über die ganze Hundertertafel. Er benötigte dann auch im Anschluss bei der Beschreibung des Musters nur wenige Hilfestellungen. Zu Beginn bekam er den Hinweis, dass er auch die Zeilen und Spalten von Eins bis Zehn nummerieren kann, und im Anschluss beschreibt, welche Felder in welcher Zeile und Spalte bemalt wurden. Mit diesem Hinweis konnte er selbstständig weiterarbeiten, das Miteinbeziehen der arithmetischen Strukturen der Hundertertafel ließ er jedoch weg.

Simon hat in Mathematik oft Schwierigkeiten, selbstständig zu arbeiten. Diese Lernaufgabe bereitete ihm aber große Freude und er konnte ein interessantes Muster erstellen. Zur Überraschung der Lehrperson versuchte er gleich zu Beginn, seine Beschreibung mit arithmetischen Strukturen zu verknüpfen.

Noah konnte die Lernaufgabe wie erwartet sehr selbstständig bearbeiten. Das Muster hatte er in kurzer Zeit erstellt. Bei der Beschreibung des Musters fragte er zuvor nach, ob er es so beschreiben kann. Dabei bekam er den Hinweis, bewusst auch die arithmetischen Strukturen der Hundertertafel miteinzubeziehen. Dadurch kam er zu folgender Beschreibung: *Ich habe im ersten Feld begonnen (1). Ich habe immer +11 gerechnet bis 34. Ich habe von 34 immer 9 abgezogen. Ich bin also jetzt bei der 7. Ich rechne wieder +11 bis 40.*

Die Beschreibungen aller Lernenden wurden von der Lehrperson auf Richtigkeit überprüft, um im interaktiven Austausch im Anschluss zu positiven Ergebnissen zu kommen. Dabei nahm sich die Lehrperson die Zeit, die Beschreibung mit den einzelnen Lernenden noch einmal durchzugehen und bei Fehlern auf der Hundertertafel zu zeigen, wie das Muster dann aussehen würde. Nach der Überarbeitung der Beschreibungen startete der Austausch. Noah beschrieb

sein Muster Marcel. Obwohl Marcel bei der eigenen Erstellung des Musters Schwierigkeiten hatte und Hilfestellungen benötigte, konnte er Noahs Muster mit Hilfe des Wortspeichers an der Tafel problemlos erstellen. Für Marcel war das ein notwendiges Erfolgserlebnis, um die Lernumgebung für sich positiv abzuschließen. Marie arbeitete mit Dominik zusammen. Auch die beiden konnten die Muster jeweils richtig erstellen und erfreuten sich an ihren Erfolgen, ebenso wie Simon und Benjamin.

Dominik und Marcel werden beide nach dem Lehrplan der dritten Stufe der Allgemeinen Sonderschule unterrichtet. Für die förderorientierte Beurteilung lässt sich bei diesen beiden Lernenden festhalten, dass man, obwohl sie erst den Zahlenraum Vierzig erarbeitet haben, bereits die Hundertertafel erarbeiten kann und vor allem die arithmetischen Strukturen der Hundertertafel noch genauer erarbeiten muss. Obwohl Noah die Lernaufgabe sehr selbstständig bearbeiten konnte, sollten im Unterricht öfters sprachliche Aspekte miteinbezogen werden, um auch mathematische Beschreibungen zu schulen. Die Lernenden, die nach dem Lehrplan der zweiten Klasse Volksschule unterrichtet werden, konnten die Lernaufgabe erstaunlich gut lösen, zum jetzigen Zeitpunkt bleiben hier keine Defizite.

5.3 Entdecken geometrischer Strukturen in der Umwelt

Thema: Gegenständen geometrischen Eigenschaften zuordnen

Dauer: 2-3 Unterrichtseinheiten

Material: Themenplakat, geometrische Figuren (Kreis, Dreieck, Quadrat, Rechteck) in Klassenstärke als Legematerial, Notizblock, liniertes Blatt

5.3.1 Aufgabenstellung

1. Nimm dir deine geometrischen Figuren mit und erforsche das Klassenzimmer. Wo kannst du geometrische Figuren entdecken?
2. Beschreibe deine Entdeckungen. Wo konntest du geometrische Figuren entdecken? Mit welchen geometrischen Eigenschaften kannst du sie beschreiben?
3. Suche dir einen Lernpartner/eine Lernpartnerin und präsentiert euch gegenseitig eure Ergebnisse.

5.3.2 Angestrebte Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler lernen geometrische Figuren und ihre Eigenschaften kennen und entdecken durch diese Lernaufgabe geometrische Strukturen in ihrer Umwelt. Sie können

Gegenstände anhand geometrischer Eigenschaften beschreiben und benennen. Zudem wird auch die Wahrnehmung geschult, da die Lernenden dazu ermutigt werden, sich im Klassenzimmer umzusehen und einzelne Objekte bewusst wahrzunehmen. Außerdem wird der allgemeine Kompetenzbereich Kommunizieren gefördert, da die Schülerinnen und Schüler lernen, mathematische Begriffe in Wort und Schrift zu benützen.

5.3.3 Vorgehensweise im Unterricht

Zu Beginn werden die geometrischen Figuren Kreis, Quadrat, Rechteck und Dreieck mit den Schülerinnen und Schülern erarbeitet. Dazu eignet es sich ein gemeinsames Themenplakat zu erstellen, das auch für einen längeren Zeitraum in Klassenzimmer angebracht werden kann. Für die gemeinsame Gestaltung des Plakates bereitet die Lehrperson die vier geometrischen Figuren in unterschiedlichen Farben vor. Passend dazu gibt es zu jeder Figur Wortfelder und passende Beispielbilder aus der Lebenswelt der Kinder. Die Wortfelder und Beispielbilder werden an die Schülerinnen und Schüler verteilt. Nun beginnt die Lehrperson mit der ersten geometrischen Figur und klebt sie auf das Plakat. Sie fragt die Kinder nun, wer denkt, dass sein Wortfeld zu der Figur passt. Wenn alle passenden Wortfelder und Beispielbilder der jeweiligen Figur am Plakat angebracht sind, wird die nächste Figur angeklebt.



