

BACHELORARBEIT/BACHELOR THESIS

Inklusiver Mathematikunterricht

Handlungsorientierte Erarbeitung der GröÙe Liter in der Primarstufe

eingereicht von/submitted by

Julia Eder

zur Erlangung des akademischen Grades/in partial fulfilment of the
requirements for the degree of

Bachelor of Education (BEd)

Krems, Jänner 2023

Matrikelnummer/Student number:
Studienrichtung/Degree programme:
Betreuung/Supervisor:

41901260
Lehramt im Bereich der Primarstufe
Dr. Anita Summer

Kurzzusammenfassung

Inklusiver Mathematikunterricht fordert die qualitative Bildung aller Schülerinnen und Schüler und findet im Spannungsfeld zwischen individuellen und gemeinsamen Lernsituationen statt. Diese Handlungssituationen sollten als Ziel dieser Arbeit für die Erarbeitung der Größe Liter in der Primarstufe entworfen werden. Mittels integrativer Literaturverarbeitung wurde der aktuelle Stand der Forschung im Bereich des inklusiven Mathematikunterrichts und der Einführung von Größen in der Primarstufe dargelegt. Die theoretischen Erkenntnisse wurden im praktischen Teil zusammengeführt, um konkrete Handlungssituationen zur Erarbeitung des Liters im inklusiven Mathematikunterricht der Primarstufe zu entwerfen. Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen zwei wesentliche Grundlagen inklusiven Mathematikunterrichts: die Wertschätzung der Heterogenität der Kinder, sowie ihre individuellen Lernvoraussetzungen. Demnach müssen alle Lerninhalte an die Lerngruppe adaptiert werden, sodass ein Arbeiten am gemeinsamen Gegenstand, aber auf unterschiedlichen Niveaus stattfinden kann. Die Erarbeitung des Liters sollte durch materialbasierte Handlungen in vielfältigen Anwendungs- und Sachsituationen geschehen. Diese müssen differenziert angeboten werden, sodass jedes Kind auf seinem Leistungsniveau eine realistische Größenvorstellung entwickeln kann.

Summary

Inclusive mathematics teaching demands the qualitative education of all students and takes place in the field of tension between individual and common learning situations. These action situations should be designed as the goal of this work for the elaboration of the size liter in the primary level. By means of an integrative literature review, the current state of research in the field of inclusive mathematics education and the introduction of sizes in the primary level was presented. The theoretical findings were brought together in the practical part in order to design concrete action situations for the development of the liter in inclusive mathematics teaching at primary level. The results of this work show two essential foundations of inclusive mathematics teaching: the appreciation of the heterogeneity of the children, as well as their individual learning requirements. Accordingly, all learning content must be adapted to the learning group so that work on the common subject can take place at different levels. The development of the liter should take place through material-based actions in a variety of application and factual situations. These must be offered in a differentiated manner so that each child can develop a realistic idea of size at his or her own level.

Inhaltsverzeichnis

1	THEMENAUFRISS UND ZIELSTELLUNGEN.....	8
2	HETEROGENITÄT IM MATHEMATIKUNTERRICHT	12
2.1	Einblicke in die inklusive Bildung.....	12
2.2	Heterogenität	14
2.3	Differenzierung im inklusiven Mathematikunterricht.....	15
2.4	Leitideen inklusiven Mathematikunterrichts	17
2.4.1	Aufgaben adaptieren	17
2.4.2	Diagnosegeleitet fördern.....	28
2.4.3	Effektiv üben.....	28
2.4.4	Gemeinsamen Austausch anregen	29
2.5	Resümee	30
3	DIE EINFÜHRUNG DES LITERS IN DER PRIMARSTUFE	32
3.1	Grundlegendes zu Größen.....	32
3.2	Das didaktische Stufenmodell	33
3.3	Resümee	39
4	PRAKTISCHE ERARBEITUNG DER GRÖÖE LITER	41
4.1	Erfahrungen in Sach-, Spiel- und Alltagssituationen aufgreifen.....	41
4.2	Direktes Vergleichen von Repräsentanten.....	44
4.3	Indirektes Vergleichen von Repräsentanten	48
4.3.1	Indirektes Vergleichen mit selbst gewählten Maßeinheiten	48
4.3.2	Indirektes Vergleichen mit standardisierten Maßeinheiten	53
4.4	Umwandeln der Maßeinheit	58
4.5	Rechnen mit Größen	64
4.6	Resümee	65
5	FAZIT	67

6	LITERATURVERZEICHNIS.....	69
7	ANHANG	72
7.1	Eigenständigkeitserklärung	72

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 Entdeckerpäckchen	18
Abbildung 2 „Fünf-Stufen-Modell“ nach Wember (2013) und PIKAS	20
Abbildung 3 Tauschaufgaben verbinden	20
Abbildung 4 Mal- und Umkehraufgaben, Grafik privat	21
Abbildung 5 Mal- und Tauschaufgaben legen 1, Grafik privat	21
Abbildung 6 Mal- und Tauschaufgaben legen 2, Grafik privat	22
Abbildung 7 Rechenhäuser ZR 20/100, Grafik privat	23
Abbildung 8 offene Aufgaben aus Grundschule Mathematik 60/2019, S. 6.....	24
Abbildung 9 Unterschiedliche Vorgehensweisen	26
Abbildung 10 Forschermittel nach PIKAS, verfügbar unter https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_1_- _Entdecken_Beschreiben_Begruenden/UM/Forschermittelplakat/AB_Platat_Forschermittel.pdf	27
Abbildung 11 effektives Üben nach PIKAS, Grafik privat	29
Abbildung 12 Größenangabe	33
Abbildung 13 Aspekt des Aufteilens bzw. Verteilens bei der Division	38
Abbildung 14 Liter Ben, Grafik privat	41
Abbildung 15 Gegenstände ordnen, Grafiken lizenzfrei von Pixabay	43
Abbildung 16 Plakat Liter, Grafiken lizenzfrei von Pixabay	44
Abbildung 17 Forscherheft, Grafiken Gläser verfügbar unter https://www.ikea.lt/en/products/dining-room/decoration/vases-bowls/cylinder-vase-set-of-3-art-60175092 , weitere Grafiken lizenzfrei von Pixabay	45
Abbildung 18 Seriation, Grafik privat	46
Abbildung 19 ikonische Darstellung, Grafik privat	47
Abbildung 20 symbolische Darstellung, Grafik privat.....	47
Abbildung 21 Wasserbecken, Grafik privat	48

Abbildung 22 Wasserbecken befüllen, Grafik lizenzfrei von Pixabay.....	49
Abbildung 23 Einsatz von Forschermitteln, Grafik privat	50
Abbildung 24 mit Gefäßen messen, Grafik lizenzfrei von brgfx auf Freepik	52
Abbildung 25 Flüssigkeiten messen, Grafik lizenzfrei von brgfx auf Freepik	53
Abbildung 26 Liter, das Halbe und das Viertel, Grafiken privat und lizenzfrei von pch.vektor auf Freepik	54
Abbildung 27 der Liter, verfügbar unter https://fraulocke- grundsultante.de/material/Merkplakate_Liter.pdf	55
Abbildung 28 Viertelliter, verfügbar unter https://fraulocke- grundsultante.de/material/Merkplakate_Liter.pdf	55
Abbildung 29 halber Liter, verfügbar unter https://fraulocke- grundsultante.de/material/Merkplakate_Liter.pdf	56
Abbildung 30 Dreiviertelliter, verfügbar unter https://fraulocke- grundsultante.de/material/Merkplakate_Liter.pdf	56
Abbildung 31 mit Messbecher messen, Grafiken lizenzfrei von pixabay, weitere verfügbar unter https://www.xxxlutz.at	57
Abbildung 32 Hohlmaße aus „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ 2021	59
Abbildung 33 Messgegenstände aus „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ 2021	60
Abbildung 34 ein Milliliter aus „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ 2021	61
Abbildung 35 ein Zentiliter aus „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ 2021	61
Abbildung 36 ein Deziliter aus „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ 2021	62
Abbildung 37 ein Liter aus „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ 2021	62
Abbildung 38 Memory Umwandeln von Größen, Grafiken verfügbar unter https://fraulocke-grundsultante.de/material/Merkplakate_Liter.pdf	63
Abbildung 39 Memory Umwandeln von Größen, Grafiken verfügbar unter https://fraulocke-grundsultante.de/material/Merkplakate_Liter.pdf	63
Abbildung 40 Advent, Grafik lizenzfrei von Pixabay	64
Abbildung 41 Unterstützungsstufe I, Grafik privat	64

Abbildung 42 Unterstützungsstufe II, Grafik privat	65
--	----

1 Themenaufriss und Zielstellungen

Spätestens seit der Ratifizierung des Übereinkommens über die Rechte von Menschen mit Behinderung im Jahr 2008 ist der Terminus Inklusion ein viel diskutierter. So wird beispielsweise „die volle und wirksame Teilhabe an der Gesellschaft und Inklusion in die Gesellschaft“ gefordert (BMSGPK, 2016, S. 8). Charakteristisch für den Inklusionsbegriff ist seine vielfältige Auslegung und Eingrenzung (Beer, 2020, S. 1). Inklusion kann als eine Optimierung des Integrationskonzepts gesehen, aber nicht gleichermaßen verwendet werden (BMEIA & BMASK, 2016, S. 9). Ziel der Inklusion ist die Teilhabe aller Menschen am gesellschaftlichen Leben, um Separation und Diskriminierung abzuschaffen (Beer, 2020, S. 1; BMEIA & BMASK, 2016, S. 9). In Anlehnung daran soll die Individualität jedes einzelnen Menschen gewahrt werden. Im Laufe dieser Arbeit werden noch verschiedene Definitionen von Inklusion und Integration angeführt und miteinander verglichen. Für die weiteren Ausführungen werden die angeführten Grundsätze als ausreichend angesehen.

Dieser Arbeit liegt ein wesentlicher Teilbereich der Inklusion zugrunde, nämlich inklusive Bildung. Inklusive Bildung garantiert allen Menschen qualitative Bildung, unabhängig ihrer biologischen, sozialen und ökonomischen Voraussetzungen (DUK, 2014, S. 9). Im aktuellen Lehrplan der Volksschule wird bei den allgemeinen Bildungszielen der selbstständige Bildungserwerb angeführt (BMBWF, 2012, S. 9). Um dem Grundgedanken der inklusiven Bildung gerecht zu werden, muss jedem Kind dieser selbstständige Bildungserwerb ermöglicht werden, unabhängig der oben angeführten Faktoren. Jegliche Exklusion, also Ausschließung, von Schülerinnen und Schülern aufgrund verschiedenster individueller Merkmale stünde somit im Gegensatz zur geltenden Lehrplanforderung. Im Vergleich zum allgemeinen Bildungsziel (Stand 2012) befinden sich die allgemeinen Bestimmungen für die Grundschule noch auf dem Stand 2005. Hier wird noch am Ziel der sozialen Integration anstatt der Inklusion festgehalten. Diese Formulierung weist eindeutig Lücken auf, die im neuen Lehrplan (voraussichtlich gültig ab 2023/24) Beachtung finden sollten, um den Ansprüchen der inklusiven Bildung gerecht zu werden.

Da inklusive Bildung ein breites Spektrum umfasst, wird der Fokus dieser Arbeit auf den inklusiven Mathematikunterricht gelegt. Als Lehrperson können folgende Fragen berechtigterweise auftreten: Wie kann der Mathematikunterricht gestaltet werden, um den Ansprüchen der Inklusion gerecht zu werden? Inwiefern unterscheidet sich der inklusive Mathematikunterricht vom herkömmlichen? Welche Konzepte können angewandt werden, um erfolgreiches Lernen zu garantieren? In der behandelten Literatur werden unter diesem Aspekt mögliche Vor- und Nachteile des Lernens am gemeinsamen Gegenstand nach Feuser für die Gestaltung

inklusive Mathematikunterrichts erläutert (Jütte & Lüken, 2021; Korff, 2015; Schöttler, 2019). Solche gemeinsame Lernprozesse gelten als eine wichtige Voraussetzung für inklusiven Mathematikunterricht (Häsel-Weide & Nührenböcker, 2017, S. 12), dennoch muss das Spannungsfeld zwischen fachlicher Gemeinsamkeit und Individualität beachtet werden, da inklusiver Unterricht zwischen diesen beiden Extremen stattfindet (Schöttler, 2019, S. 28 f.). In den Ausführungen Häsel-Weides und Nührenböckers (2017, S. 15) wird „gemeinsames und individuelles Lernen in Balance“ als ein wesentlicher Aspekt inklusiven Unterrichts angeführt. In aktuellen Fallstudien zu gemeinsamen Lernsituationen (Oechsle, 2020) konnte festgestellt werden, dass der Begriff der gemeinsamen Lernsituationen von den befragten Lehrpersonen unterschiedlich gedeutet wird. Auf Basis der Studienergebnisse wurden drei Deutungskategorien für gemeinsame Lernsituationen entworfen (Oechsle, 2020, S. 219). Diese unterscheiden sich in ihren Aufgabenstellungen (ähnliche beziehungsweise unterschiedliche Bearbeitung möglich), sowie in der Auswahl der Aufgaben (ebd.). Da gemeinsame Lernsituationen ein wesentliches Kriterium inklusiven Mathematikunterrichts darstellen, sollte hier ein einheitliches, wissenschaftlich fundiertes Verständnis dieser vorliegen. Auch in der Interviewstudie Korffs (2015, S. 222) wird die Notwendigkeit gemeinsamer Lernsituationen aufgezeigt. Dennoch werden von den interviewten Lehrpersonen individuelle Lernsituationen als wesentlicher Aspekt für gelingende Lernprozesse genannt (Korff, 2015, S. 221).

In beiden Studien wird inklusiver Mathematikunterricht von den Probanden als Herausforderung dargestellt. Einerseits werden große Leistungsunterschiede als Schwierigkeit in der Gestaltung des gemeinsamen Unterrichts angesehen (Oechsle, 2020, S. 216). Andererseits wird der hierarchische Aufbau und die Abstraktheit arithmetischer Inhalte als Hindernis für gemeinsame Lernsituationen gedeutet (Korff, 2015, S. 221). Die Bereiche Geometrie und Sachrechnen würden sich für die handlungsorientierte und materialbasierte Erarbeitung als einfacher erweisen (ebd.). Sowohl Korff (2015, S. 152), als auch Oechsle (2020, S. 217) konnten die Befürchtungen der Lehrpersonen nachweisen, „dass sie im inklusiven Mathematikunterricht möglicherweise den Regelschülern nicht gerecht werden können, [...]“ (Oechsle, 2020, S. 217). Diese Problematik kann durch die Gestaltung einer differenzierten Lernumgebung auf Basis des Stufenmodells nach Wember (2013) gelöst werden. Das Modell ermöglicht eine Planung inklusiven Unterrichts, bei dem das individuelle Fördern und Fordern aller Schülerinnen und Schüler durch Differenzierung gelingt. Dennoch wird in einer gemeinsamen Lernsituation unter der Berücksichtigung der Lehrplanforderungen gearbeitet. Das Modell besteht aus fünf Stufen. Zusätzlich zu der Basisstufe, die den Grundanforderungen entspricht, gibt es je zwei Erweiterungs- beziehungsweise Unterstützungsstufen, um leistungsstarken Kindern und Kindern mit Lernschwierigkeiten gerecht zu werden (Wember, 2013, S. 381).

Wie bereits erwähnt, stellt der Lehrplan eine wichtige Grundlage aller pädagogischen Tätigkeiten dar. Dieser Arbeit liegt der Teilbereich der Größen des Lehrplans für Mathematik in der Primarstufe zugrunde. Dabei werden folgende Größenbereiche unterschieden: Längen, Masse, Raum, Zeit und Geld (BMBWF, 2012, S. 150). Aufgrund der Vielzahl der bearbeiteten Größen in der Primarstufe wird der Größenbereich Raum fokussiert. Das didaktische Stufenmodell bietet Lehrpersonen eine Abfolge an Phasen, die für die Erarbeitung der ersten Einheit einer Größe als wesentlich angesehen werden (Franke & Ruwisch, 2010, S. 184). In Bezug auf den Größenbereich Raum wird eine Einführung der ersten Einheit dieses Größenbereichs, des Liters, auf Basis dieses Modells als sinnvoll erachtet.

Das Modell umfasst fünf Stufen, die aufeinander aufbauen. Die Basis bilden Erfahrungen mit der Größe in diversen Sach-, Spiel- und Alltagssituationen (Franke & Ruwisch, 2010, S. 184). Danach findet der direkte Vergleich von geeigneten Repräsentanten statt, bevor der indirekte Vergleich unter Verwendung selbstgewählter beziehungsweise standardisierter Maßeinheiten erfolgt (Krauthausen, 2018, S. 156). Anschließend wird die Maßeinheit verfeinert beziehungsweise vergrößert, was als Umwandeln bezeichnet wird (Franke & Ruwisch, 2010, S. 184). Erst, wenn diese Stufen erfolgreich absolviert wurden, wird mit Größen gerechnet (ebd.). Ein wichtiges Ziel der Arbeit mit Größen ist die Entwicklung einer Größenvorstellung. Schülerinnen und Schüler, die über Größenvorstellung verfügen, können Größenangaben mithilfe adäquater Repräsentanten darstellen und umgekehrt zu diesen auch die passende Größenangabe nennen (Franke & Ruwisch, 2010, S. 235; Krauthausen, 2018, S. 154). Außerdem können sie ihr erworbenes Wissen für die Tätigkeiten des Problemlösens, Schätzens und im Alltag anwenden (Franke & Ruwisch, 2010, S. 235).

Aufgrund des aktuellen wissenschaftlichen Stands und der eben erläuterten theoretischen Ausführungen wird folgende Forschungsfrage gestellt: Wie kann die handlungsorientierte Erarbeitung der Größe Liter in der Primarstufe unter dem Aspekt des inklusiven Mathematikunterrichts stattfinden?

Um wissenschaftliche und praxisorientierte Antworten zu geben, werden mittels integrativer Literaturverarbeitung theoretische Modelle und Inhalte für inklusiven Mathematikunterricht angeführt und miteinander verglichen. Dafür wurde in öffentlich zugänglichen Datenbanken und Bibliotheken gezielt Literatur zum inklusiven Mathematikunterricht, sowie zur Inklusion allgemein und zum Rechnen mit Größen gesichtet und nach den Kriterien der Wissenschaftlichkeit, der Brauchbarkeit zur Beantwortung der Forschungsfrage, sowie des Erscheinungsjahres ausgewählt.

Um die Ziele und die Notwendigkeit inklusiver Bildung zu verdeutlichen, werden im Theorieteil zunächst Unterschiede der relevanten Begriffe „Inklusion“ und „Integration“ angeführt und miteinander verglichen. Ein für die vorliegende Arbeit notwendiges Inklusionsverständnis wird festgelegt. Zudem wird analysiert, inwiefern der aktuelle Lehrplan der Volksschule den Anforderungen der Inklusion gerecht wird und wo es Verbesserungsbedarf geben könnte. Weiters wird der Aspekt der Heterogenität im Mathematikunterricht fokussiert. Dafür werden unter anderem Leitideen inklusiven Unterrichts nach PIKAS, sowie das Fünf-Stufen-Modell nach Wember näher erläutert und auf ihre Brauchbarkeit für die Beantwortung der Forschungsfrage untersucht. Einen wesentlichen Aspekt dieses Kapitels nimmt auch die natürliche Differenzierung ein.

Darüber hinaus werden notwendige wissenschaftliche Erkenntnisse zu mathematischen Größen im Grundschulbereich allgemein erläutert, wobei hier die Lehrplanforderungen und Bildungsstandards im Bereich der Größen genauer definiert werden. Einen weiteren wesentlichen Faktor stellt das didaktische Stufenmodell zur Erarbeitung von Größen dar. Um die Forschungsfrage beantworten zu können, werden auf Basis der theoretisch gewonnenen Erkenntnisse zum inklusiven Mathematikunterricht und zur handlungsorientierten Erarbeitung von Größen konkrete Sachsituationen zur Erarbeitung des Liters mit dem didaktischen Stufenmodell erstellt. Somit werden theoretische und praxisorientierte Aspekte zusammengefasst.

2 Heterogenität im Mathematikunterricht

Dieses Kapitel basiert auf einem wesentlichen Grundgedanken inklusiven Mathematikunterrichts. Die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler kann als Grundlage aller pädagogischen Arbeit angesehen werden. Sie betrifft nicht nur das Alter, die Ethnie oder den sozialen Status der Lernenden, sondern auch ihre individuellen Lernvoraussetzungen, welche eine wesentliche Rolle im inklusiven Mathematikunterricht einnehmen. Um die Forschungsfrage gezielt beantworten zu können, werden zunächst Einblicke in die inklusive Bildung gegeben. Dafür werden die wesentlichen Begriffe „Inklusion“ und „Integration“ definiert, um dann ein für diese Arbeit grundlegendes Inklusionsverständnis festzulegen. Diese theoretische Definition allein soll einen Einblick geben, worauf inklusiver Mathematikunterricht aufbauen könnte. Um die Frage nach einer konkreten Gestaltung inklusiven Mathematikunterrichts beantworten zu können, werden zunächst Formen der Differenzierung angeführt und auf ihre Brauchbarkeit für inklusiven Unterricht untersucht. Anschließend werden Leitideen inklusiven Mathematikunterrichts auf Basis von PIKAS erarbeitet und mit selbst erstellten Beispielen erweitert. Wesentlich für die folgenden Erörterungen ist die Tatsache, dass inklusiver Mathematikunterricht keiner *speziellen* Didaktik bedarf, was in den folgenden Ausführungen verdeutlicht wird.

2.1 Einblicke in die inklusive Bildung

Der Anspruch auf inklusive Bildung wurde in allen behandelten Literaturen zum inklusiven Unterricht gestellt. Dabei wird oftmals auf die Ratifizierung des Übereinkommens über die Rechte von Menschen mit Behinderung im Jahr 2008 verwiesen. Spätestens seit diesem Zeitpunkt ist der Begriff der Inklusion aus gesellschaftlichen und pädagogischen Diskussionen nicht mehr wegzudenken. Inklusive Bildung soll allen Individuen gleiche Chancen auf eine qualitative Bildung ermöglichen, unabhängig ihrer Bedürfnisse und ihrer biologischen, ökonomischen und sozialen Voraussetzungen (DUK, 2014, S. 9). Diese Forderung bezieht sich auf einen wesentlichen Aspekt der Inklusion, nämlich auf die uneingeschränkte Teilhabe am gesellschaftlichen Leben und die Abschaffung von Exklusion und Diskriminierung (Beer, 2020, S. 1; BMEIA & BMASK, 2016, S. 9). Diese Auffassung basiert auf dem weiten Inklusionsbegriff (Schöttler, 2019, S. 8). Im Gegensatz dazu fokussiert der enge Inklusionsbegriff den gemeinsamen Unterricht von Schülerinnen und Schülern mit und ohne sonderpädagogischen Förderbedarf (Schöttler, 2019, S. 8).

Der Begriff der Inklusion ist ein umfassender und kann deshalb nur schwer eingegrenzt werden, vor allem aufgrund seines „diffusen Charakter[s]“ (Beer, 2020, S. 1). Je nachdem, wie der

Terminus Inklusion ausgelegt wird, werden unterschiedliche Absichten erkennbar, was bereits durch die Unterscheidung zwischen dem eng- und weitgefassten Inklusionsbegriff verdeutlicht wurde. Inklusion kann als eine modifizierte Form der Integration angesehen, aber nicht gleichermaßen verwendet werden (BMEIA & BMASK, 2016, S. 9). Der Terminus Inklusion stammt vom lateinischen „in-clūdere“, was so viel wie *einschließen* beziehungsweise *einfügen* bedeutet (PONS, 2022). Im Gegensatz dazu meint „integrare“ *wiederherstellen* beziehungsweise *anpassen* (ebd.). Integration zielt dahingehend auf die Anpassung von Menschen an die Gesellschaft ab (BMEIA, BMASK, 2016, S. 9). Dass die beiden Begriffe fälschlicherweise oftmals synonym verwendet werden, wird auch in den Ausführungen Hinz' erwähnt (2002, S. 354). Um dies zu vermeiden, stellt er die wesentlichsten Unterschiede der beiden Begriffe in seiner „Gegenüberstellung von integrativer und inklusiver Praxis“ gegenüber (Hinz, 2002). Diese nehmen in dieser Arbeit keinen eigenen Aspekt ein und werden deshalb nicht näher erläutert.

Obwohl im aktuell gültigen Lehrplan der Volksschule die „individuellen Lernvoraussetzungen der Kinder“ erwähnt werden, wird die Schule dennoch als „Begegnungsort behinderter und nicht behinderter Kinder“ betrachtet (BMBWF, 2005, S. 17). Somit kann Gefahr bestehen, die Behinderung eines Menschen wiederum als alleinstehendes Merkmal zu missbrauchen. Zudem wird, wie bereits erwähnt, die soziale Integration statt Inklusion gefordert (BMBWF, 2012, S. 17). Die aktuell gültige Fassung des Lehrplans weist in Bezug auf Inklusion Lücken auf, welche im neuen Lehrplan der Volksschule bearbeitet werden sollten. In der behandelten Literatur werden verschiedenste Definitionen von Inklusion angeführt. Reich (2012, S. 7) beschreibt Inklusion wie folgt:

Menschen sind unterschiedlich, sie können es sein, ohne daraus Diskriminierungen erleiden zu müssen, und der Staat ergreift Vorkehrungen, die ihnen gerechte Chancen unabhängig von ihrem Geschlecht, ihrer Herkunft, Hautfarbe, ihrem Migrationshintergrund, ihren Eigenschaften und Zuschreibungen, ihren sexuellen oder anderen Orientierungen, ihren sozialen, ökonomischen oder kulturellen Benachteiligungen, ihrer Religion oder Behinderung ermöglichen.

In Anlehnung daran wird von der Autorin vorliegender Arbeit folgender Inklusionsbegriff mit Fokus auf den Mathematikunterricht für diese Arbeit festgelegt:

Auf Basis des Inklusionsgedanken soll der Mathematikunterricht so geplant und durchgeführt werden, dass alle Schülerinnen und Schüler im Rahmen ihrer Möglichkeiten am Mathematikunterricht teilhaben und erfolgreich lernen können. Dies betrifft neben Regelschülerinnen und -schülern genauso leistungsstarke beziehungsweise leistungsschwache Kinder. Das erfordert einerseits eine Individualisierung des Unterrichts und eine Differenzierung der Aufgabenstellungen, andererseits soll der Gemeinschaftsgedanke dabei nicht aus den Augen verloren gehen.

Der Inklusionsgedanke basiert auf der Heterogenität der Schülerinnen und Schüler. Was dieser Begriff konkret bedeutet und welche Bedingungen er an den Mathematikunterricht stellt, wird in den folgenden Ausführungen erläutert.

2.2 Heterogenität

„Heterogenität ist in Schule Realität.“ (Weiß, 2019, S. 4). Mit dieser Aussage beginnt Weiß seinen Artikel zum Arbeiten an gemeinsamen Inhalten im Mathematikunterricht. Inklusiver Unterricht fordert eben diese Teilnahme aller Schülerinnen und Schüler unabhängig ihrer individuellen Voraussetzungen. Dies führt zu einer gewissen Heterogenität im Klassenzimmer. Mit dem Begriff „Heterogenität“ wird die Verschiedenartigkeit, beziehungsweise Ungleichartigkeit bezeichnet (Duden, 2006, S. 499). In dieser Arbeit wird der Begriff Heterogenität im Bildungsbereich verwendet. Diese Heterogenität kann sich in unterschiedlichen Sprachen, Geschlechtern, in einem unterschiedlichen sozialen Status und in Leistungsunterschieden äußern (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 49). Krauthausen und Scherer führen ergänzend zu den bereits genannten Unterschieden die Ethnie, das Alter, sowie die Beeinträchtigungen beziehungsweise Behinderungen der Lernenden als Erscheinungsformen der Heterogenität an (2016, S. 10).

Der Fokus dieser Arbeit wird auf die individuellen Leistungs- und Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht gelegt. Um der Heterogenität der Lernenden gerecht zu werden, müssen ihre unterschiedlichen Lernausgangslagen erhoben und bei der Planung, Durchführung und Reflexion des Mathematikunterrichts Berücksichtigung finden, da sie Ausgangspunkt für jegliche pädagogische Tätigkeit sind (Häsel-Weide & Nührenbörger, 2017, S. 8). Auch in den Ausführungen Korffs (2015, S. 21) wird die Anerkennung unterschiedlicher Voraussetzungen und Ausgangslagen der Individuen als Prinzip inklusiven Mathematikunterrichts genannt. In diesem Zusammenhang erwähnt sie die Problematik der Zwei-Gruppen-Theorie, die zwischen behinderten beziehungsweise nichtbehinderten Schülerinnen und Schüler differenziert (Korff, 2015, S. 21). Solche Gruppenbildungen entsprechen nicht den Grundzügen inklusiver Bildung. Hier sei anzumerken, dass der Begriff „Menschen mit Behinderung“ anstatt „der/die Behinderte“ durchgehend verwendet werden sollte, um den bereits mehrfach genannten Ansprüchen der Inklusion gerecht zu werden und um die jeweilige Behinderung nicht als alleinstehendes Merkmal zur Beschreibung von Personen zu missbrauchen.

Um wieder zum Aspekt der Heterogenität zurückzukommen, spricht Häsel-Weide von einer notwendigen Wertschätzung der Verschiedenartigkeit der Schülerinnen und Schüler als wichtige Grundhaltung der Lehrpersonen für den inklusiven Mathematikunterricht (2017, S. 17). In den Ausführungen Krauthausens und Scherers (2016, S. 10) werden drei unterschiedliche Zugänge beziehungsweise Einstellungen von Lehrkräften zur Heterogenität angeführt: Diese Verschiedenartigkeit kann einerseits als Problem, andererseits als Normalfall oder Chance angesehen werden. Inklusiver Mathematikunterricht setzt die Perspektive von Heterogenität als

Chance für individuellen und doch gemeinsamen Unterricht voraus. Die Betrachtungsweise der Heterogenität als Problem ist nicht gleichzusetzen mit Heterogenität als Herausforderung inklusiven Mathematikunterrichts. Diverse Studien (Korff, 2015; Oechsle, 2020) belegen die hohen Ansprüche inklusiven Mathematikunterrichts an die Lehrkräfte. Diese Anforderungen müssen unter anderem in der Unterrichtsplanung, der Auswahl der Unterrichtsmethoden und Sozialformen und der Erstellung der Aufgaben Berücksichtigung finden (Kuntze, Schäferling & Scherrmann, 2017, S. 16).

Inklusiver Mathematikunterricht soll den Lernenden ermöglichen, sich selbst als kompetent zu erleben (Häsel-Weide & Nührenbörger, 2017, S. 9). Die fachlichen Kenntnisse der Lernenden sollen dafür erweitert werden, indem notwendige Basiskompetenzen gefestigt und differenzierte Lernangebote auf unterschiedlichen Niveaus offeriert werden (ebd.). Hier stellt sich die Frage nach der Angemessenheit einheitlicher Lernziele für alle Schülerinnen und Schüler. Allein aufgrund der bisher angeführten wissenschaftlichen Erkenntnisse wird deutlich, dass heterogener Mathematikunterricht ebenso unterschiedliche Ziele für die Lernenden anstreben muss. Ansonsten würden weder der Aspekt der Heterogenität der Lerngruppe noch die Grundzüge inklusiven Mathematikunterrichts umfassend berücksichtigt werden.