Abbildung 8 Themenplakat geometrische Figuren

Bei den Beispielbildern sollen die Schülerinnen und Schüler direkt selbst beschreiben, warum diese Bild zu der geometrischen Figur passt. Die Münze, der Cookie, die Uhr und der Reifen haben die Form eines Kreises. Sie sind kreisförmig und rund und haben keine Ecken und keine Seiten. Die Oberfläche des Würfels und das Spielfeld sind quadratisch. Sie haben vier gleich lange Seiten, vier Ecken und haben somit die Form eines Quadrates. Die Schultafel, das Bild und das Schulheft haben die Form eines Rechtecks. Sie sind rechteckig, haben vier Ecken und vier Seiten. Das Geodreieck, das Verkehrsschild und die Nachos sind dreieckig. Sie haben drei Seiten und drei Ecken, sind spitz und haben die Form eines Dreiecks. Nachdem das Plakat fertiggestellt wurde, werden die einzelnen geometrischen Figuren mit ihren Eigenschaften noch einmal wiederholt. Für diese Einführung ist ungefähr eine Unterrichtseinheit einzuplanen.

Nach der Einführung beginnt die erste eigenständige Arbeitsphase. Diese Phase kann auch an einem anderen Tag stattfinden. Wichtig ist es, dass das Themenplakat in Sichtweite der Kinder angebracht ist und im Zweifelsfall noch einmal wiederholt werden kann. Im ersten Schritt bekommen alle Schülerinnen und Schüler einen Kreis, ein Dreieck, ein Rechteck und ein Quadrat als Legematerial. Die Lehrperson erklärt danach klar und verständlich die Lernaufgabe. Die Kinder sollen mit ihren geometrischen Figuren durchs Klassenzimmer spazieren und durch Vergleichen und Betrachten herausfinden, wo sich geometrische Strukturen im Klassenzimmer befinden. Sie erhalten auch einen Notizblock, um sich bestimmte Objekte aufzuschreiben. Für diese Sequenz kann ungefähr eine Unterrichtseinheit eingeplant werden. Die Lehrperson nimmt eine beobachtende Rolle ein und hilft den Kindern bei Fragestellungen. Sie kann an dieser Stelle auch einzelne Lernende dazu ermutigen, sich weniger auffällige Gegenstände genauer anzusehen und zu betrachten.

Im nächsten Schritt sollen die Lernenden ihre Ergebnisse auf einem linierten Blatt präsentieren. Anhand ihrer eigenen Notizen und dem Wortspeicher am Themenplakat sollen sie ihre gefundenen geometrischen Strukturen genau beschreiben. Sie dürfen zur Anschauung auch Skizzen erstellen und beliebig viele Entdeckungen aufschreiben. Auch in dieser Phase beobachtet die Lehrperson den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler und greift nur durch Fragen und Hinweise ein, um den Denkprozess der Lernenden anzuregen. Diese Phase kann direkt im Anschluss an die Forscherarbeit folgen, die Schülerinnen und Schüler können individuell starten. Es ist aber ebenfalls genügend Zeit dafür einzuplanen.

In der abschließenden Phase erfolgt der Austausch. Diese Sequenz kann gegebenenfalls auch an einem anderen Tag stattfinden. Die Phase startet mit der Erklärung der Aufgabe durch die Lehrperson. Die Schülerinnen und Schüler suchen sich in dieser Phase einen Lernpartner/eine Lernpartnerin und vergleichen ihre Ergebnisse der Lernaufgabe. Diese Phase lässt die Kinder

den eigenen Denkprozess reflektieren und gibt einen Einblick in die Denkweisen des anderen Kindes. Im Austausch sollen sich die Lernenden folgende Fragen stellen:

- Welche geometrischen Strukturen hat das andere Kind entdeckt?
- Welche Gegenstände und Objekte hat das andere Kind betrachtet?
- Sind gleiche geometrische Strukturen in unterschiedlichen Gegenständen zu finden?
- Fällt dem anderen Kind noch eine andere geometrische Eigenschaft auf, die man selber nicht bemerkt hat?

Für die förderorientierte Beurteilung dieser Lernumgebung sollten einerseits die schriftlichen Beschreibungen der Gegenstände verwendet werden, aber auch die Beobachtungen, die die Lehrperson während des Lernprozesses machen konnte. Individuelle und selbstständig Arbeit kann in die Beurteilung miteinfließen, aber auch eine sorgfältige Ausarbeitung der Lernaufgabe. Auch die Intensität des Austausches mit dem Lernpartner/der Lernpartnerin ist ein relevanter Bestandteil zur erfolgreichen Bearbeitung der Lernaufgabe. Falls bei einem Kind Schwierigkeiten beobachtet wurden und diese durch individuelle Hilfestellungen während des Lernprozesses nicht ausreichend geklärt werden konnten, sollten sie genau festgehalten werden, um diesen Defiziten zu einem späteren Zeitpunkt mit individuellen Fördermaßnahmen entgegenzuwirken.

5.3.4 Unterrichtsevaluation und Darstellung der Differenzierung

Diese Lernumgebung wurde aufbauend auf den Leitideen eines inklusiven Mathematikunterrichts nach Selter (Kapitel 3) sehr offen gestaltet, um den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit zu geben, auf ihrem eigenen Niveau Entdeckungen zu machen und die Lernaufgabe zu bearbeiten. Bereits bei der Erarbeitung des Themenplakats waren die Schülerinnen und Schüler sehr interessiert und konnten ohne Hinweise jede Menge Beispiele für geometrische Figuren aus ihrer Lebenswelt nennen, wie ein dreieckiges Hausdach aus ihren Zeichnungen. Das Themenplakat blieb während der weiteren Bearbeitung der Lernumgebung an der Tafel hängen.