2.3 Differenzierung im inklusiven Mathematikunterricht

Eine grundlegende Voraussetzung inklusiven Mathematikunterrichts ist die Wertschätzung der Heterogenität der Schülerinnen und Schüler. Äußere Differenzierung mit dem Zweck, eine möglichst homogene Lerngruppe zu erhalten, würde diesem Grundgedanken widersprechen. In diesem Fall würden die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Kinder Auslöser einer Separierung in homogene Gruppen darstellen und individualisierten Unterricht erschweren, da die individuellen Voraussetzungen der Lerngruppe nicht berücksichtigt werden (Scherer & Moser Opitz, 2010, S. 49 f.). In der behandelten Literatur wird einheitlich innere beziehungsweise natürliche Differenzierung im inklusiven Mathematikunterricht gefordert. So führt beispielsweise Selter (o. J.) in den didaktischen Prinzipien von PIKAS das Prinzip der natürlichen Differenzierung an. Ausgangslage stellt ein gemeinsames, übergeordnetes Thema dar, welches auf unterschiedlichen Anspruchsniveaus bearbeitet werden kann. Die Lernenden wählen dabei unter anderem selbstständig, wie sie im Problemlöseprozess vorgehen und welche Hilfsmittel und Darstellungsformen sie nützen (Käpnick, 2014, S. 194; Selter, o. J.). Um diese natürliche Differenzierung zu ermöglichen, sind einerseits klare Rahmenbedingungen und Anforderungen notwendig, andererseits werden hohe Ansprüche an die Lehrperson gestellt, da sie

dafür passende Lernumgebungen und Aufgabenstellungen generieren muss (Krauthausen, 2018, S. 299).

Weitere Autoren und Autorinnen erwähnen die natürliche Differenzierung nicht oder nur im Zusammenhang mit der inneren Differenzierung, auch Binnendifferenzierung genannt. Moser Opitz und Scherer führen differenziertes und individualisiertes Lernen innerhalb einer Klasse als eine Möglichkeit innerer Differenzierung an (2010, S. 51). Dieser Aspekt wird von Käpnick (2014, S. 193) ergänzt, indem er unter dem Begriff der Binnendifferenzierung das Erstellen von Lerngruppen auf unterschiedlichen Kompetenzniveaus für eine festgelegte Dauer anführt. Krauthausen und Scherer sehen die Notwendigkeit einer inneren Differenzierung zur Ermöglichung des sozialen Lernens und des Lernens von- und miteinander, wobei individuelles und selbstständiges Lernen im Vordergrund stehen (2016, S. 16). Zusätzlich zur inneren, natürlichen und äußeren Differenzierung werden von Käpnick die Formen der quantitativen Differenzierung und das Compacting angeführt (2014, S. 193 f.). Erstere basiert auf der Schnelligkeit und Korrektheit der Lösung mathematischer Aufgabenstellungen durch die Lernenden (ebd.). Dies bedeutet, dass Schülerinnen und Schüler, die bestimmte Aufgaben schneller und korrekt lösen, zusätzliche Angebote erhalten, was Käpnicks Auffassung von Binnendifferenzierung ähnelt. Auch hier arbeiten die Lernenden auf unterschiedlichen Anspruchsniveaus und demnach in ihrem Arbeitstempo. Beim Compacting erhalten leistungsstarke Kinder, die die vorgesehenen Lerninhalte bereits erfolgreich erworben haben, vertiefende Lernangebote oder spezielle, themenunabhängige Aufgabenstellungen (Käpnick, 2014, S. 194).

Da nun mögliche Differenzierungsformen angeführt und erläutert wurden, sollen sie nun auf ihre Einsatzmöglichkeiten im inklusiven Mathematikunterricht überprüft werden. Das Prinzip der natürlichen Differenzierung ermöglicht es Lehrpersonen, dem Anspruch der Heterogenität und des inklusiven Mathematikunterrichts gerecht zu werden. Das Lernen am gemeinsamen Gegenstand wird hier durch dasselbe Lernangebot auf unterschiedlichen Komplexitätsstufen und Bearbeitungsmöglichkeiten gewährt. Darüber hinaus ermöglicht die inhaltliche Gleichheit einen gemeinsamen, fachlichen Austausch. In diesem Sinne kann die natürliche Differenzierung als eine Art der Optimierung der inneren Differenzierung angesehen werden. Eine Differenzierung, die ausschließlich der Bildung von homogenen Lerngruppen dient, kann niemals im inklusiven Mathematikunterricht zielführend eingesetzt werden, da die unterschiedlichen Lernausgangslagen unberücksichtigt bleiben würden. Nichtsdestotrotz können Formen der äußeren Differenzierung zusätzlich zur inneren beziehungsweise natürlichen Differenzierung genutzt werden, wenn sie beispielsweise der Förderung lernschwacher Schülerinnen und Schüler dient. Diese individuellen Fördereinheiten können „für eine spezifische Diagnostik oder zum Aufarbeiten von Lerninhalten genutzt werden [...]“ (Scherer & Moser Opitz, 2010, S.

50). Leistungsstarke Schülerinnen und Schüler könnten währenddessen im Sinne des Compacting an ihren vertiefenden Lernangeboten arbeiten. Zusätzlich zu den eben angeführten Differenzierungsformen bieten die Leitideen inklusiven Mathematikunterrichts nach PIKAS weitere Möglichkeiten, im Sinne eines gemeinsamen Lerngegenstands auf Basis der natürlichen Differenzierung zu arbeiten.

2.4 Leitideen inklusiven Mathematikunterrichts

Bevor wesentliche Grundzüge inklusiven Mathematikunterrichts erläutert werden, soll folgender Aspekt erwähnt werden: Um guten inklusiven Mathematikunterricht zu ermöglichen, müssen unbedingt inhaltliche Leitideen berücksichtigt werden (Weiß, 2019, S. 4). Inklusiver Mathematikunterricht bedarf dabei keiner speziellen Didaktik, da er ebenso auf den Kriterien guten Mathematikunterrichts aufbaut, welche aber an die Gruppe der Lernenden angepasst werden müssen (Selter, o. J.). Die Leitideen inklusiven Mathematikunterrichts nach PIKAS wurden auf Basis der vier Leitthemen inklusiven Unterrichts entwickelt: Aufgaben adaptieren, diagnosegeleitet fördern, gemeinsamer Austausch und effektiv üben (Selter, o. J.). Wichtig ist hier anzumerken, dass solche Leitthemen nicht in jeder Mathematikstunde stattfinden können. Dennoch sollten sie, wenn möglich, Berücksichtigung finden, um inklusiven Mathematikunterricht im oben genannten Spannungsfeld zu ermöglichen. Dadurch können sich alle Schülerinnen und Schüler am Mathematikunterricht beteiligen und Erfolgserlebnisse schaffen. Eine wesentliche Voraussetzung dafür ist das Eingehen auf die individuellen Lernvoraussetzungen der Kinder (Selter, o. J.). Korten et al. führen in diesem Zusammenhang die Problematik der sogenannten Individualisierungsfalle an (2017, S. 35). Diese kann entstehen, wenn die Lernenden ausschließlich mit individuellen Lernmaterialien und Aufgabenstellungen in ihrem Tempo allein arbeiten, mit der fälschlichen Intention, individuelle Lernprozesse zu ermöglichen (ebd.). Dadurch entsteht die Gefahr der Vereinzelung in Lernprozessen, da kein gemeinsamer Inhaltspunkt bearbeitet und folglich keine fachliche Kommunikation mehr stattfinden kann, wodurch erfolgreiches Lernen verhindert wird (Selter, o. J.). Dadurch wird nochmals das Spannungsfeld inklusiven Mathematikunterrichts verdeutlicht.

2.4.1 Aufgaben adaptieren

Wie bereits erwähnt, findet inklusiver Mathematikunterricht im Spannungsfeld zwischen gemeinsamen und individuellen Lernprozessen statt (Häsel-Weide & Nührenböcker, 2017, S. 15; Schöttler, 2019, S. 28f.). Um die unterschiedlichen Lernausgangslagen zu berücksichtigen, aber dennoch ein gemeinsames Lernen zu garantieren, können Aufgaben adaptiert, also an

die jeweiligen Lernvoraussetzungen angepasst werden. Dabei sollen individuelle Lernfortschritte ermöglicht werden, da so jedes Individuum der heterogenen Gruppe seine Potenziale entfalten kann (Korten, Pliquet & Selter, 2017, S. 34).

PIKAS unterscheidet bei der Adaption der Aufgaben sieben Leitideen, die im Unterricht oftmals miteinander verbunden und deswegen schwer voneinander abgrenzbar sind (Selter, o. J.). Dennoch werden sie in dieser Arbeit aus Gründen der Übersichtlichkeit einzeln angeführt. Die erste Leitidee fordert die Berücksichtigung der unterschiedlichen kognitiven Anforderungen mathematischer Beispiele an die Schülerinnen und Schüler (ebd.).

2.4.1.1 Anforderungsbereiche

Das Anforderungsniveau mathematischer Aufgaben kann durch folgende Anforderungsbereiche variiert werden: Der erste Anforderungsbereich ist das *Reproduzieren* von Lerninhalten, gefolgt vom *Herstellen von Zusammenhängen* und vom Bereich *Verallgemeinern und Reflektieren* (Krauthausen, 2018, S. 36). Die letzten beiden Anforderungsbereiche fördern den Erwerb allgemeiner mathematischer Kompetenzen (AK). Diese beziehen sich auf mathematische Prozesse, wie das Modellieren, Operieren, Kommunizieren und Problemlösen und ermöglichen eine verständnisorientierte mathematische Grundbildung. Deshalb stellen sie eine wesentliche Voraussetzung für den Erwerb inhaltlicher Kompetenzen (IK) dar (BIFIE, 2011, S. 8). Als Beispiel für die Bearbeitung einer mathematischen Aufgabenstellung wird folgendes Entdeckerpäckchen angeführt.

Rechne aus und setze fort!	
69 – 36 =	
68 – 35 =	
67 – 34 =	
–	=

Abbildung 1 | Entdeckerpäckchen

Das erste Anforderungsniveau, die Reproduktion, wird von den Lernenden erfüllt, wenn sie die Reihe fortsetzen und eventuell auch ausrechnen. Um den Blick der Schülerinnen und Schüler auf das Herstellen von Zusammenhängen zu schulen, kann die Frage „Was fällt dir auf?“ helfen. Die Erkenntnis dieser Stufe ist das immer gleiche Ergebnis (immer 33). Die höchste Anforderung wäre das Verallgemeinern und Reflektieren, was durch folgende Frage erleichtert werden kann: „Warum sind die Ergebnisse immer dieselben? Begründe!“. Die

Schülerinnen und Schüler sollen entdecken, dass Minuend und Subtrahend um denselben Wert verändert werden (um eins weniger). Somit bleibt das Ergebnis, die Differenz, gleich, was als Konstanz der Differenz bezeichnet wird. Das Bearbeiten einer Aufgabe auf unterschiedlichen Niveaus ermöglicht individuell angepasste Unterstützung und dennoch den Austausch über einen gemeinsamen Gegenstand.

2.4.1.2 Tipps und Herausforderungen

Um den Anspruch der Heterogenität im inklusiven Mathematikunterricht umzusetzen, müssen neben bestehenden Differenzierungsmaßnahmen weitere „Formen der individuell angepassten Lernunterstützung sowie Erweiterung“ angeboten werden, um ein differenziertes aber zugleich gemeinsames Lernen zu ermöglichen (Korten et al., 2017, S. 37). Diese werden bei PIKAS als „Tipps und Herausforderungen“ bezeichnet (Selter, o. J.). Auch hier steht das Lernen am gemeinsamen Gegenstand im Zentrum. Um den jeweiligen Schülerinnen und Schülern Herausforderung zu bieten, können Aufgaben zum „Erkennen, Beschreiben, Reflektieren und Verallgemeinern von Strukturen“ angeboten werden (Weiß, 2019, S. 6). Damit ein gemeinsamer Austausch über mathematische Inhalte stattfinden kann, können zusätzlich zu individuellen Herausforderungen auch individuelle Hilfestellungen bereitgestellt werden. Diese unterstützen die Lernenden, mathematische Strukturen zu entdecken (ebd.). Dabei kann es sich um Tipps, Hinweise, aber auch Hilfs- und Transferaufgaben handeln (Korten et al., 2017, S. 36). Die beiden Formen der Adaption mathematischer Inhalte verdeutlichen den Anspruch des gemeinsamen Lernens und des fachlichen Austauschs auf unterschiedlichen Niveaus.

Wember (2013) stellt diese individuellen Unterstützungs- und Erweiterungsformen in seinem Fünf-Stufen-Modell schulischen Lernens dar und orientiert sich dabei an drei wesentlichen Aspekten inklusiven Unterrichts: an der realistischen Heterogenität der Lerngruppe als Normalfall, an der Prävention von Lernschwierigkeiten, sowie an den Anforderungen des Curriculums.

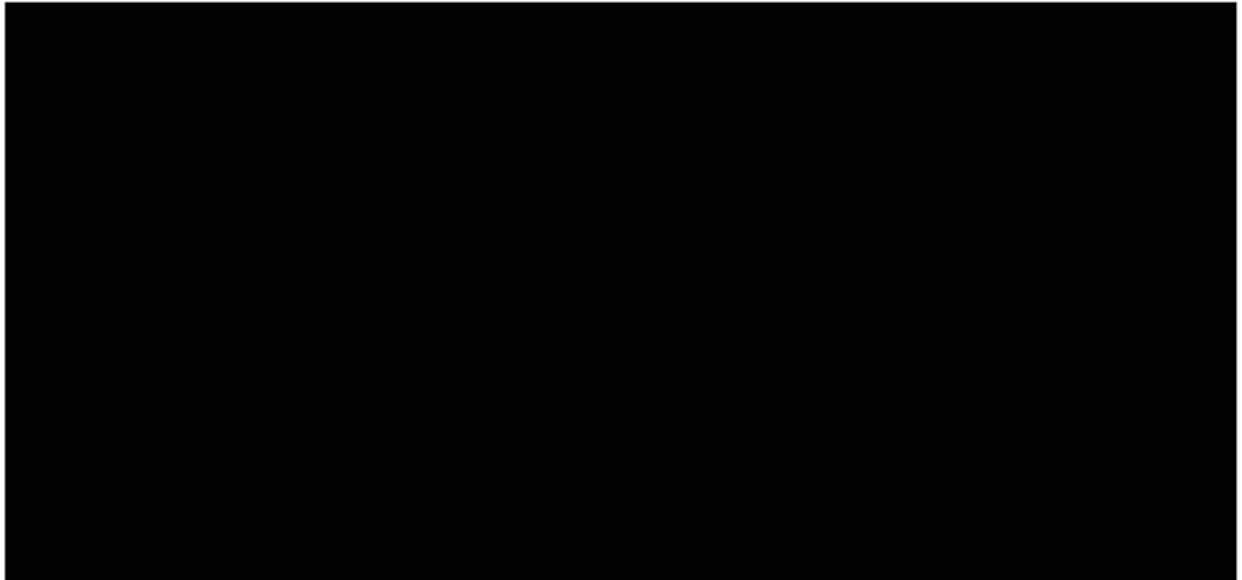


Abbildung 2 | „Fünf-Stufen-Modell“ nach Wember (2013) und PIKAS

Die Grafik zeigt fünf Stufen, wobei die Basisstufe in der Mitte platziert ist und die Erweiterungs- beziehungsweise Unterstützungsstufen nach oben und unten davon ausgerichtet sind. Ebenso wird das gesamte Spektrum der Heterogenität einer Klasse durch die angeführten Differenzierungsmaßnahmen abgebildet. Das zentrale Niveau entspricht den Forderungen des Curriculums und der Bildungsstandards. Aufgrund der allgemeinen Heterogenitätsspanne in Schulklassen wird von der Basisstufe, die die Grundanforderung darstellt, nach oben (Erweiterungsstufe I) beziehungsweise nach unten (Unterstützungsstufe I) differenziert (Wember, 2013, S. 381). Mithilfe dieser Ausdifferenzierung sollen Lernschwierigkeiten durch eine Unterbeziehungsweise Überforderung vermieden werden (ebd.). Die Nichtberücksichtigung von Erweiterungsstufe II, sowie Unterstützungsstufe II im Curriculum kann Anzeichen einer lückenhaften Umsetzung von Heterogenität im Mathematikunterricht aufzeigen.

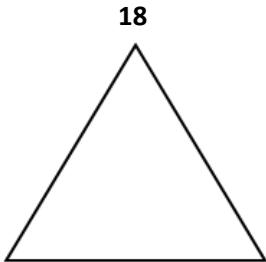
Im folgenden Unterrichtsbeispiel zu Malaufgaben sollen nun die verschiedenen Niveaustufen exemplarisch umgesetzt werden. Als Basisstufe bekommen die Schülerinnen und Schüler folgende Aufgabenstellung:

Verbinde die zusammengehörigen Tauschaufgaben!	
$3 \cdot 4$	$6 \cdot 7$
$2 \cdot 8$	$5 \cdot 4$
$7 \cdot 6$	$4 \cdot 3$
$4 \cdot 5$	$8 \cdot 2$
usw.	

Abbildung 3 | Tauschaufgaben verbinden

Als weiterführendes Angebot (Erweiterungsstufe I) werden den Lernenden zusätzliche, schwierigere Malaufgaben (z.B. Vervielfachung von 7 und 9) gegeben, zu denen sie selbst die passenden Tauschaufgaben aufschreiben und ausrechnen sollen. Das vertiefende Angebot für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler wird in Form eines Rechendreiecks angeboten. Die Aufgabe geht von den Ergebniszahlen aus. Die Lernenden sollen zu diesen passende Malaufgaben und anschließend auch Umkehraufgaben finden. Exemplarisch wird folgendes Beispiel gelöst:

Finde zur Ergebniszahl passende Malaufgaben und Umkehraufgaben!



Mögliche Lösungswege:

$9 \cdot 2 = 18$	oder	$6 \cdot 3 = 18$
$2 \cdot 9 = 18$		$3 \cdot 6 = 18$
$18 : 2 = 9$		$18 : 3 = 6$
$18 : 9 = 2$		$18 : 6 = 3$

Abbildung 4 | Mal- und Umkehraufgaben, Grafik privat

Für die beiden Unterstützungsstufen ist in diesem Beispiel die Verwendung von Material vorgesehen. So wird auf der Unterstützungsstufe I die Mal- und Tauschaufgabe durch folgende Zeichnungen unterstützt. Damit sollen die Schülerinnen und Schüler die Handlung als Malaufgabe verschriftlichen.



4 · 3



3 · 4

Abbildung 5 | Mal- und Tauschaufgaben legen 1, Grafik privat

Auf der Unterstützungsstufe II werden die Aufgaben mit Glasnuggets gelegt, allerdings zu Anschauungszwecken nebeneinander und ohne Verschriftlichung. Um den Unterschied zwischen Multiplikator (Vervielfacher) und Multiplikand (der vervielfachte Faktor) zu verdeutlichen, werden um die Nuggets Gummiringe gelegt.

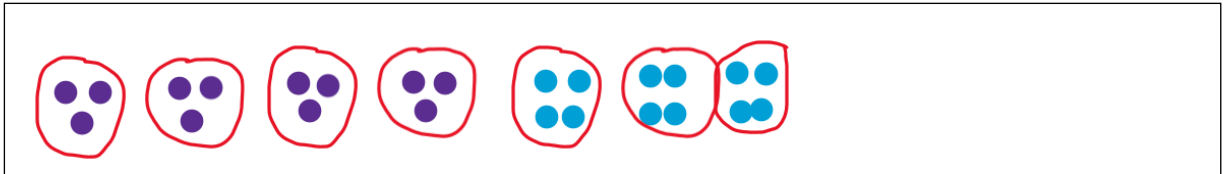


Abbildung 6 | Mal- und Tauschaufgaben legen 2, Grafik privat

Abschließend sollte hier nochmals erwähnt werden, dass diese Niveaustufen nicht in jedem mathematischen Bereich in der angeführten Form umgesetzt werden können. Je nach individuellen Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler muss das Modell adaptiert werden. So kann beispielsweise eine Differenzierung in nur drei Stufen auch genügen. Für die Planung, Umsetzung und Reflexion inklusiven Mathematikunterrichts sind Differenzierungsmaßnahmen allerdings Voraussetzung und können mithilfe dieses Modells umgesetzt werden.

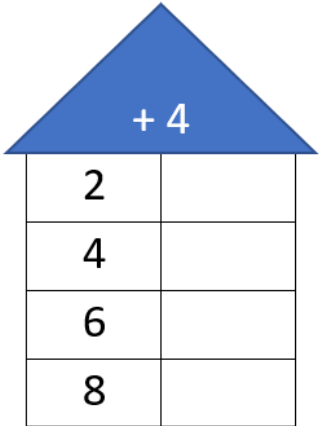
2.4.1.3 Verwandte Aufgabenstellungen

Die Anpassung der Aufgaben an die Lernenden nimmt auch in der nächsten Leitidee, verwandte Aufgabenstellungen, einen wesentlichen Aspekt ein. Im Unterschied zu „Tipps und Herausforderungen“ und dem „Fünf-Stufen-Modell“ nach Wember entscheiden die Schülerinnen und Schüler, welchen Schwierigkeitsgrad sie wählen (Selter, o. J.). Dafür muss diese Art der selbstständigen Wahl der Aufgabe und der damit verbundenen Verantwortung mit den Schülerinnen und Schülern vielfach geübt werden (Weiß, 2019, S. 6). Diese Adaptionsmöglichkeit wird als „verwandte Aufgaben“ betitelt, da den Lernenden meist zwei inhaltlich gleiche Aufgabenstellungen angeboten werden, die aber variable Anforderungen und unterschiedliche Schwierigkeitsgrade beinhalten (Selter, o. J.). Die individuellen Anspruchsniveaus können beispielsweise in der Auswahl des Zahlenraums, der notwendigen Operationen und Strukturen umgesetzt werden (Weiß, 2019, S. 6).

Durch die inhaltliche Gleichheit der Aufgabenstellungen können mathematische Erkenntnisse gemeinsam diskutiert werden. Somit wird wiederum Lernen am gemeinsamen Gegenstand auf unterschiedlichen Niveaus ermöglicht. Als Beispiel für verwandte Aufgabenstellungen wurde die Bearbeitung von Rechenhäusern gewählt. Sie sind analog aufgebaut, aber in unterschiedlichen Zahlenräumen zu bearbeiten. Die Schülerinnen und Schüler können ein für sie passendes Rechenhaus wählen. Das erste Haus geht nicht über den Zahlenraum 20 hinaus, während für das zweite der Zahlenraum 100 gewählt wurde. Durch den analogen Aufbau der

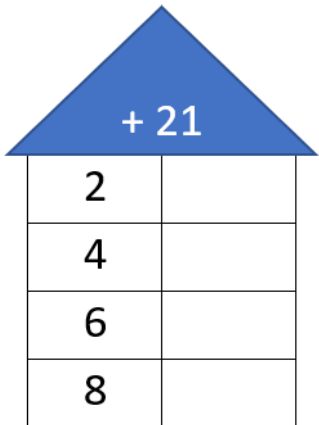
Zahlenhäuser wird eine gemeinsame Erkenntnis trotz unterschiedlicher Bearbeitungsniveaus fokussiert. Die Ergebniszahlen werden immer um zwei mehr. Diese gemeinsame Entdeckung ermöglicht einen kollektiven Austausch.

Löse das Rechenhaus! Was fällt dir auf?



2	
4	
6	
8	

Löse das Rechenhaus! Was fällt dir auf?



2	
4	
6	
8	

Abbildung 7 | Rechenhäuser ZR 20/100, Grafik privat

Um in der Differenzierung noch einen Schritt weiterzugehen und mögliche Lösungswege der Schülerinnen und Schüler nachzuvollziehen, können offene Aufgaben eingesetzt werden.

2.4.1.4 Offene Aufgaben

Im Gegensatz zu geschlossenen bieten offene Aufgabenstellungen vielfältige Anpassungsmöglichkeiten durch den Lernenden selbst, sowie individuelle Lösungswege (Krauthausen, 2018, S. 362). Die Schülerinnen und Schüler arbeiten auf einem für sie passenden Anspruchsniveau, indem sie zum Beispiel das Zahlenmaterial selbst wählen (Selter, o. J.; Weiß, 2019, S. 6). Wie bereits erwähnt, können offene Aufgaben helfen, die Lösungswege der Schülerinnen und

Schüler nachvollziehbar zu machen und stellen somit ein Diagnoseinstrument dar (Weiß, 2019, S. 6). Diese Offenheit erlaubt den Kindern ein selbstständiges Arbeiten und Aufzeigen ihrer Kompetenzen. Eine wesentliche Voraussetzung ist die Wertschätzung und Verbalisierung der unterschiedlichen Lösungswege. Folgende Abbildung zeigt eine mögliche offene Aufgabe, bei der der Rechenweg nicht vorgegeben ist.

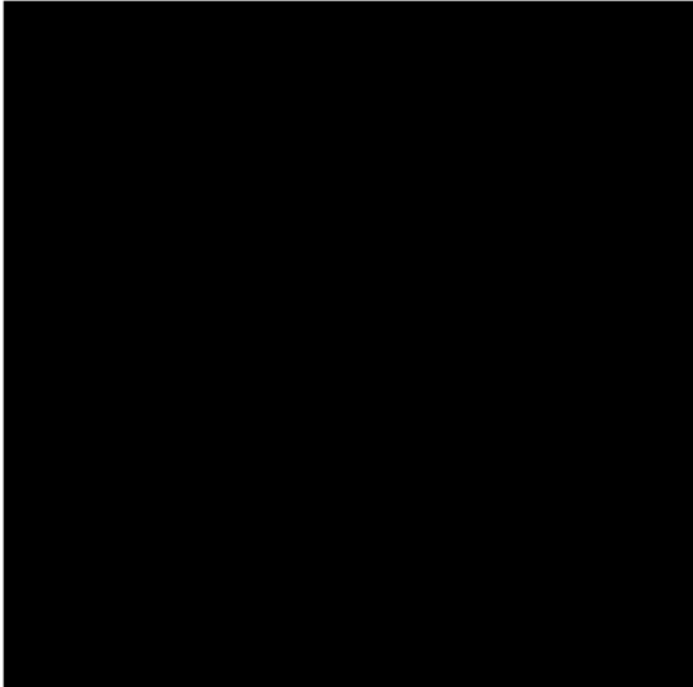


Abbildung 8 | offene Aufgaben aus Grundschule Mathematik 60/2019, S. 6

In den bisher angeführten Adaptionmöglichkeiten wurde das individuelle Arbeiten am gemeinsamen Gegenstand, aber auf unterschiedlichen Anspruchsniveaus erläutert. Infolgedessen werden unterschiedliche Zugänge zu mathematischen Aufgabenstellungen anhand verschiedener Darstellungsformen dargelegt.

2.4.1.5 Unterschiedliche Darstellungsformen

Mathematische Inhalte können durch verschiedene Darstellungsformen demonstriert werden. Die Basis dafür bieten die vier Darstellungsformen der Mathematikdidaktik: Handlung am Material, bildliche Darstellung, mathematisch-symbolische Darstellung und sprachlich-symbolische Darstellung (Weiß, 2019, S. 7). Für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen ist die Beherrschung und Vernetzung dieser unterschiedlichen Darstellungsformen, sowie der flexible Darstellungswechsel unabdingbar (Selter, o. J.). Hier kann die Frage nach einer Überforderung lernschwacher Kinder mit einer Vielzahl an Darstellungen aufkommen. Es erscheint möglicherweise logischer, dem Kind nur wenige Darstellungsformen anzubieten, um es nicht zu überfordern. Werden Aufgabenstellungen allerdings durchgehend mit wenigen Darstellungsformen oder gar nur mit einer gelöst, kann zu einem späteren Zeitpunkt nicht erkannt

werden, ob das Kind die Aufgabe tatsächlich verstanden hat oder sie nur automatisiert löst (Weiß, 2019, S. 7).

Im Zusammenhang der unterschiedlichen Darstellungsformen sollte hier das „E-I-S-Prinzip“ nach Bruner (1974) angeführt werden. Dabei werden folgende drei Darstellungsebenen aufeinander aufbauend unterschieden: **enaktiv**, **ikonisch**, **symbolisch** (Selter, o. J.). Ein verständnisorientiertes Lernen mathematischer Inhalte wird durch die Vernetzung der Ebenen und den bewussten Wechsel zwischen diesen erreicht (Hilgers, 2018). Die enaktive Ebene meint das Handeln am und mit dem Lerngegenstand (Selter, o. J.). So kann beispielsweise die Addition $5 + 3$ handelnd erarbeitet werden, indem zuerst fünf Glasnuggets gelegt und dann noch drei ergänzt werden. Diese Handlung wird auf der ikonischen Ebene in einer bildnerischen Form dargestellt (ebd.). Zur Veranschaulichung der soeben genannten Additionsaufgabe kann folgendes Bild dienen: In einer Schüssel liegen fünf Äpfel und es werden noch drei dazugegeben. Auf der letzten Ebene werden diese Handlung und deren bildhafte Darstellung symbolisch ausgedrückt (Hilgers, 2018) mit folgender Rechnung: $5 + 3 = 8$. Das gemeinsame Ziel dieser unterschiedlichen Darstellungsformen ist das Aufzeigen beziehungsweise Veranschaulichen mathematischer Strukturen (Korff, 2015, S. 72). Heterogenität kann auch als Verschiedenartigkeit bezeichnet werden. Diese Vielfalt betrifft nicht nur die Lernenden, sondern auch ihre Rechenwege, wie die nächste Leitidee verdeutlicht.

2.4.1.6 Verschiedene Vorgehensweisen

Selter (o. J.) fasst die Notwendigkeit unterschiedlicher Vorgehensweisen beim Lösen mathematischer Aufgabenstellungen wie folgt zusammen: „Jede und jeder rechnet anders.“. Deswegen würde eine Vorgabe konkreter Rechenwege nicht nur die Problemlösekompetenz und die Eigenständigkeit der Lernenden einschränken, sondern auch der Heterogenität nicht gerecht werden (Weiß, 2019, S. 7). Diese verschiedenen Vorgehensweisen stellen, wie auch die unterschiedlichen Darstellungsformen, ebenso eine Möglichkeit für lernschwache Kinder dar, auf ihrem Niveau zu arbeiten (Weiß, 2019, S. 7). Aufgabenstellungen, die mathematische Strukturen und Gesetzmäßigkeiten darstellen, sind für das Lösen mit verschiedenen Vorgehensweisen gut geeignet (Korten et al., 2017, S. 36 f.). Sie werden auch als „ergiebige Aufgaben“ bezeichnet (ebd.). Die verschiedenen Vorgehensweisen sollen anhand folgender Ergänzungsaufgabe dargestellt werden.

$$53 - \underline{\quad} = 27$$

Exemplarisch werden drei mögliche, aber bei weitem nicht alle, Rechenwege angeführt:

$27 + 3 = 30$	$53 - 20 = 33$	$53 - 30 = 23$
$30 + 23 = 53$	$33 - 7 = 26$	$23 + 3 = 26$
$53 - 26 = 27$	$53 - 26 = 27$	$53 - 26 = 27$

Abbildung 9 | Unterschiedliche Vorgehensweisen

Das Beispiel verdeutlicht die Vielzahl an Lösungsmöglichkeiten. In der ersten Rechnung wird zuerst auf 30 und dann auf 53 ergänzt. Die beiden Teilsummanden ergeben den gesuchten Subtrahenden 26. In der mittleren Rechnung wird die Differenz 27 auf zwei Teilsbtrahenden aufgeteilt. Zunächst wird von 53 der Teilsbtrahend 20 subtrahiert und anschließend 7. Das Ergebnis beträgt 26. In der letzten Rechnung wird der Subtrahend 30 abgezogen. Da hier aber um 3 zu viel subtrahiert wurde, werden im nächsten Schritt 3 addiert, was wiederum zur Lösung 26 führt. Wie bereits erwähnt, stellen diese Vorgehensweisen einige mögliche Rechenwege dar. Die Vielfalt dieser sollte wertgeschätzt und gefördert werden, um der Heterogenität der Schülerinnen und Schüler und der Heterogenität ihrer Lösungswege gerecht zu werden. Um mathematische Strukturen in diesen ergiebigen Aufgabenstellungen zu entdecken, können sogenannte Forschermittel eingesetzt werden.