Obwohl Marcel für Mathematik normalerweise schwer zu motivieren ist und nur mit Hilfestellungen arbeitet, konnte er bei der Auseinandersetzung mit dieser Lernumgebung über seine Grenzen hinauswachsen. Gleich zu Beginn fielen ihm im Klassenraum jede Menge geometrische Strukturen und Eigenschaften auf und er notierte sich stichwortartig seine Entdeckungen. Bei einem Objekt war er sich nicht sicher, ob es sich um ein Quadrat oder ein Rechteck handelt. Durch den Hinweis, dass er die Seiten zur Kontrolle abmessen kann, konnte er

herausfinden, dass alle Seiten gleich lang sind und es somit eine quadratische Form hat. Auch in der zweiten Lernphase konnte er sich bei der Beschreibung der Entdeckungen beweisen. Obwohl er im Deutschunterricht große Schwierigkeiten dabei hat, Sätze selbst zu bilden, schrieb er selbstständig fünf Sätze, indem er den Objekten geometrische Eigenschaften zuwies. Er schrieb beispielsweise folgenden Satz: *Die Uhr ist kreisförmig*. Durch die selbstständige Teilhabe am Unterrichtsgeschehen und den positiven Verstärkungen, die er bereits für Teilleistungen erhielt, konnte beobachtet werden, wie er sehr selbstbewusst an die Tätigkeiten heranging und auch im interaktiven Austausch mit den anderen Lernenden selbstsicher seine Ergebnisse präsentierte.

Marie konnte ähnliche Erfolgserlebnisse machen wie Marcel. Sie hat mehr Entdeckungen in der Klasse gemacht als alle anderen Kinder und konnte mehrere Seiten am Notizblock vollschreiben. Beispielsweise fielen ihr in der Klasse sehr viele rechteckige Strukturen auf, wie bei den Schildern, den Ordnern, den Heften, den Regalen, den Tischen oder sogar den Fenstern. Ebenso konnte sie die quadratische Form der Stoffkisten im Regal wahrnehmen oder die dreieckige Form des Zelt, das sich in der Klasse befindet. Ihr fällt auch das Bilden von Sätzen im Deutschunterricht sehr leicht, weshalb es kein Problem darstellte, Sätze zu bilden, wie: *Der Eingang von unserem Zelt ist dreieckig*. Bereits während der ersten Lernphase wurde sie für ihre Entdeckungen gelobt, wie bei Marcel konnte auch bei Marie ein positiveres Selbstbild wahrgenommen werden.

Auch die anderen Schülerinnen und Schüler konnten die Lernaufgabe entsprechend ihrer Lernvoraussetzungen und -bedürfnisse lösen. Es waren insgesamt sehr wenige Hinweise notwendig. Noah konnte die Lernaufgabe durch die Herausforderung, ob in einem Objekt unterschiedliche geometrische Eigenschaften zu finden sind, vertiefend bearbeiten. Somit konnte er beispielsweise herausfinden, dass das Zelt zwar einen dreieckigen Eingang hat, die Seitenwände und der Boden jedoch rechteckig sind. Dieses Wissen konnte er dann auch im interaktiven Austausch mit den anderen Lernenden weitergeben.

Für die förderorientierte Beurteilung lässt sich feststellen, dass zwar keine Defizite aufgegriffen werden müssen, die zur erfolgreichen Beurteilung notwendig sind, bei einigen Lernenden aber ein großes Interesse für geometrische Körper herrscht. Diese Beobachtung konnte während des Austausches zwischen den Lernenden gemacht werden, als sie sich darüber unterhielten, wo der Unterschied zwischen einer Pyramide und dem Zelt in der Klasse liegt. Außerdem zeigte Marie den anderen Lernenden, dass die Stoffkisten im Regal aussehen wie große Würfel. Diese Erkenntnisse eignen sich sehr gut zur weiterführenden Erarbeitung geometrischer Körper.

5.4 Orientieren im Raum

Thema: Wegbeschreibungen, Richtungen und Richtungsänderungen

Dauer: 2 Unterrichtseinheiten

Material: Wortspeicher Wegbeschreibungen, unterschiedliche Objekte wie Hütchen, Sesseln, Reifen oder Turngeräte

5.4.1 Aufgabenstellung

1. Folge den Richtungsanweisungen der Lehrperson und finde das gesuchte Objekt.
2. Überlege dir selbst eine Wegbeschreibung zu einem Objekt. Mache dir Notizen.
3. Teile deine Wegbeschreibung mit den anderen Kindern. Kann das gesuchte Objekt gefunden werden?

5.4.2 Angestrebte Kompetenzen

Die Schülerinnen und Schüler stärken durch diese Lernumgebung ihre Orientierung im Raum und festigen wichtige Begriffe wie rechts und links. Sie schulen ihre bewusste Wahrnehmung, lernen Wege detailliert zu beschreiben und Objekte anhand von Wegbeschreibungen zu finden.

5.4.3 Vorgehensweise im Unterricht

Zu Beginn müssen wichtige Begriffe für Wegbeschreibungen eingeführt werden. Die Kinder erhalten dafür einen Zettel mit einem Wortspeicher und passenden Abbildungen zu Wegbeschreibungen. Die Begriffe werden genau besprochen, indem Beispielsätze und Beschreibungen gefunden werden. Hier kann sich die Lehrperson auch auf den Schulweg der Schülerinnen und Schüler beziehen und nachfragen, wer auf seinem Schulweg rechts oder links abbiegen muss, eine Straße überqueren muss etc. Wichtig ist es auch Satzanfänge zu besprechen, wie beispielsweise *Ich beginne bei.../Ich starte meinen Weg von.../Als nächstes.../Danach....*