2.4.1.7 Forschermittel

Mathematische Forschermittel sind Instrumente des Forschens, des Dokumentierens und des Kommunizierens (Selter, o. J.). Darunter fallen beispielsweise Pfeile, Plättchen, Stifte, aber auch Tätigkeiten wie Einkreisen und Markieren von Inhalten (Weiß, 2019, S. 7). Mithilfe dieser Forschermittel können Schülerinnen und Schüler unter anderem mathematische Gesetzmäßigkeiten entdecken (Instrument des Forschens). So könnte beispielsweise die bereits erwähnte Konstanz der Differenz (Minuend und Subtrahend werden um denselben Wert verändert) durch Pfeile dargestellt und begründet werden, was wiederum ein Instrument des Dokumentierens wäre. Nach den Entdeckungen und der Darstellung dieser mathematischen Gesetzmäßigkeiten kann über sie kommuniziert werden (Instrument des Kommunizierens) (Korten et al., 2017, S. 37; Selter, o. J.). Um die Forschermittel zweckerfüllend im Unterricht einsetzen zu können, muss ihr Begriff, sowie ihr Nutzen mit den Lernenden früh genug erarbeitet werden (Selter, o. J.). Folgende Abbildung zeigt einige Forschermittel und ihren Einsatz nach PIKAS.

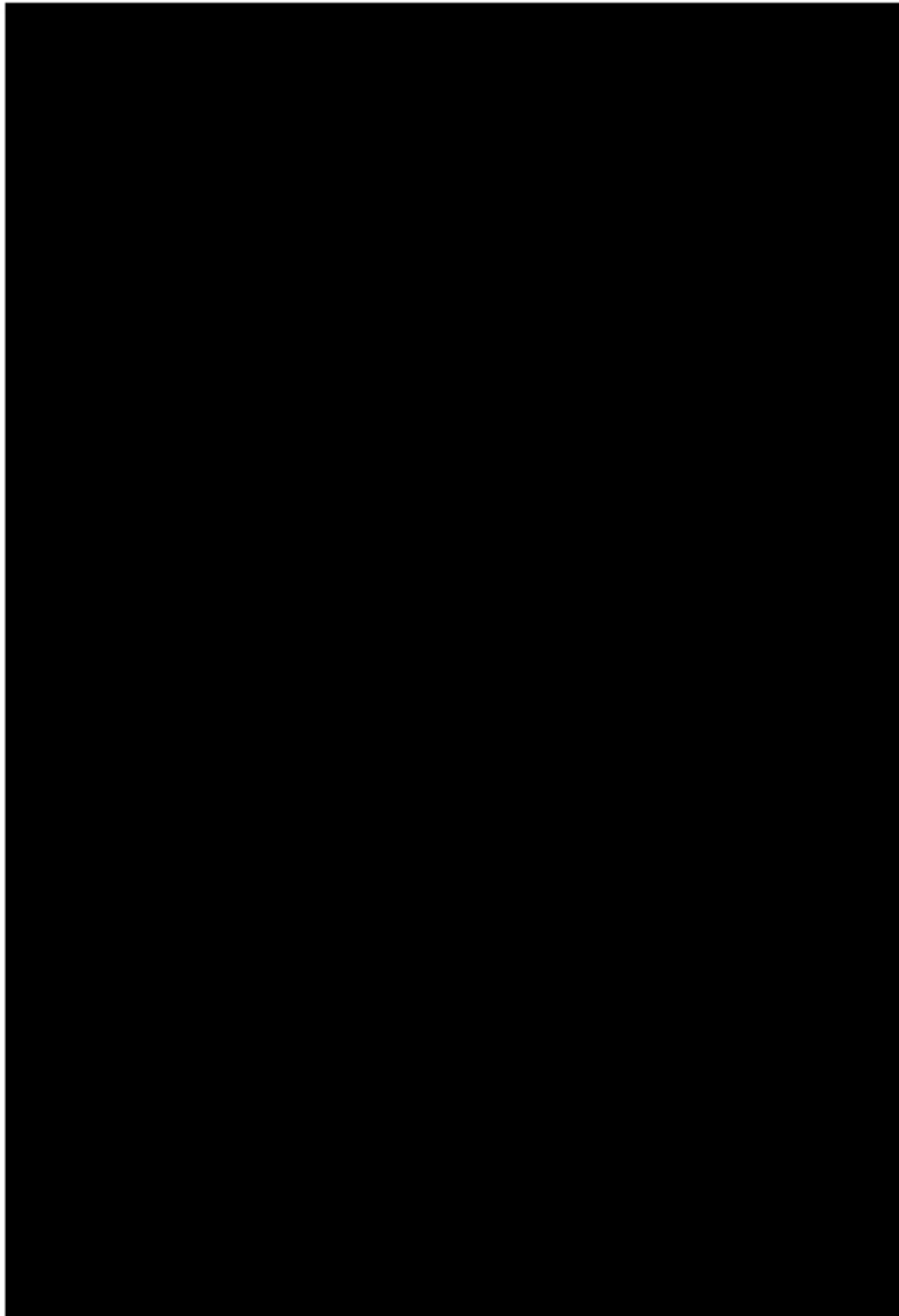


Abbildung 10 | Forschermittel nach PIKAS, verfügbar unter https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_1_-_Entdecken_Beschreiben_Begründen/UM/Forschermittelplakat/AB_Plakat_Forschermittel.pdf

Bevor auf die zweite übergeordnete Leitidee inklusiven Mathematikunterrichts übergegangen wird, sollte ein kurzes Zwischenfazit zu den vielfältigen Adaptionismöglichkeiten gezogen werden. Ausgangsgedanke dieser Adaption ist die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler. Um dieser gerecht zu werden, muss es den Kindern ermöglicht werden, auf ihren unterschiedlichen Lernniveaus zu arbeiten und ihre Erkenntnisse in der Gruppe zu kommunizieren und zu diskutieren. So kann gemeinsames Lernen auf unterschiedlichen Niveaus umgesetzt werden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden hier nochmals alle erläuterten Möglichkeiten der

Adaption angeführt: unterschiedliche Anforderungsbereiche, Tipps und Herausforderungen, verwandte Aufgaben, offene Aufgaben, verschiedene Darstellungsformen und Vorgehensweisen, sowie Forschermittel. Grundlage aller Adaptionenmöglichkeiten sind ergiebige Aufgaben, die an die unterschiedlichen Niveaus angepasst werden können und trotzdem gemeinsames Lernen und Austausch ermöglichen.

2.4.2 Diagnosegeleitet fördern

Die Grundlage inklusiven Mathematikunterrichts ist die individuelle Förderung aller Schülerinnen und Schüler (Heß & Nührenbörger, 2017, S. 275).

Die schwerwiegenden und nicht selten belastenden Lebensumstände der Kinder und Jugendlichen lassen es nicht zu, sich mit gut gemeinten pädagogischen Angeboten zufrieden zu geben, vielmehr muss geprüft werden, ob die Angebote von den Lernenden genutzt werden konnten und sich in der Tat als erfolgreich erwiesen haben. (Wember, 2013, S. 386)

Mit diesem Zitat wird der Anspruch an Diagnostik und individuelle Förderung deutlich. Damit individuelles Lernen am gemeinsamen Gegenstand umgesetzt werden kann, müssen, wie bereits erwähnt, entsprechende Aufgaben gewählt werden. Die Auswahl dieser basiert auf einer Diagnose der Kompetenzen und Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schülern (Selter, o. J.). Wie der Begriff „diagnosegeleitet fördern“ andeutet, sind Diagnose und Förderung eng miteinander verbunden „und sind als eine Art ständiger Kreislauf zu verstehen.“ (ebd.). In den folgenden Ausführungen wird ein kurzer Einblick in die Förderung und Diagnostik inklusiven Mathematikunterrichts gegeben.

Die Diagnostik zielt darauf ab, analytisch und beobachtend Schwierigkeiten beim Lernen in Mathematik genau zu erkennen und auf Basis dieser Feststellung gezielte Fördermaßnahmen zu entwickeln (Dusseldorf, 2018; Selter, o. J.). Um diagnostische Erkenntnisse zu erlangen, können Lernprozesse der Schülerinnen und Schüler gezielt beobachtet und im Rahmen eines diagnostischen Gesprächs erweitert werden (Heß & Nührenbörger, 2017, S. 275). Eine gezielte Förderung ermöglicht die Entwicklung der Potentiale und Persönlichkeit der Lernenden, wobei individuelle und gemeinsame Lernprozesse die Ausgangslage dieser Förderung darstellen (Heß & Nührenbörger, 2017, S. 286; Selter, o. J.). Weitere ausführlichere Informationen zum diagnosegeleiteten Fördern werden unter anderem in den Leitideen von PIKAS (Selter, o. J.), in der Handreichung des BMBWF zur schulischen Behandlung der Rechenschwäche (Dusseldorf, 2018), sowie in Heß und Nührenbörger (2017) angeführt.

2.4.3 Effektiv üben

Nach wie vor wird Üben im Mathematikunterricht als Festigung des Wissens verstanden (Krauthausen, 2018, S. 187). Krauthausen stellt dieser Reproduktion von Wissen auf

quantitativer Basis produktives Üben mit qualitativem Fokus gegenüber (2018, S. 187 ff.). Selter (o. J.) erwähnt ebenso die Notwendigkeit effektiven Übens in allen Phasen des Mathematikunterrichts. Er unterscheidet dabei vier Formen des effektiven Übens, die anhand folgender Grafik veranschaulicht werden sollen.

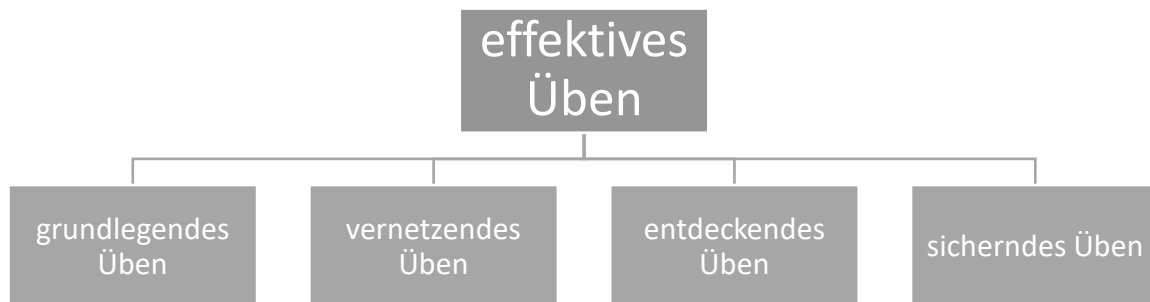


Abbildung 11 | effektives Üben nach PIKAS, Grafik privat

Das sichernde Üben würde weitgefasst dem eben erwähnten Anwenden von Übungen zur Festigung entsprechen. Darüber hinaus steht das bewusste Automatisieren von Lösungsprozessen im Vordergrund (Selter, o. J.). Beim entdeckenden Üben werden mathematische Strukturen in Aufgabenstellungen gefestigt, wobei das Entdecken, Beschreiben und Begründen von mathematischen Sachverhalten im Vordergrund steht (ebd.). Krauthausen differenziert diese Übungsform in zwei Unterformen, dem reflektiven und dem immanenten Üben (2018, S. 193). Beim reflektiven Üben werden die bereits genannten mathematischen Strukturen erst nach mehreren Aufgaben sichtbar, während diese Zusammenhänge Ausgangspunkt für Aufgabenstellungen des immanenten Übens sind (ebd.). In vernetzenden Übungsformen werden Zahl- und Aufgabenrelationen aufgezeigt, indem die Grundvorstellung mittels Materials erweitert wird. Diese Grundvorstellung wird in der ersten Phase, dem grundlegenden Üben, aufgebaut und durch materialbasierte sprachliche Handlung erweitert (Selter, o. J.). Effektives Üben wird unter anderem durch eine gelungene Klassenführung, auch Classroom Management genannt, ermöglicht. Die Bedeutung dieser Thematik nimmt in dieser Arbeit keinen eigenen Aspekt ein und wird deshalb nicht näher ausgeführt. Für weitere Informationen siehe beispielsweise Helmke (2009) und Häsel-Weide und Hintz (2017).

2.4.4 Gemeinsamen Austausch anregen

Inklusiver Mathematikunterricht basiert nicht nur auf individuellem Lernen an gemeinsamen Inhalten, sondern auch auf der Kommunikation dieser. So kann das mathematische Wissen der Schülerinnen und Schüler durch die sprachliche Interaktion mit anderen Kindern erweitert

und gefördert werden. Diese Gesprächsanlässe müssen in der Klasse eingeführt und von der Lehrperson gefordert werden (Selter, o. J.). Die fachliche Kommunikation findet unter zwei Aspekten statt, dem Sprachverstehen und der Sprachverwendung (ebd.). Beide setzen gewisses Vokabular voraus. Deshalb empfehlen Götze und Hang (2017, S. 77), diese Begriffe und Phrasen gezielt zu üben und anzuwenden. Abschließend sollte hier noch folgendes Zitat angeführt werden, um wiederum auf den inklusiven Aspekt zurückzukommen: „In der Auseinandersetzung mit den Gedanken anderer steckt die Chance, die Vielfalt im inklusiven Mathematikunterricht als Potential und Lernanlass zu nutzen [...]“ (Selter, o. J.).

2.5 Resümee

Ziel und Zweck dieses Kapitels war das Aufzeigen und Erläutern wesentlicher Leitideen inklusiven Mathematikunterrichts. Diese basieren auf der Heterogenität der Lernenden. Jegliches pädagogische Handeln muss die unterschiedlichen Lernausgangslagen der Schülerinnen und Schüler berücksichtigen. Inklusiver Mathematikunterricht soll demnach allen Lernenden dieselben Chancen auf qualitative Bildung ermöglichen. Die Frage, worin sich inklusiver Mathematikunterricht vom herkömmlichen unterscheidet, kann nun treffend beantwortet werden. Inklusiver Mathematikunterricht setzt keine spezielle Didaktik voraus. Er orientiert sich ebenso an den Inhalten guten Mathematikunterrichts, die eben an die Lernenden angepasst werden müssen. Ausgangslage dieser Adaption ist die Verschiedenartigkeit der Schülerinnen und Schüler. Inklusiver Unterricht basiert auf einer Anerkennung und Wertschätzung dieser Heterogenität. Um ihr gerecht zu werden, müssen gewisse Differenzierungsmaßnahmen getroffen werden.

Jegliche Differenzierung mit dem alleinigen Ziel, homogene Lerngruppen zu erschaffen, widerspricht dem Grundsatz der Inklusion. Dennoch können solche äußeren Differenzierungsformen im Sinne eines Förderangebots für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler genutzt werden. Generell basiert inklusiver Mathematikunterricht auf der natürlichen Differenzierung. Durch sie werden gemeinsame Lernsituationen auf unterschiedlichen Anspruchsniveaus, sowie ein fachlicher Austausch und ein Von- und Miteinanderlernen ermöglicht. Um qualitativen Mathematikunterricht im Spannungsfeld zwischen Gemeinsamkeit und Individualisierung zu gestalten, können ergiebige Aufgaben nach den Leitideen nach PIKAS adaptiert werden. So können beispielsweise unterschiedliche Anforderungsniveaus, sowie individuell angepasste Lernunterstützung und Erweiterung angeboten werden. Dies kann mithilfe des „Fünf-Stufen-Modells“ nach Wember umgesetzt werden, wobei auch hier eine Adaption an die jeweilige Lerngruppe notwendig ist. Darüber hinaus ermöglichen unterschiedliche

Aufgabenformate und verschiedene Darstellungsformen und Vorgehensweisen individuelles und selbstständiges Arbeiten. Um den Lern- und Entdeckungsprozess zu unterstützen, empfiehlt sich die Einführung und Verwendung von Forschermittel. Über das Arbeiten auf unterschiedlichen Anspruchsniveaus hinaus sollte ein fachlicher, kooperativer Austausch stattfinden, um den Lernprozess zu erweitern. Dieser gemeinsame Austausch, sowie das effektive Üben und das diagnosegeleitete Fördern stellen weitere wesentliche Leitideen inklusiven Mathematikunterrichts dar.

3 Die Einführung des Liters in der Primarstufe

Ein Teilbereich dieser Arbeit ist die handlungsorientierte Erarbeitung der Größe Liter. Um diese unter den Ansprüchen des inklusiven Unterrichts umsetzen zu können, wird zunächst die mathematische Größe Liter allgemein beschrieben und ihr Stellenwert im Lehrplan für Mathematik und in den Bildungsstandards Mathematik für die vierte Schulstufe angeführt. Dabei wird auch der Begriff der Größenangabe definiert. Zudem wird das didaktische Stufenmodell zur Erarbeitung von Größen theoretisch beschrieben und mit Beispielen für die Größe Liter ergänzt. Außerdem werden Vergleiche und Unterschiede zwischen dem Stufenmodell und dem Lehrplan für Mathematik in Bezug auf die Einführung von Größen sichtbar gemacht, da diese später eine wesentliche Grundlage der praktischen Ausarbeitung darstellen. Der Fokus wird dabei auf das Volumen als Rauminhalt mit dem Teilaspekt des Hohlmaßes gelegt.

3.1 Grundlegendes zu Größen

Der aktuell gültige Volksschullehrplan für Mathematik, sowie die Bildungsstandards für Mathematik der vierten Schulstufe stellen eine wesentliche Grundlage dieser Arbeit und generell aller pädagogischer Tätigkeit dar. Im Lehrplan für Mathematik werden die Größenbereiche Längen, Masse, Raum, Zeit und Geld unterschieden (BMBWF, 2012, S. 150). Ein Teilbereich der Größen ist das Sachrechnen. Aufgrund der Vielzahl an Größen wurde für diese Arbeit der Größenbereich Raum beziehungsweise Volumina festgelegt. Wie bereits im vorherigen Kapitel erläutert, werden bei den Bildungsstandards allgemeine mathematische Kompetenzen (AK) und inhaltliche mathematische Kompetenzen (IK) unterschieden. Das Arbeiten mit Größen wird im Bereich IK 3 näher angeführt (BIFIE, 2011, S. 18). Dieser Kompetenzbereich wird in folgende drei Aspekte gegliedert: Größenvorstellungen besitzen und Einheiten kennen, Größen messen und schätzen, sowie mit Größen operieren (ebd.). Die Kompetenzen, die die Schülerinnen und Schüler in diesem Bereich bis zum Ende der vierten Schulstufe erwerben sollen, sind ausführlicher im „Praxishandbuch für Mathematik 4. Schulstufe“ beschrieben (BIFIE, 2011, S. 18). Im Lehrplan der Volksschule für Mathematik wird in der Grundstufe I, welche die erste und zweite Schulstufe umfasst, bis zum Ende der zweiten Schulstufe die Größe Liter als genormte Maßeinheit eingeführt (BMBWF, 2012, S. 150). Darüber hinaus werden in der Grundstufe II Maßeinheiten geschätzt, gemessen und verglichen und einfache Maßumwandlungen durchgeführt (BMBWF, 2012, S. 158). Die Einführung der Größe Liter basiert auf den Grundlagen des Stufenmodells, an dem sich auch der Lehrplan orientiert. Dieses wird näher angeführt, um Vergleiche zum Lehrplan zu ziehen.

Zuerst sollte der Begriff der Größenangabe definiert werden. Jeder Größenbereich verfügt über Repräsentanten. Diese wären im Größenbereich Längen beispielsweise Kilometer, Meter, Dezimeter, Centimeter und Millimeter. In dieser Arbeit wird der Liter als der zentrale Repräsentant des Größenbereichs Raum beziehungsweise Volumina eingeführt. All diese Repräsentanten werden mit einer Größenangabe bezeichnet, welche aus einer Maßzahl und einer Maßeinheit zusammengesetzt wird (Franke & Ruwisch, 2010, S. 180). Folgende Abbildung der Größenangabe „vier Liter“ soll diesen Sachverhalt verdeutlichen.

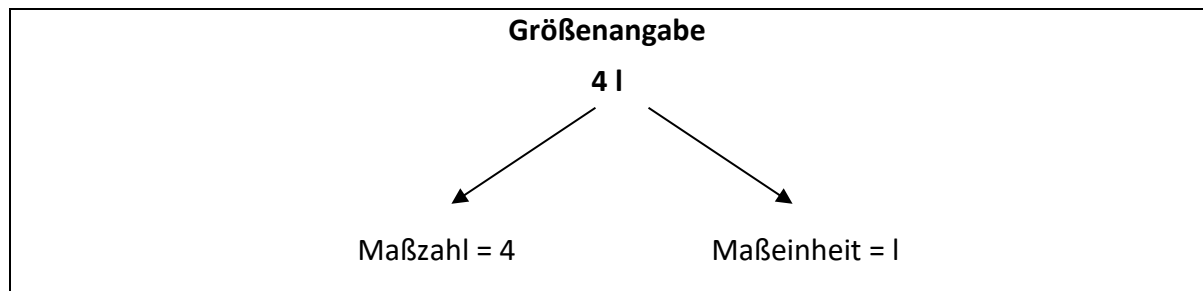


Abbildung 12 | Größenangabe

Ein und dieselbe Größe kann somit auch mit einer anderen Größenangabe bezeichnet werden. So könnten die eben genannten vier Liter auch als 400 Milliliter benannt werden. Da eine andere Maßeinheit (Milliliter) verwendet wird, muss notwendigerweise auch die Maßzahl von 4 auf 400 geändert werden. Diese Besonderheit wird im Laufe der praktischen Erarbeitung nochmals angeführt.

3.2 Das didaktische Stufenmodell

Im Lehrplan der Volksschule für Mathematik wird im Bereich der Größen unter anderem das anschauliche Einführen genormter Maßeinheiten gefordert (BMBWF, 2012, S. 151). Diese Einführung der Größen kann auf Basis des didaktischen Stufenmodells durchgeführt werden. Eine starre Abhandlung der Phasen kann allerdings das Vorwissen der Schülerinnen und Schüler unberücksichtigt lassen (Dröge et al., 2017, S. 229). Demnach muss das Modell, wie auch andere pädagogische Inhalte, an die Lerngruppe angepasst und eventuell modifiziert werden. Um der Heterogenität der Schülerinnen und Schüler gerecht zu werden, ist es notwendig, an ihre Vorerfahrungen anzuknüpfen. Dieser Aspekt kann durch die Verwendung des Stufenmodells aufgegriffen werden (Dröge et al., 2017, S. 229). Mithilfe des Stufenmodells kann die erste Einheit eines Größenbereichs eingeführt werden. In dieser Arbeit wäre das der Liter.

Das didaktische Stufenmodell zur Einführung von Größen wird in fünf aufeinander aufbauende Phasen gegliedert: Erfahrungen sammeln und aufgreifen, direktes Vergleichen von Repräsentanten, indirektes Vergleichen von Repräsentanten, Umwandeln von und Rechnen mit Größen

(Franke & Ruwisch, 2010, S. 184). Ausgangspunkt für die Einführung von Größen sind die unterschiedlichen Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler. Krauthausen (2018, S. 156) führt hier die Notwendigkeit von *Erfahrungen mit Größen in Sach- und Spielsituationen* an, was von Franke und Ruwisch (2010, S. 184) um die *Erfahrungen in Alltagssituationen* erweitert wird. Auch Dröge, Ebeling und Schipper nennen handelnde Auseinandersetzungen in Sach- und Anwendungssituationen als wesentliche Voraussetzung für die Entwicklung einer realistischen Größenvorstellung (2017, S. 228). Wie in jedem anderen schulischen Bereich bringen die Kinder Vorerfahrungen mit. In Bezug auf Größen sind diese jedoch oftmals mit unrealistischen Vorstellungen verbunden (Franke & Ruwisch, 2010, S. 185).

Der Lehrplan für Mathematik greift diese Tatsache auf, indem die Entwicklung einer Größenvorstellung gefordert wird (BMBWF, 2012, S. 150). Dafür soll beispielsweise mit geeigneten Repräsentanten in Spiel- und Sachsituationen hantiert werden. Ebenso werden Relationen durch handelnde Vorgänge wie Ordnen und Zuordnen, oder indirektes beziehungsweise direktes Vergleichen aufgebaut (ebd.). Die mathematischen Vorläuferfertigkeiten wie Ordnen, Vergleichen und Sortieren werden auch von Franke und Ruwisch angeführt (2010, S. 185). Allerdings ergänzen sie bei diesen Handlungen die Notwendigkeit von qualitativen Größenbezeichnungen, die mit den Kindern verbalisiert werden sollten. Dies wären beispielsweise folgende Ausdrücke: länger – kürzer, höher – tiefer, schwerer – leichter und so weiter (ebd.). Die handelnde Erfahrung in Sach-, Spiel- und Alltagssituationen stellte eine wesentliche Voraussetzung für die nächste Stufe, den direkten Vergleich von Repräsentanten, dar.

Krauthausen führt als Beispiel eines Längenvergleichs das Nebeneinanderlegen zweier unterschiedlich langer Stifte an (2018, S. 156). Beim *direkten Vergleich von Repräsentanten* wird somit eine Relation sichtbar gemacht und verbalisiert. Anhand dieses Beispiels wird deutlich, dass immer zwei Objekte miteinander verglichen werden müssen, um sie dann in Relation zueinander erfassen zu können. Franke und Ruwisch bezeichnen die Verbalisierung dieses Verhältnisses als „zweistellige Relationen“, da sie im Unterschied zur Versprachlichung der ersten Stufe (länger – kürzer) nun durch die Vergleichspartikel „als“ miteinander verglichen werden (Franke & Ruwisch, 2010, S. 185 f.). Beispiele hierfür wären die zweistelligen Relationen „kürzer, schwerer, leichter, ... als“. Dieses Herstellen von Relationen mittels direktem Vergleich wird zwar im Lehrplan für Mathematik angeführt (BMBWF, 2012, S. 150), die Verbalisierung dieser Handlungen bleibt allerdings unerwähnt, obwohl sie in der genannten Literatur einen bedeutsamen Aspekt einnimmt. Diese Phase des direkten Vergleichs muss im Mathematikunterricht in vielfachen Situationen genauestens erarbeitet und gefestigt werden, da sie eine wichtige Voraussetzung der Entwicklung von Größenvorstellung darstellt (Selter, o. J.). Ohne

diese Erfahrungen können die Schülerinnen und Schüler „kein Verständnis für die Äquivalenz- und die Ordnungsrelation [...] aufbauen.“ (Franke & Ruwisch, 2010, S. 186).

Werden unterschiedliche Volumina als Rauminhalte direkt miteinander verglichen, sollten anfänglich gleichgeformte Gefäße verwendet werden (Dröge et al., 2018, S. 281). Dafür können beispielsweise Milchpackungen oder Saftflaschen mit demselben Fassungsvermögen eingesetzt werden. Im Unterricht sollte zudem verbalisiert werden, dass das direkte Vergleichen mit formgleichen Gefäßen einfacher durchzuführen ist als mit unterschiedlich geformten Gefäßen (ebd.). Das direkte Vergleichen unterschiedlich geformter Gefäße kann mit sogenannten Umschüttversuchen durchgeführt werden, welche auf dem Konzept der Mengeninvarianz nach Piaget basieren (Groß, 2012, S. 15). Für das Größenverständnis und das spätere Messen von Größen ist es wesentlich, nicht nur zwei Objekte direkt miteinander zu vergleichen, sondern auch mehrere Repräsentanten in eine geordnete Reihenfolge (Seriation) bringen zu können (Franke & Ruwisch, 2010, S. 188). Beispielsweise könnten verschiedene Stifte vom längsten zum kürzesten geordnet werden. Vor allem im Größenbereich Volumen müssen Rauminhalte unbedingt durch Hilfsmittel veranschaulicht und mit ihnen verglichen werden, was beispielsweise mit Einheitswürfeln durchgeführt werden kann (Maier, 2012, S. 24).

Der *indirekte Vergleich von Repräsentanten* kann einerseits mit willkürlichen beziehungsweise selbst gewählten Maßeinheiten durchgeführt werden, andererseits können und sollten auch standardisierte Maßeinheiten verwendet werden (Krauthausen, 2018, S. 156). Bei beiden Formen wird ein sogenannter „dritter Vergleichsrepräsentant“ eingeführt (Franke & Ruwisch, 2010, S. 189). Wie bereits erwähnt, kann der direkte Vergleich von Repräsentanten vor allem im Größenbereich Volumen erschwert sein. Für den indirekten Vergleich wird nun ein drittes Objekt verwendet. Bei der Messerfahrung mit willkürlichen Maßeinheiten wird nochmals das bereits eingeführte Verhältnis zwischen Maßeinheit und Maßzahl verdeutlicht. Je größer die verwendete Maßeinheit, desto kleiner ist die Maßzahl. Wird beispielsweise eine Glaswanne mit kleinen Plastikbechern (Maßeinheit) randvoll befüllt, werden davon deutlich mehr befüllt und entleert werden müssen als bei der Verwendung von großen Blumenvasen als Maßeinheit. Ein Vorteil der Verwendung kleinerer Maßeinheiten ist die Genauigkeit der Messergebnisse. Diese können allerdings bei willkürlichen Maßeinheiten nicht in kleinere Maßeinheiten verfeinert werden (Franke & Ruwisch, 2010, S. 190).

Das genaue Messen von Größen wird durch das indirekte Vergleichen mit standardisierten beziehungsweise konventionalisierten Maßeinheiten ermöglicht (Krauthausen, 2018, S. 156). Dafür werden Messgeräte wie zum Beispiel Messbecher, Meterstäbe, Waagen und Ähnliches verwendet. Diese fassen Dröge, Ebeling und Schipper unter dem Begriff der technischen Hilfsmittel zusammen (2017, S. 229). In diesem Zusammenhang erwähnt Krauthausen den Aspekt

der Auswahl situationsangemessener Werkzeuge (2018, S. 156). Folgendes Beispiel soll die wesentlichen Kriterien des Messens von Größen darlegen. Für das Messen wird zunächst eine dafür geeignete Maßeinheit festgelegt. Beim Messen von zwei Rauminhalten kann beispielsweise ein Gefäß verwendet werden, dessen Volumen kleiner ist als das der zu messenden Gefäße. Die zuvor festgelegte Maßeinheit (das kleinere Gefäß) wird nun so oft befüllt und entleert, bis das Ausgangsvolumen eines der beiden Gefäße komplett leer ist (Ruwich, 2012, S. 6). Somit wird die kleinere Maßeinheit wiederholt benutzt. Dabei muss die Anzahl der Befüllungen beziehungsweise Entleerungen mitgezählt werden, was der Maßzahl entspricht. Derselbe Vorgang wird mit dem zweiten zu messenden Gefäß durchgeführt. Hier wird die Notwendigkeit des eben genannten Mitzählens der Maßzahl ersichtlich, da die höhere Maßzahl das größere Volumen der beiden Gefäße angibt.