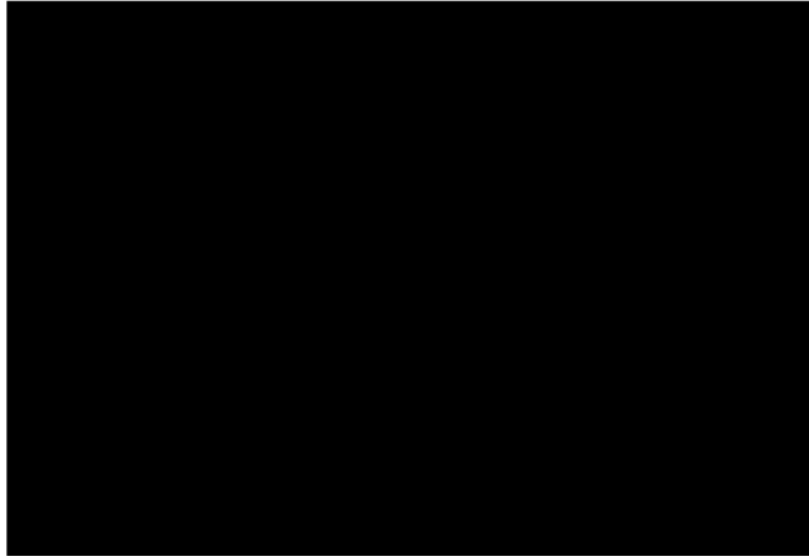


Abbildung 9 Wortspeicher Wegbeschreibungen

Im Anschluss wird ein passender Raum gesucht, indem sich die Kinder gut bewegen können und auch längere Wegbeschreibungen möglich wären. Idealerweise eignet sich dafür ein Turnsaal oder der Schulgarten. Die Schülerinnen und Schüler nehmen sich den Zettel mit dem Wortspeicher mit. Nun werden gemeinsam unterschiedliche Objekte wie Reifen, Hütchen, Matten oder Sessel im Raum verteilt. Danach wird den Kindern die Aufgabenstellung erklärt. Die Lehrperson beschreibt den Kindern mit Begriffen aus dem Wortspeicher den Weg zu einem Objekt. Die Kinder versuchen gemeinsam das Objekt zu finden. Dieser Vorgang kann beliebig oft wiederholt werden. Aufgrund der kleinen Lerngruppe kann die Lehrperson anschließend auch einzelnen Schülerinnen und Schülern individuelle Wegbeschreibungen geben.

Im nächsten Schritt bekommt jedes Kind einen Notizblock und einen Stift. Sie dürfen sich nun selbst eine Wegbeschreibung überlegen. Die Kinder sollen sich im ersten Schritt ein Objekt aussuchen, einen beliebigen Startpunkt wählen und den Weg selbst abgehen. Sie können unterschiedliche Wege von unterschiedlichen Startpunkten ausprobieren. Erst danach wird die Wegbeschreibung auf dem Notizblock niedergeschrieben. Die Begriffe aus dem Wortspeicher sollen den Schülerinnen und Schülern dabei helfen, einen Weg detailliert zu beschreiben. Die Wegbeschreibung kann in diesem Fall stichwortartig oder in ganzen Sätzen aufgeschrieben werden. In der ersten Phase werden die Kinder in ihrem Lernprozess beobachtet. Wenn der Lehrperson auffällt, dass ein Kind besondere Schwierigkeiten hat, sich für ein Objekt zu entscheiden oder die passenden Begriffe zu finden, kann durch kleine Hinweise und Fragen weitergeholfen werden. Wichtig ist es darauf zu achten, dass die Kinder auch wirklich Begriffe aus dem Wortspeicher verwenden. Beim Schreibprozess werden manche Schülerinnen und Schüler vielleicht vermehrt Hilfe benötigen.

In der nächsten Phase darf jedes Kind die eigene Wegbeschreibung mit den Mitschülerinnen und Mitschülern teilen. So wie beim Einstieg darf anstelle der Lehrperson immer ein Kind einen Weg beschreiben und die anderen Kinder müssen anhand der Beschreibung das gesuchte Objekt finden. Falls es zu Missverständnissen kommt, weil beispielsweise links und rechts verwechselt wurde, können diese direkt geklärt werden.

Für eine abschließende Reflexion kann man sich in einen Kreis zusammensetzen. Die Schülerinnen und Schüler dürfen nun der Reihe nach berichten, was ihnen schwerfiel und was ihnen bereits gut gelungen ist.

Die Lehrperson kann zur förderorientierten Beurteilung einerseits die Beobachtungen reflektieren und sich andererseits während der Wegbeschreibung Notizen machen und das entsprechende Kind darauf aufbauend durch individuelle Übungen gezielt fördern.

5.4.4 Unterrichtsevaluation und Darstellung der Differenzierung

Diese Lernumgebung kann insofern an die Bedürfnisse der Lernenden angepasst werden, indem sich einerseits das Schwierigkeitsniveau innerhalb der Lerngruppe verändert und sich das Aufgabenniveau andererseits durch Hilfestellungen oder Zusatzaufgaben erleichtert oder vertieft. Bei der Erarbeitung des Wortspeichers konnte schnell beobachtet werden, bei wem noch Förderbedarf da ist und wer Wege schon sehr sicher beschreiben kann. Die Wegbeschreibungen im Schulgarten haben allen Kindern Spaß gemacht. Es wurden unterschiedliche Objekte aus der Gartenhütte verwendet, wie ein Balancierweg und Hütchen, zudem wurden auch die Gegenstände miteingebunden, die sich sowieso im Garten befinden, wie Bänke oder große Steine. Die gemeinsamen Wegbeschreibungen zu Beginn haben einige Lernende benötigt, um die Lernaufgabe besser zu verstehen und den Wortspeicher mit der Aktivität zu verknüpfen. Es wurden bei jeder Wegbeschreibung unterschiedliche Startpunkte gewählt. Als im Anschluss jedes Kind eine eigene Wegbeschreibung erhielt, wurde, je nachdem welche Beobachtungen zuvor gemacht werden konnten, das Aufgabenniveau entweder erleichtert oder vertieft. Marcel kann beispielsweise rechts und links schon sehr genau voneinander unterscheiden, er hat jedoch Schwierigkeiten bei der bewussten Wahrnehmung seiner Umgebung. Deshalb wurden bei seiner Beschreibung vermehrt Anweisungen verwendet wie: *Du gehst geradeaus weiter, bis du zum Kieselweg kommst. Du überquerst den Kieselweg und bleibst neben dem großen Stein stehen.* Dominik und Marie haben noch Förderbedarf beim Merken der Richtungen, bei ihren Wegbeschreibungen wurden deshalb mehrmals Anweisungen mit rechts und links eingebaut, um diese Kompetenz zu schulen. Benjamin hat es im Alltag oft schwer seine Emotionen zu regulieren und sich an seine Umwelt anzupassen, im Unterricht präsentiert er sich meistens nicht sehr selbstsicher. Bei dieser Lernumgebung brachte er jedoch sehr viele