Wird die Größe Liter als Flüssigkeit gemessen, können Messbecher mit einer gut sichtbaren Skalierung verwendet werden. Ein Rauminhalt kann hingegen, wie bereits erwähnt, auch mit Einheitswürfeln ausgemessen werden. So könnten dafür beispielsweise 1-cm^3 -Würfel im Vergleich zu 1-dm^3 -Würfel zum Ausmessen einer quaderförmigen Schachtel verwendet werden. Die standardisierten Maßeinheiten wären dabei cm^3 beziehungsweise dm^3 . Die Maßeinheit cm^3 ist um das Tausendfache kleiner als dm^3 , weshalb die Anzahl der verwendeten 1-cm^3 -Würfel höher ist als bei 1-dm^3 -Würfel. Auch hier wird erkenntlich, dass eine kleinere Maßeinheit (cm^3) eine größere Maßzahl (Wie viele Würfel passen hinein?) bedingt. Um wieder einen Vergleich zum Lehrplan Mathematik zu ziehen, wird auch hier das Messen im Kontext der Entwicklung von Größenvorstellung thematisiert, allerdings unter der Verwendung willkürlicher Maßeinheiten in der Grundstufe I (BMBWF, 2012, S. 150). Zudem werden das Verbalisieren und Interpretieren von Messergebnissen gefordert (ebd.). Die Verwendung standardisierter Messgeräte und das Verständnis ihrer Notwendigkeit werden unter dem Aspekt der Einführung und Anwendung von Maßeinheiten angeführt (BMBWF, 2012, S. 151).

In Franke und Ruwich wird nach dem indirekten Vergleich von Repräsentanten das Umwandeln thematisiert (2010, S. 184). Im Gegensatz dazu wird in Krauthausen (2018, S. 156), sowie in Dröge, Ebeling und Schipper (2017, S. 229) zuvor noch die Stufe der Abstraktion von Größenbegriffen angeführt, allerdings nicht näher erläutert. In dieser Arbeit wird sie aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht angeführt. Nach dieser Phase erfolgt jedoch in den genannten Literaturen das *Umwandeln von Maßeinheiten*, was auch als Vergrößern beziehungsweise Verfeinern der Maßeinheit bezeichnet wird (Franke & Ruwich, 2010, S. 193; Krauthausen, 2018, S. 156). Dröge, Ebeling und Schipper fassen dies als „Wechseln der Messbereiche“ zusammen, mit dem Ziel, günstigere Zahlenverhältnisse zu schaffen (2017, S. 229). In diesem Zusammenhang erwähnen sie auch das Umwandeln in benachbarte Einheiten (ebd.). Dieses Kriterium

der benachbarten Einheiten wird auch bei der Durchführung von Maßumwandlungen im Lehrplan für Mathematik in der Grundstufe II angeführt (BMBWF, 2012, S. 158 f.).

Um in die nächstgrößere beziehungsweise nächstkleinere Einheit umwandeln zu können, ist die Kenntnis der Umwandlungszahlen unabdingbar. Der alleinige Einsatz von Umwandlungsübungen wird von Franke und Ruwisch für die Einsicht in die Relationen der Maßeinheiten als unzureichend angesehen (Franke & Ruwisch, 2010, S. 193). Demnach soll die Beziehung zwischen größeren und kleineren Maßeinheiten mithilfe konkreter Objekte beziehungsweise ihrer Unterteilung sichtbar gemacht werden (ebd.). Dieser Ausgangspunkt wird von Dröge, Ebeling und Schipper unterstützt, wobei sie den Einsatz von Umwandlungsübungen wiederum für das Erkennen der Zusammenhänge zwischen den Maßeinheiten befürworten (2017, S. 236). Nichtsdestotrotz kann eine Zerlegung eines Objekts oder eine Unterteilung an Messgeräten im Sinne einer Verfeinerung vor allem im Größenbereich Volumen erschwert werden (Franke & Ruwisch, 2010, S. 194). Ein Liter kann gut mithilfe geeigneter Repräsentanten dargestellt und unterteilt werden. Das Verfeinern in Ein-Milliliter-Teile kann für manche Schülerinnen und Schüler aufgrund des geringen Volumens schwer erfassbar sein (ebd.). Wie der Milliliter dennoch eingeführt werden kann, wird in der praktischen Ausarbeitung erläutert. Franke und Ruwisch empfehlen jedenfalls die Unterteilung des Liters in zehn Messbecher mit je 100 Milliliter Fassungsvermögen (Franke & Ruwisch, 2010, S. 194).

Das Umwandeln von Größen basiert auf der dezimalen Struktur der Größenbereiche (Krauthausen, 2018, S. 157). Im Größenbereich Volumen wird bei der alleinigen Verwendung von Liter und Milliliter die Umwandlungszahl 1 000 benötigt. In anderen Größenbereiche, wie zum Beispiel Längen, kann das Umwandeln aufgrund der unterschiedlichen Umrechnungszahlen erschwert werden. Eine Besonderheit des Größenbereichs Volumen als Rauminhalt ist der Aspekt des Fassungsvermögens von Gefäßen, was als Hohlmaß bezeichnet wird (Franke & Ruwisch, 2010, S. 225). Die Einheiten der Rauminhalte (m^3 , dm^3 , cm^3 , mm^3 usw.) werden laut Lehrplan der Volksschule nicht explizit bearbeitet (BMBWF, 2012). Dennoch können sie in der Unterrichtspraxis in verschiedenen Messsituationen verwendet werden, wie beispielsweise zum Ausmessen eines Rauminhalts mittels Einheitswürfel. Zudem können Schülerinnen und Schüler diese Einheiten aus Alltagssituationen kennen.

Die in der Volksschule eingeführte Größe Liter zählt zu den Hohlmaßen. Wie bereits mehrfach erwähnt, sind die Alltagserfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Größen ein wesentlicher Ausgangspunkt für die Erarbeitung dieser. In alltäglichen Situationen werden sie allerdings vermutlich mit Dezimalschreibweisen, wie 1,5 Liter, konfrontiert werden. Für leistungsstarke Lernende mag es noch ersichtlich sein, dass damit eineinhalb Liter dargestellt werden. Rauminhaltsangaben wie 0,33 l oder 0,75 l können allerdings Schwierigkeiten bereiten (Franke

& Ruwisch, 2010, S. 197). Ebenso begegnen die Lernenden Rauminhalten in der Bruchschreibweise, wie zum Beispiel $\frac{1}{2}$ Liter, was bei der Verwendung von Messbechern auftreten kann. Da diese Zusammenhänge beziehungsweise Besonderheiten Schwierigkeiten in der Einführung bedingen können, müssen sie explizit thematisiert werden (Franke & Ruwisch, 2010, S. 200).

Erst, wenn alle bisherigen Stufen erfolgreich absolviert wurden, erfolgt das *Rechnen mit Größen*. Im Lehrplan für Mathematik wird das Anwenden von Größen in Sachaufgaben bereits in der Grundstufe I erwähnt (BMBWF, 2012, S. 151). Diese Forderung wird in der Grundstufe II durch die konkreten Grundrechnungsarten Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren von Größen ergänzt, wobei der Fokus auf die Auswahl sach- und situationsgemäßer Maßeinheiten gelegt wird (BMBWF, 2012, S. 158 f.). Während das Rechnen mit Größen in den Ausführungen Krauthausens (2018, S. 156) nicht im Rahmen des Stufenmodells angeführt wird, stellt es in den Auslegungen Frankes und Ruwischs (2010, S. 184), sowie Dröges, Ebelings und Schippers (2017, S. 229) die finale Stufe der Einführung von Größen dar. In beiden Literaturen wird die im Lehrplan thematisierte Notwendigkeit von Sachsituationen für das Rechnen mit Größen genannt. Diese sollen die Schülerinnen und Schüler unter anderem zur Erkenntnis führen, dass nur Größen derselben Art für die Rechenoperationen verwendet werden dürfen (Dröge et al., 2017, S. 238).

Wie bereits erwähnt, wird im Lehrplan für Mathematik das Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren von Größen thematisiert, während die Division von Größen unerwähnt bleibt. Diese wird dennoch in der behandelten Literatur als wesentlich erachtet (Dröge et al., 2017, S. 238; Franke & Ruwisch, 2010, S. 202). Bei der Division werden zwei Aspekte berücksichtigt, der Divisionsaspekt des Aufteilens und der des Verteilens (Franke & Ruwisch, 2010, S. 202). Beim Ausmessen (Aspekt des Aufteilens) wird eine Größe durch eine Größe des selben Bereichs dividiert, wohingegen die Größe beim Teilen (Aspekt des Verteilens) durch eine Zahl dividiert wird (Dröge et al., 2017, S. 238). Um dies zu verdeutlichen, werden folgende Beispiele angeführt.

Ausmessen (Aspekt des Aufteilens)

Frau Müller hat 20 kg Kekse gebacken. Sie verpackt sie in Dosen zu je 2 kg. Wie viele Dosen kann sie befüllen?

Teilen (Aspekt des Verteilens)

Frau Müller hat 20 kg Kekse gebacken. Sie verpackt sie in 10 Dosen. Wie viele kg Kekse befinden sich in jeder Dose?

Abbildung 13 | Aspekt des Aufteilens bzw. Verteilens bei der Division

Die erstellten Beispiele veranschaulichen sowohl beide Aspekte der Division von Größen als auch die Einbettung des Rechnens mit Größen in Sachsituationen. Franke und Ruwisch fassen diesen Anspruch auf konkrete Sachsituationen wie folgt zusammen: „Formales Rechnen mit Größenangaben in derselben Einheit unterscheidet sich kaum vom Zahlenrechnen und trägt wenig zum Ausbilden von Größenvorstellungen bei.“ (2010, S. 202). Der Erwerb von Größenvorstellung ist ein wesentliches Ziel der erläuterten Erarbeitung von Größen und wird sowohl im Lehrplan für Mathematik als auch in den Bildungsstandards gefordert. Ein wesentlicher Grundstein der Größenvorstellung ist die sogenannte Stützpunktvorstellung (Selter, o. J.). Die Schülerinnen und Schüler sollen dabei viele Repräsentanten eines Größenbereichs kennen und ihnen die passende Größenangabe zuordnen können (Franke & Ruwisch, 2010, S. 235). Umgekehrt sollen sie über eine Vorstellung von passenden Repräsentanten für die jeweiligen Größenbereiche verfügen (Krauthausen, 2018, S. 154). Darüber hinaus erwähnen Selter (o. J.) und Franke und Ruwisch (2010, S. 235) die flexible Nutzung von Größenvorstellungen im Alltag, die durch das Stützpunktwissen beim Schätzen von Größen und bei Problemlöseaufgaben umgesetzt werden kann. Zusammenfassend sollte nochmals erwähnt werden, dass eine realistische Größenvorstellung in konkreten Sach- und Anwendungssituationen erworben wird.

3.3 Resümee

Dieses Kapitel wurde als theoretische Erkenntnisgrundlage verfasst, um auf Basis dieser den praktischen Teil der Arbeit gestalten zu können. Die Größe Liter wird bis zum Ende der zweiten Schulstufe eingeführt, wobei die handlungsorientierte Einführung im Fokus stehen sollte. Der Lehrplan für Mathematik, sowie die Bildungsstandards Mathematik für die vierte Schulstufe stellen eine wesentliche Grundlage für die Erarbeitung von Größen dar. Manche Forderungen des Lehrplans für Mathematik stimmen mit den Inhalten des didaktischen Stufenmodells zur Erarbeitung von Größen überein. Dennoch konnten Unterschiede benannt werden. Diese verschiedenen Ansätze können allerdings als Chance gesehen werden, einzelne Abfolgen in der Erarbeitung von Größen an die Lerngruppe anzupassen und zu modifizieren, um inklusiven Mathematikunterricht zu ermöglichen.

Wie bereits mehrfach erwähnt, kann die Einführung von Größen auf Basis des didaktischen Stufenmodells durchgeführt werden. Eine strikte Abfolge der einzelnen Phasen würde allerdings nicht dem Grundgedanken der Heterogenität der Schülerinnen und Schüler entsprechen. Somit wird auch hier der Anspruch auf die Anpassung an die Lernenden sichtbar. Dennoch werden die Stufen zur Erarbeitung der Größen aus Gründen der Übersichtlichkeit nochmals angeführt: Erfahrungen in Sach-, Spiel und Alltagssituationen, direktes und indirektes

Vergleichen von Repräsentanten, Verfeinern und Vergröbern der Maßeinheit und Rechnen mit Größen. Bei der Erläuterung des Modells wurden Unterschiede der einzelnen Stufen in verschiedenen Literaturen sichtbar gemacht und benannt. Jedoch ist ein gemeinsamer Anspruch verdeutlicht worden: In allen behandelten Literaturen wird der Erwerb einer realistischen Größenvorstellung gefordert. Diese umfasst drei Kriterien, die gleichwertig sind. Zum einen sollen die Schülerinnen und Schüler verschiedene Repräsentanten kennen und zu den Größenangaben passende nennen können. Umgekehrt bedeutet dies, dass sie auch zu den Repräsentanten geeignete Größenangaben kennen. Um die Größenvorstellung im Alltag flexibel nutzen zu können, sollen die Lernenden ihr Stützpunktwissen beim Schätzen von Größen und bei Problemlöseaufgaben anwenden können.

4 Praktische Erarbeitung der GröÙe Liter

In den Theoriekapiteln wurden wesentliche Grundlagen des inklusiven Mathematikunterrichts und der Einführung von GröÙen dargelegt. Abschließend sollen diese theoretisch gewonnenen Erkenntnisse praktisch umgesetzt und zusammengeführt werden. Die handlungsorientierte Erarbeitung der GröÙe Liter basiert in dieser Arbeit auf dem didaktischen Stufenmodell. Dafür wird auf jeder Stufe eine konkrete Sachsituation angeführt, ohne dabei einen Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben. Im Sinne des inklusiven Mathematikunterrichts werden zusätzlich differenzierende Maßnahmen für leistungsstarke und leistungsschwache Schülerinnen und Schüler im Sinne der Adaption von Aufgaben angeboten.

4.1 Erfahrungen in Sach-, Spiel- und Alltagssituationen aufgreifen

Um einen möglichst kindgerechten und ansprechenden Einstieg in die Thematik zu ermöglichen, wird folgende Idee der Autorin im Unterricht umgesetzt. Die Lehrperson erzählt die Geschichte von Ben und zeigt den Kindern ein Bild von ihm.

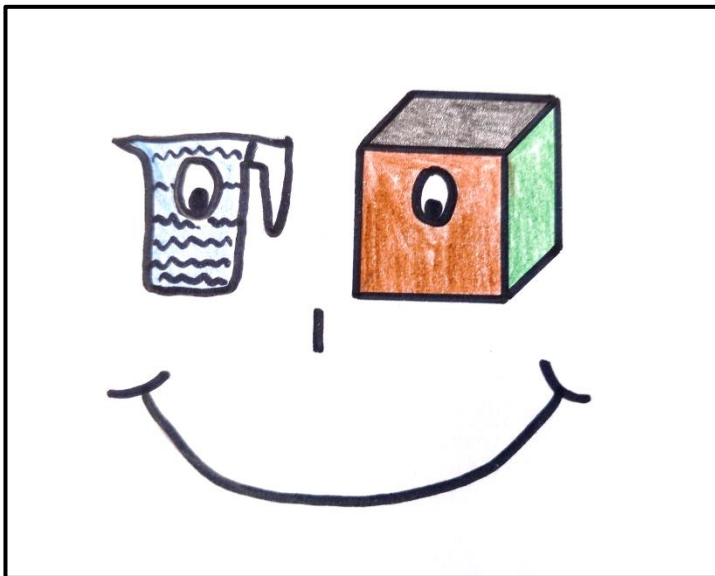


Abbildung 14 | Liter Ben, Grafik privat

Ben ist ein Liter. Die Schülerinnen und Schüler werden gefragt, ob sie den Begriff „Liter“ bereits gehört haben und damit etwas in Verbindung bringen können. So werden etwaige Vorerfahrungen der Lernenden erhoben und aufgegriffen. Der Liter stellt sich weiter vor. Er ist eine Einheit für das Volumen. Dieser Terminus wird ebenso erläutert und die Kinder gefragt, was das Volumen angibt. Um die bereits erwähnten Aspekte des Volumens beziehungsweise des Rauminhalts zu verdeutlichen, wird den Kindern erklärt, wo sich Ben, der Liter, überall

versteckt. Er versteckt sich zum Beispiel als Flüssigkeit in Getränkeverpackungen oder Wasserflaschen. Er versteckt sich deswegen auch in den Kindern, wenn sie etwas trinken. Hier kann die Frage gestellt werden, wie viele Liter die Kinder pro Tag trinken. Unterstützend kann erwähnt werden, dass vier Gläser ungefähr ein Liter sind.