Vorerfahrungen mit und konnte einerseits zu Beginn den anderen bei der Orientierung helfen und sich andererseits auch bei der individuellen Beschreibung beweisen. Er wirkte dabei sehr viel selbstbewusster und motivierter, als man ihn normalerweise wahrnimmt. Beim Erfinden eigener Wegbeschreibungen benötigten die Kinder keine Hilfestellungen. Jedes Kind hat eine Wegbeschreibung gewählt, welche dem eigenen Niveau angepasst war. Bei der Durchführung fiel ihnen selbst auf, dass ihnen manchmal ein Fehler unterlaufen ist und bei der Beschreibung rechts und links verwechselt wurde oder die Gruppe beispielsweise zu weit nach vorne ging. Diese Fehler konnten direkt aufgeklärt werden und die Lerngruppe blieb bei allen Beschreibungen sehr geduldig. Bei der Reflexion konnten die meisten Lernenden eine realistische Einschätzung darüber geben, was sie bereits gut können und was sie noch weiter üben wollen. In einem nächsten Schritt könnten nun Wegbeschreibungen im Ort durchgeführt werden, da der Wortspeicher bereits gut geübt wurde und auch die Orientierung in der Umgebung geschult werden sollte.

5.5 Resümee

Schwerpunkt dieses Kapitels war die Erstellung und Erprobung von Lernumgebungen für eine heterogene Gruppe von sechs Lernenden. Da die Lernenden zum Teil nach unterschiedlichen Lehrplänen unterrichtet werden, ermöglicht die natürliche Differenzierung durch unterschiedliche Lernwege ein gemeinsames Lernen an einem gemeinsamen Gegenstand. Um die Vielfalt der unterschiedlichen Denkweisen als Ressource zu nutzen, und ein gemeinsames Lernen trotz individueller Arbeitswege zu ermöglichen, beinhalten alle drei Lernumgebungen nach den eigentätigen Lernphasen einen interaktiven Austausch der Lernenden. Die Lernumgebungen werden abschließend durch genaue Beobachtungen und Dokumentationen förderorientiert beurteilt, um Defizite aufzuarbeiten und die Schülerinnen und Schüler in ihrer individuellen Entwicklung zu unterstützen. Die erste Lernumgebung soll eine Verbindung von Arithmetik und Geometrie schaffen. Nach der Erarbeitung der grundlegenden Strukturen der Hundertertafel werden die Zahlbeziehungen innerhalb einer Spalte, einer Zeile und einer Diagonale erfasst. Im nächsten Schritt werden die Schülerinnen und Schüler dazu ermutigt, Muster auf der Hundertertafel zu erkennen, zu entwickeln, zu beschreiben und zu erstellen. Dabei werden einerseits geometrische Kompetenzen gefördert, und andererseits wird die Orientierung im Zahlenraum Hundert gefestigt. Die Lernenden können die Lernaufgabe von ihrem Niveau aus erkunden und durch differenzierte Hilfestellungen zu individuellen Ergebnissen kommen. Dies zeigte sich auch bei der Erprobung der Lernumgebung. Alle Lernenden erstellten mit mehr oder weniger Hilfestellungen individuelle Muster und konnten nach der Überarbeitung der Beschreibungen im interaktiven Austausch durch positive Erfolgserlebnisse ihr

Selbstbewusstsein stärken. Die zweite Lernumgebung beschäftigt sich mit der Einführung von geometrischen Figuren und ihren Eigenschaften und dem Erkennen von geometrischen Strukturen in der Umwelt. Durch ein gemeinsames Themenplakat werden die Begriffe erarbeitet und gefestigt. Mit geometrischen Figuren als Legematerial sollen die Schülerinnen und Schüler im nächsten Schritt im Klassenzimmer geometrische Strukturen erkennen und Objekte anhand geometrischer Eigenschaften beschreiben. Die natürliche Differenzierung dieser Lernumgebung liegt in den unterschiedlichen Zugangsweisen der Kinder. Bei der Erprobung konnten allen Lernenden auf ihrem eigenen Niveau tätig werden und unterschiedliche Entdeckungen machen. Die Ergebnisse wurden auf individuelle Art und Weise verschriftlicht und im interaktiven Austausch konnte die eigene Wahrnehmung der Objekte reflektiert werden. Besonders herausragend war es, die Lernenden im interaktiven Austausch dabei zu beobachten, wie sie sich bereits über geometrische Körper unterhielten, obwohl diese noch nie thematisiert wurden. Aus diesem Interesse heraus werden geometrische Körper demnächst im Unterricht erarbeitet. Die letzte Lernumgebung fördert den Geometriebereich der räumlichen Orientierung, indem Wegbeschreibungen angeleitet und ausgeführt werden. Im ersten Schritt wird ein Wortspeicher zum Beschreiben von Wegen erarbeitet und gefestigt. Anschließend werden in einem geeigneten Raum Objekte verteilt. Mithilfe der Begriffe aus dem Wortspeicher beschreibt die Lehrperson den Schülerinnen und Schülern den Weg von einem Startpunkt zu einem gewählten Objekt. Die Kinder dürfen im nächsten Schritt selbst einen Startpunkt und ein Objekt wählen, den Weg abgehen und versuchen, ihn zu beschreiben. Als Abschluss werden alle Wegbeschreibungen der Kinder ausgeführt, und Schwierigkeiten und Erfolgserlebnisse können in einer Reflexionsrunde geteilt werden. Auch diese Lernumgebung konnten die Lernenden bei der Erprobung mit positiven Erfolgserlebnissen selbstbewusst abschließen. Die unterschiedlichen Defizite wurden bereits bei der Erarbeitung des Wortspeichers dokumentiert und im Anschluss bei den individuellen Wegbeschreibungen direkt zur Förderung aufgegriffen. Das eigene Beschreiben von Wegen hat allen Lernenden Freude bereitet und in der abschließenden Reflexionsrunde wurden realistische Einschätzungen über das eigene Können gemacht. Die Erprobung der Lernumgebungen förderte einerseits die Eigentätigkeit und Motivation der Lernenden und andererseits konnten sie durch positive Erfolgserlebnisse ihr Selbstbewusstsein über ihr Können im Mathematikunterricht stärken. Im letzten Kapitel wird nun die formulierte Forschungsfrage mithilfe der gewonnenen Erkenntnisse beantwortet.

6 Fazit

Diese Arbeit beschäftigt sich mit den unterschiedlichen Voraussetzungen und Lernbedürfnissen, die Schülerinnen und Schüler in den Schulalltag mitbringen, und hatte zum Ziel, folgende Forschungsfrage zu beantworten:

„Wie können Themengebiete des mathematischen Inhaltsbereichs Geometrie mit Schülerinnen und Schülern der 2. und 3. Stufe einer Sonderschulklasse durch Lernumgebungen erarbeitet werden?“

Um diese Frage zu beantworten, wurden zu Beginn auf Basis der Literatur die Grundlagen der Heterogenität erläutert. Das Kapitel identifiziert Herausforderungen und verschiedene Ansätze, um heterogene Lerngruppen erfolgreich zu fördern und den inklusiven Ansatz im Bildungssystem zu stärken. Trotz Vorgaben zur Individualisierung und Differenzierung in den Lehrplänen zeigt die PISA-Studie 2022, dass das österreichische Bildungssystem als ungerecht empfunden wird. Jugendliche mit Migrationshintergrund erzielen niedrigere Leistungen und die soziale Ungleichheit zwischen privilegierten und benachteiligten Jugendlichen hat zugenommen. Geschlechterspezifische Unterschiede in Mathematik zugunsten von Jungen sind ebenfalls festzustellen. Inklusion wird als ein Konzept dargestellt, das auch soziale Ungerechtigkeiten allgemein berücksichtigt, um Gerechtigkeit und Gleichberechtigung zu fördern. Inklusion bedeutet ein gemeinsames Lernen in einem inklusiven Bildungssystem, das spezielle Bemühungen um die Bedürfnisse verschiedener sozial benachteiligter Gruppen beinhaltet. Das Erreichen von Grundkompetenzen in allen schulischen Lernbereichen ist nicht nur als allgemeines Ziel zu verstehen, sondern als Selbstverpflichtung der Schulen. Das darauffolgende Kapitel widmet sich den Leitgedanken eines heterogenen Mathematikunterrichts und beschreibt die Anforderungen an einen natürlich differenzierten Unterricht, der die Lernenden individuell fördert und in ihren eigenen Denkweisen und Lernwegen stärkt. Lernaufgaben müssen den unterschiedlichen Voraussetzungen entsprechend adaptiert werden. Durch effektives Üben, Diagnose, Interpretation und Förderung wird der Lernprozess begleitet. Um ein gemeinsames Lernen trotz individueller Arbeitswege zu gewährleisten, muss der interaktive Austausch der Lernenden ermöglicht werden. Eine natürliche Differenzierungsmethode, die diese Anforderungen berücksichtigt, ist der Unterricht mit Lernumgebungen, der ein selbstbestimmtes, aktiv-entdeckendes und soziales Lernen fördert. Durch eine klar formulierte Lernaufgabe werden die Schülerinnen und Schüler darin ermutigt, durch Eigenproduktion Lösungswege zu finden, ihre Denkweise im interaktiven Austausch zu erweitern und Zusammenhänge zu erkennen. Um Themengebiete des mathematischen Inhaltsbereichs Geometrie mit Schülerinnen und Schülern der 2. und 3. Stufe einer Sonderschulklasse zu erarbeiten, wurden

im Rahmen des dritten Kapitels einerseits die Bedeutung des Geometrieunterrichts für die Entwicklung der Kinder dargestellt und andererseits die gesetzlichen Grundlagen durch die österreichischen Lehrplananforderungen verdeutlicht. In allen Lehrplanstufen wird die Relevanz betont, Geometrie spielerisch und hantierend zu entdecken und geometrische Strukturen in der Lebenswelt der Kinder zu erfassen. Der moderne Geometrieunterricht soll außerdem nicht nur die geometrische Begriffsbildung fördern, sondern auch zur Entwicklung allgemeiner mathematischer Kompetenzen wie Argumentieren, Kommunizieren, Darstellen, Problemlösen und Modellieren beitragen. Um die Forschungsfrage zu beantworten, werden im vierten Kapitel aufbauend auf den Grundlagen der Heterogenität, den Leitgedanken eines heterogenen Mathematikunterrichts, dem Konzept von Lernumgebungen und den Anforderungen an den Geometrieunterricht abschließend drei Lernumgebungen für die Sonderschulklasse der Autorin erstellt. Die Lernumgebungen wurden zu den Themenbereichen Muster in der Hundertertafel, geometrische Figuren und ihre Eigenschaften und Orientierung im Raum entwickelt und sind so konzipiert, dass nach einer gemeinsamen Erarbeitung und Festigung des Wortspeichers die erste Lernaufgabe von unterschiedlichen Niveaus aus durch individuelle Lernwege bearbeitet werden kann. Bei der ersten Lernumgebung liegt der Schwerpunkt auf der Vernetzung von Arithmetik und Geometrie und der Orientierung im Zahlenraum Hundert. Bei der zweiten und dritten Lernumgebung wird Geometrie durch spielerisches Arbeiten hantierend erfasst und greifbar gemacht. Nach dem eigentätigen Lernprozess und der Aktivierung der eigenen Denkweisen beinhaltet jede Lernumgebung einen interaktiven Austausch der Lernenden, in dem sie einen Einblick in die Arbeits- und Denkweisen ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler erhalten sollen und dadurch ihren eigenen Lernprozess reflektieren. Bei der ersten Lernumgebung war das Erfinden, Beschreiben und Erstellen von Muster auf der Hundertertafel für manche Lernende zwar sehr anspruchsvoll, mit differenzierten Hinweisen der Lehrperson konnten aber auch diese Lernaufgabe alle Lernenden lösen. Obwohl die Lernenden der dritten Stufe der Allgemeinen Sonderschule die Lernaufgabe mit Hilfestellungen lösen konnte, war das Aufgabenniveau sehr hoch und es bleiben Defizite und Förderbedarf. Anders bei der zweiten Lernumgebung: Das Entdecken von geometrischen Strukturen in der Umwelt hat allen Lernenden große Freude bereitet und mit viel Motivation konnten sehr viele Entdeckungen gemacht werden. Das Verschriftlichen der Ergebnisse lösten die Lernenden auf ihrem eigenen Niveau und der interaktive Austausch konnte einerseits zur Reflexion der eigenen Wahrnehmung genutzt werden und andererseits zeigten die Beobachtungen auf, in welchen Bereichen die Lernenden weiterarbeiten wollen. Auch die dritte Lernumgebung konnten alle Lernenden mit positiven Teilleistungen gut abschließen, es bleiben keine Defizite, die räumliche Orientierung in der Umgebung sollte jedoch trotzdem noch weiter geschult werden. Die Erprobung der Lernumgebungen zeigt, dass die Bearbeitung der Lernaufgaben die

Eigentätigkeit und Motivation der Lernenden fördert und das Selbstbewusstsein durch positive Erfolgserlebnisse bereits bei Teilleistungen gestärkt wird.

Diese Arbeit zeigt auf, wie notwendig es ist, Unterricht heterogen und im Sinne der Inklusion zu gestalten und somit alle Schülerinnen und Schüler, unabhängig von ihren individuellen Bedürfnissen oder ihren sozialen Ungleichheiten, anknüpfend an ihren Stärken zu fördern und sie in ihrer Entwicklung zu unterstützen. Die Ergebnisse der PISA-Studie 2022 sollten Lehrpersonen dazu auffordern, ihren Unterricht umzugestalten und natürliche Differenzierung, individuelle Lernwege und differenzierte Denkweisen in den Unterrichtsalltag miteinfließen zu lassen, denn nur so kann man der gesellschaftspolitischen Herausforderung der Inklusion gerecht werden und ein inklusives Lernsetting gewährleisten, indem Lernen Freude bereitet und sich alle Lernenden willkommen fühlen.

7 Literaturverzeichnis

- Barth, Ulrike (2020). *Inklusion leben. Ein Arbeits- und Forschungsbuch zu Inklusion an Waldorfschulen* [elektronische Version]. Beltz Juventa.
- BIFIE (2011). *Praxishandbuch für „Mathematik“ 4. Schulstufe. 2. Auflage*. Abgerufen am 04. Februar 2024 von https://www.iqs.gv.at/_Resources/Persistent/db40c54aa85bb8adb5839f9e2aee9db5cf0c3203/bist_m_vs_praxishandbuch_mathematik_4_2011-08-22.pdf
- BKA (2020a). *Lehrplan der Sonderschule für Kinder mit erhöhtem Förderbedarf. BGBl. II Nr. 379/2020*. Abgerufen am 5. Jänner 2024 von <https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/Bundesnormen/NOR40226206/NOR40226206.pdf>
- BKA (2020b). *Lehrplan der Sondererziehungsschule. BGBl. II Nr. 379/2020*. Abgerufen am 5. Jänner 2024 von <https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/Bundesnormen/NOR40226710/NOR40226710.pdf>
- BKA (2023a). *Lehrplan der Volksschule. BGBl. II Nr. 269/2023*. Abgerufen am 5. Jänner 2024 von <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung/Bundesnormen/10009275/Lehrpl%a4ne%20der%20Volksschule%20und%20der%20Sonderschulen%2c%20Fassung%20vom%2031.08.2023.pdf?FassungVom=2023-08-31>
- BKA (2023b). *Lehrplan der Allgemeinen Sonderschule. BGBl. II Nr. 163/2023*. Abgerufen am 5. Jänner 2024 von <https://www.ris.bka.gv.at/Dokumente/Bundesnormen/NOR40253200/NOR40253200.pdf>
- Blasse, Nina (2015). *Inklusion* [elektronische Version]. Beltz Juventa.
- BMBWF (2023). *Mathematik*. Abgerufen am 11. Jänner 2024 von <https://www.paedagogikpaket.at/component/edocman/239-lehrplan-2/download.html?Itemid=0>
- BMSGPK (2016). *UN-Behindertenrechtskonvention. Deutsche Übersetzung der Konvention und des Fakultativprotokolls*. Abgerufen am 10. Dezember 2023 von <https://broschuerenservice.sozialministerium.at/Home/Download?publicationId=19>
- Cuypers, Achim (2018). *Geometrie in Kinderhaus und Montessori-Grundschule* [elektronische Version]. Verlag Herder.
- Eichler, Klaus-Peter (2006). *Zum Geometrieunterricht in der Grundschule*. Abgerufen am 09. Februar 2024 von https://www.mathematikus.de/fileadmin/user_upload/www.mathematikus.de/lehren-und-lernen/artikel/unterrichtspraxis/2000_zum-geometrieunterricht-in-der-grundschule/2000_zum-geometrieunterricht-in-der-grundschule.pdf
- Franke, Marianne; Reinhold, Simone (2016). *Didaktik der Geometrie. In der Grundschule* (3. Auflage). Springer Spektrum.
- Freudenthal, Hans (1973). *Mathematik als pädagogische Aufgabe. Band 2*. Klett.
- Häsel-Weide, Uta; Nührenbörger, Markus (Hrsg.) (2017). *Gemeinsam Mathematik lernen – mit allen Kindern rechnen*. Abgerufen am 12. Oktober 2023 von <https://grundschulverband.de/wp-content/uploads/2017/11/171107-Band-144-Appetizer.pdf>

- Hirt, Ueli; Wälti, Beate (2022). *Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte* (7. Auflage). Klett/Kallmeyer.
- Hopf, Wulf; Kronauer, Martin (2016). *Welche Inklusion?* In Moser, Vera [Hrsg.]; Lütje-Klose, Birgit [Hrsg.]. *Schulische Inklusion* (S. 14-26). DOI: 10.25656/01:17171
- Huhmann, Tobias; Spiegel, Hartmut (2016). *Kinder haben ein Recht auf guten Geometrieunterricht*. In: Die Grundschulzeitschrift, 291, S. 25-27. Friedrich Verlag GmbH
- Hußmann, Stephan; Bronner, Ines; Lübke, Julia & Thiel-Schneider, Alexandra (2015). *Mathematikunterricht im Ganzttag. Lösungsansätze für einen diagnosegeleiteten und differenzierten Unterricht*. DOI: 10.25656/01:14032
- Kräftner, Lisa (2023). *Differenzierung im Mathematikunterricht der Primarstufe. Eine qualitative Analyse zur Umsetzung von Differenzierung* [elektronische Version].
- Krauthausen, Günter; Scherer, Petra (2010). *Umgang mit Heterogenität. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule*. Abgerufen am 12. November 2023 von http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_Krauthausen-Scherer.pdf
- Lübeck, Anika (2021). *Heterogenität und Inklusion* [elektronische Version]. Beltz Verlagsgruppe.
- Moser Opitz, Elisabeth; Stöckli, Meret; Pfister, Mirjam & Reusser, Lis (2014). *Gezielt fördern, differenzieren und trotzdem gemeinsam lernen - Überlegungen zum inklusiven Mathematikunterricht* [elektronische Version]. Beltz Juventa.
- OECD (2023). *PISA 2022 Ergebnisse (Band I). Lernstände und Bildungsgerechtigkeit*. Abgerufen am 4. Jänner 2024 von <https://doi.org/10.3278/6004956w>.
- Peter-Koop, Andrea; Lilitakis, Georg & Spindeler, Brigitte (Hrsg.) (2009). *Lernumgebungen. Ein Weg zum kompetenzorientierten Mathematikunterricht in der Grundschule*. Mildenberger Verlag GmbH
- Rathgeb-Schnierer, Elisabeth (2009). *Heterogenität als Herausforderung und Chance für das Mathematiklernen in der Primarstufe*. [Moderierte Sektion]. Vortrag gehalten auf der 43. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 02.03. bis 06.03.2008 in Oldenburg. Abgerufen am 10. Oktober 2023 von https://wwwold.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/alle%20ModSek/Rathgeb-Schnierer_ModSek/RATHGEB-SCHNIERER_Elisabeth_2009_modSek.pdf
- Riedl, Alfred (2008). *Innere Differenzierung – Herausforderung für modernen Unterricht*. Abgerufen am 26. Dezember 2023 von <https://riedlpublikationen.userweb.mwn.de/pdf/inneredifferenzierungriedl2008.pdf>
- Selter, Christoph (2021). *Zahlenraumerweiterung Hundertertafel*. Abgerufen am 19. Februar 2024 von https://pikas-kompakt.dzlm.de/sites/pikaskp/files/uploads/15-Zahlraumerweiterung/zahlraumerweiterung_hundertertafel.pdf
- Selter, Christoph (o. J.a). *Mathe inklusiv*. Abgerufen am 19. Februar 2024, von <https://pikas.dzlm.de/pik-dorf/mathe-inklusiv>

- Selter, Christoph (o. J.b). *Leitideen*. Mathe inklusiv mit PIKAS. Abgerufen am 3. Jänner 2024, von <https://pikas-mi.dzlm.de/leitideen>
- Selter, Christoph (o. J.c). *Aufgaben adaptieren*. Mathe inklusiv mit PIKAS. Abgerufen am 3. Jänner 2024, von <https://pikas-mi.dzlm.de/leitideen/aufgaben-adaptieren>
- Selter, Christoph (o. J.d). *Diagnosegeleitet fördern*. Mathe inklusiv mit PIKAS. Abgerufen am 3. Jänner 2024, von <https://pikas-mi.dzlm.de/leitideen/diagnosegeleitet-f%C3%B6rdern>
- Selter, Christoph (o. J.e). *Austausch anregen*. Mathe inklusiv mit PIKAS. Abgerufen am 3. Jänner 2024, von <https://pikas-mi.dzlm.de/leitideen/austausch-anregen>
- Selter, Christoph (o. J.f.). *Effektiv üben*. Mathe inklusiv mit PIKAS. Abgerufen am 3. Jänner 2024, von <https://pikas-mi.dzlm.de/leitideen/effektiv-%C3%BCben>
- Toferer, Bettina; Lang, Birgit & Salchegger, Silvia (Hrsg.) (2023). *PISA 2022. Kompetenzen in Mathematik, Lesen und Naturwissenschaft am Ende der Pflichtschulzeit im internationalen Vergleich*. Abgerufen am 4. Jänner 2024 von <http://doi.org/10.17888/pisa2022-eb>
- Trautmann, Matthias; Wischer Beate (2011). *Heterogenität in der Schule. Eine kritische Einführung* (1. Auflage). Springer VS.
- Van Arkel, Meeuwis; Fiddrich, Martina; Hauck, Christine; Van Mierle, Mark (Vorsitz); Müller-Loeffelholz, Georg (o. J.a). *He-te-ro-gen*. Duden online. Abgerufen am 27. November 2023 von <https://www.duden.de/rechtschreibung/heterogen>
- Van Arkel, Meeuwis; Fiddrich, Martina; Hauck, Christine; Van Mierle, Mark (Vorsitz); Müller-Loeffelholz, Georg (o. J.b). *Ho-mo-gen*. Duden online. Abgerufen am 27. November von <https://www.duden.de/rechtschreibung/homogen>
- Wollring, Bernd (2008). *Kennzeichnung von Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule*. In Kasseler Forschergruppe Empirische Bildungsforschung (Hrsg). *Lernumgebungen auf dem Prüfstand. Zwischenergebnisse aus den Forschungsprojekten* (S. 9-26). Abgerufen am 4. Jänner 2024 von <https://www.uni-kassel.de/ub/?id=39129&h=9783899583946>

8 Anhang

8.1 Eigenständigkeitserklärung

„Ich erkläre, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit selbst verfasst habe und dass ich dazu keine anderen als die angeführten Hilfsmittel verwendet habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten Publikationen entnommen sind, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form weder im In- noch im Ausland in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt.“

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Robert Kersch', is written over a faint, light gray rectangular grid background.

Krems, 04.03.2024