Der Liter (Ben) ist allerdings nicht nur als Flüssigkeit unterwegs. Er wird auch in verschiedenen Gegenständen, wie zum Beispiel Schachteln oder Verpackungen gefunden. Somit kann er seine Gestalt wandeln. Die Schülerinnen und Schüler sollen folgende, kindgerechte Erkenntnis erlangen: Der Liter Ben zeigt das Volumen eines Gegenstands an. Er sagt uns also, wie viel in einen Gegenstand hineinpasst. Das kann zum Beispiel mit Wasser angegeben werden. Ben zeigt dann an, wie viel Wasser in eine Trinkflasche passt. Der Liter kann aber auch mit anderen Gegenständen gemessen werden. So kann beispielsweise gemessen werden, wie viele kleine Holzwürfel in eine Schachtel passen. Auch diese Bereiche zählen zu Bens Aufgaben. Bens bester Freund ist der Meter Toni, den die Kinder schon kennengelernt haben. Dafür soll nochmals kurz wiederholt werden, was in Metern gemessen wird.

Die Lehrperson hat nun verschiedene Gegenstände mitgebracht und im Klassenzimmer verteilt. Die Kinder sollen diese nun dem Meter (Toni) oder dem Liter (Ben) zuordnen. Dafür erhalten sie folgende Tabelle mit je einer Spalte für den Meter und den Liter, in der sie die Gegenstände notieren oder skizzieren sollen.

Ordne die Gegenstände dem Meter oder dem Liter zu!

Meter Toni 	Liter Ben 

Abbildung 15 | Gegenstände ordnen, Grafiken lizenzfrei von Pixabay

Folgende Objekte können exemplarisch als Repräsentanten des Liters verwendet werden: verschiedene Trinkflaschen, Getränkepackungen, Vasen, Schachteln und Tassen. Beispiele für Repräsentanten des Meters wären der Meterstab, verschieden lange Schnüre sowie das Meterband. Die Ergebnisse werden im Gesprächskreis verbalisiert und mit Bildern der Repräsentanten des Liters wird ein Plakat für die Klasse gestaltet, das exemplarisch wie folgt aussehen könnte.



Abbildung 16 | Plakat Liter, Grafiken lizenzfrei von Pixabay

4.2 Direktes Vergleichen von Repräsentanten

Für den direkten Vergleich werden unterschiedliche Gefäße benutzt, wobei immer zwei Objekte hinsichtlich ihrer Relation miteinander verglichen werden. Diese Phase baut auf den Vorerfahrungen zum Ordnen und Vergleichen auf. Die Autorin der vorliegenden Arbeit sieht dafür das Arbeiten in Tandems aus je einem leistungsstärkeren beziehungsweise leistungsschwächeren Kind vor, damit die Lernenden kooperatives und unterstützendes Arbeiten erfahren können. Jedes Team erhält zwei gleichgeformte Gefäße mit unterschiedlichem Fassungsvermögen, beispielsweise Glasvasen oder durchsichtige Blumentöpfe. Jedes Tandem hat somit zwei unterschiedliche Repräsentanten derselben Form. Diese werden mit verschiedenen Inhalten randvoll befüllt. So sollen die Schülerinnen und Schüler Einsicht erlangen, dass das Volumen nicht nur mit Flüssigkeiten dargestellt werden kann. Zusätzlich zu Wasser wird auch mit Sand und Kiesel gearbeitet. Diese Materialien werden in Kübeln oder Schachteln bereitgestellt. Die Tandems stellen zunächst eine Vermutung auf, in welches ihrer beiden Gefäße mehr Wasser, Sand oder Kiesel passt. Diese wird im Forscherheft notiert.

In welches Gefäß passt mehr ...

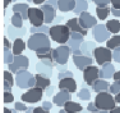
	unsere Vermutung	überprüftes Ergebnis
Wasser? 	☐ großes Glas ☐ kleines Glas	☐ großes Glas ☐ kleines Glas
Sand? 	☐ großes Glas ☐ kleines Glas	☐ großes Glas ☐ kleines Glas
Kiesel? 	☐ großes Glas ☐ kleines Glas	☐ großes Glas ☐ kleines Glas

Abbildung 17 | Forscherheft, Grafiken Gläser verfügbar unter <https://www.ikea.lt/en/products/dining-room/decoration/vases-bowls/cylinder-vase-set-of-3-art-60175092>, weitere Grafiken lizenzfrei von Pixabay

Die Schülerinnen und Schüler überprüfen ihre Vermutungen, indem sie das vermeintlich kleinere Gefäß randvoll befüllen und dieses in das größere entleeren. Die Füllhöhe kann zusätzlich mit einem Querstrich markiert werden. Stimmt die Vermutung, muss im Gefäß mit dem größeren Volumen noch Platz nach oben sein, da der Inhalt des kleineren entleert wurde. Wurde die Vermutung falsifiziert, so wird der Versuch nochmals korrekt durchgeführt.

Nach dem direkten Vergleich gleichgeformter Gefäße mit Wasser, Sand und Kiesel wird der Aspekt des Rauminhalts weiter verdeutlicht. Dafür erhält jedes Tandem unterschiedlich große quader- oder würfelförmige Schachteln mit einem Volumen von maximal 50 cm^3 . Auf Basis der Ausführungen Maiers (2012) sollen diese mit 1 cm^3 Einheitswürfeln ausgemessen werden. Die Maßzahl gibt dabei an, wie viele Würfel in die Schachtel passen, bis sie komplett voll ist und entscheidet somit, welche Schachtel ein größeres Volumen besitzt. Die Maßzahl kann unterstützend auch mit Glasnuggets oder einer Strichliste dargestellt werden, um den Schülerinnen und Schülern eine visuelle Unterstützung zu bieten. Die Lernenden sollen zur Erkenntnis gelangen, dass das Volumen verschiedener Gefäße nicht nur als Flüssigkeit, sondern auch als Rauminhalt dargestellt werden kann. Im abschließenden Gesprächskreis präsentiert jedes

Tandem seine beiden Gefäße und lässt die Mitschüler und Mitschülerinnen zuerst vermuten, welches das größere Volumen besitzt, bevor die Ergebnisse dargestellt werden. Folgende Fragestellung kann speziell leistungsschwächere Kinder zum Reflektieren anregen: „Woher weißt du, welches Gefäß ein größeres Volumen hat?“ Auch die unterschiedlichen Rauminhalte der Schachteln werden besprochen.

Diese Handlungssituation wird anschließend auf Basis des E-I-S-Prinzips nach Bruner (Hilgers, 2018) im Sinne der unterschiedlichen Darstellungsformen differenziert. Schülerinnen und Schüler mit erhöhtem Unterstützungsbedarf, oder jene, die noch Übung benötigen, vertiefen ihre handelnden Erfahrungen auf der enaktiven Ebene. In Partnerarbeit werden mehrere Repräsentanten hinsichtlich ihres Volumens miteinander verglichen. Jedes Paar erhält je nach Leistungsstand drei bis fünf ähnlich geformte Gefäße. Das kleinste Gefäß hat ein Volumen von 0,25 Liter. In Viertelliterschritten werden die Volumina der Gefäße größer. Diese Rauminhalte sollen in Anlehnung an Franke und Ruwisch (2010) in eine Seriation gebracht werden, wie folgende Skizze exemplarisch zeigt:

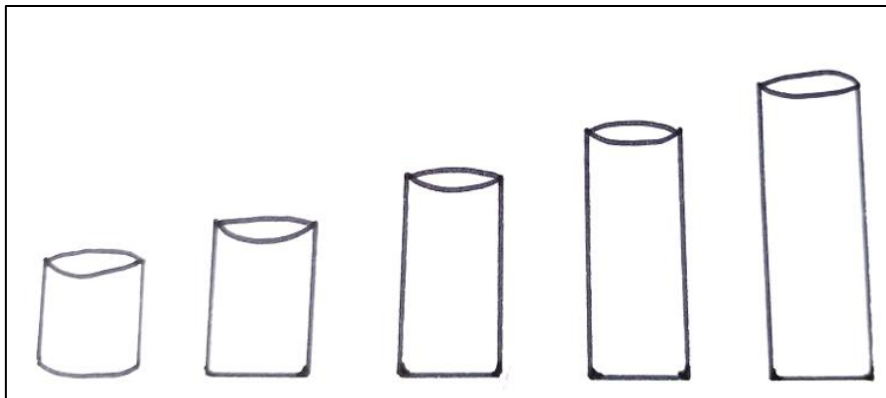


Abbildung 18 | Seriation, Grafik privat

Dafür stellen die Kinder wie zuvor Vermutungen auf, welches Gefäß das geringste beziehungsweise größte Volumen besitzt und welche mögliche Reihung vor dem Messen vorgenommen werden kann. Es empfiehlt sich, die Gefäße zuerst in der vermutenden Reihenfolge nebeneinander aufzustellen. Dies kann durch Skizzen im Sinne der Forschermittel grafisch unterstützt werden. Um die Volumina miteinander zu vergleichen, wird Wasser verwendet, da es sich gut im Gefäß verteilt. Die Schülerinnen und Schüler befüllen das Gefäß mit dem vermeintlich geringsten Volumen (0,25 Liter) randvoll und leeren es in das nächstgrößere. Passt die Flüssigkeit in das Gefäß, so wurde die Vermutung verifiziert. Das 0,25 Liter Gefäß wird so oft in das nächstgrößere geleert, bis dieses randvoll ist. Die Maßzahl wird dabei im Forscherheft notiert. Besitzt das zweite Gefäß ein Volumen von 0,5 Liter, so passt die Füllmenge des kleineren zwei Mal hinein. Das Volumen des nächstgrößeren Gefäßes wird mit dem ersten direkt verglichen: Wie

oft muss das kleinste Gefäß befüllt und entleert werden? Diese Handlung wird so lange wiederholt, bis die Seriation aller Gefäße überprüft wurde. Die Kinder sollen erkennen, dass das Volumen immer um den Inhalt des kleinsten Gefäßes (um 0,25 Liter) mehr wird.

Auf Basis der Differenzierung nach oben und der erweiternden Angebote erhalten die jeweiligen Kinder dieselbe Aufgabenstellung, die allerdings nach einer kurzen Einführung selbstständig in Gruppenarbeit bearbeitet wird. Nach der enaktiven Phase soll das Ergebnis des direkten Vergleichs zweier Volumina ikonisch in Form einer Grafik oder einer Skizze dargestellt werden. Aus dieser soll hervorgehen, wie oft das kleine Gefäß befüllt und in das nächstgrößere geleert werden musste, um es randvoll zu befüllen. Folgende Grafik zeigt zwei mögliche Darstellungen.

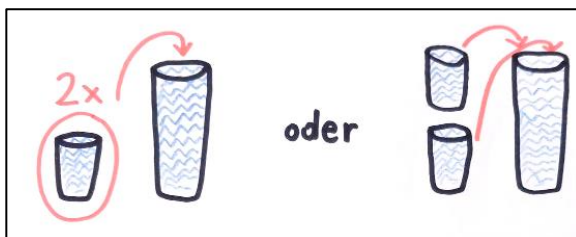


Abbildung 19 | ikonische Darstellung, Grafik privat

Diese ikonische Darstellung soll im nächsten Schritt symbolisch mit Zahlen und Begriffen verschriftlicht werden. Wird das Gefäß mit dem geringsten Volumen beispielhaft mit dem nächstgrößeren verglichen, muss es dafür zwei Mal befüllt und entleert werden. Diese Handlung kann wie folgt dargelegt werden:

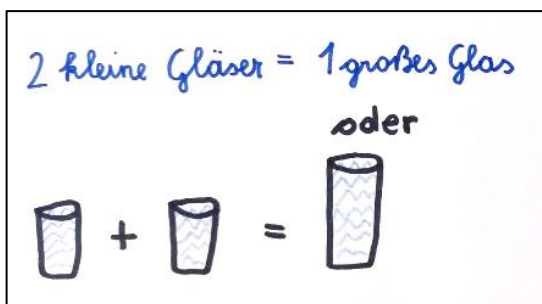


Abbildung 20 | symbolische Darstellung, Grafik privat

Alle gewonnenen Erkenntnisse werden abschließend in einer Reflexionsrunde ausgetauscht, sodass alle Kinder von den Ergebnissen ihrer Mitschüler und Mitschülerinnen profitieren können.

4.3 Indirektes Vergleichen von Repräsentanten

In den folgenden Ausführungen werden Sachsituationen zum indirekten Vergleichen willkürlicher, als auch standardisierter Maßeinheiten angeführt.

4.3.1 Indirektes Vergleichen mit selbst gewählten Maßeinheiten

Beim indirekten Vergleichen wird ein sogenannter Vergleichsrepräsentant eingesetzt. Dieser Vermittler ist in der angeführten Sachsituation ein Wasserbecken aus Glas, bei dem eine Füllhöhe von zwei Litern mit einem roten Querstrich markiert wurde.

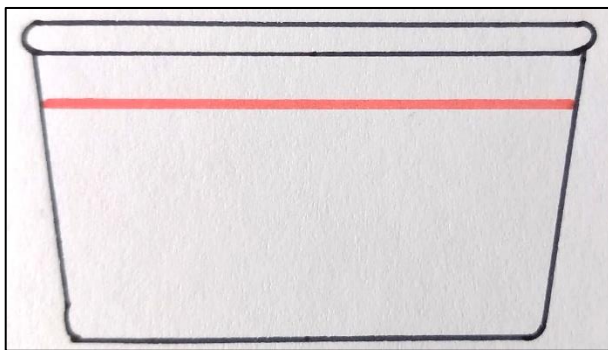


Abbildung 21 | Wasserbecken, Grafik privat

In Anlehnung an die Ausführungen Ruwischs (2012) wird das Fassungsvermögen zweier Gläser mit 0,5 Liter und 0,25 Liter mithilfe des dritten Vergleichsrepräsentanten (Wasserbecken) indirekt verglichen. Dafür bilden die Schülerinnen und Schüler zu zweit beziehungsweise zu dritt Forscherteams. Damit jedes Kind auf seinem Leistungsniveau arbeiten kann, werden zunächst leistungshomogene Gruppen gebildet, die aber später für den fachlichen Austausch aufgelöst werden. Die Tische werden rasch gruppiert, sodass jede Gruppe genügend Platz hat.

Jedes Kind bekommt ein Forscherheft zum Thema Flüssigkeiten. Gemeinsam werden die Regeln für das freie Arbeiten wiederholt. Jede Gruppe erhält ein Wasserbecken aus Glas, bei dem die Füllhöhe von zwei Litern mit einem roten Querstrich markiert wurde. Zusätzlich bekommt jedes Forscherteam zwei Gläser: eines mit 0,5 Liter und eines mit 0,25 Liter Fassungsvermögen. Dazu werden noch wasserfeste Unterlagen, sowie Kübel mit Wasser zum Rausschöpfen bereitgestellt. Folgende Aufgabenstellung soll von allen Teams erfüllt werden:

Befülle das große Glas mit Wasser und leere es dann in das Becken! Das machst du so lange, bis du beim roten Rand angekommen bist. Notiere in deinem Forscherheft, wie oft du das Wasser vom großen Glas in das Becken ausgeleert hast! Dann leerst du das Wasser wieder in den Kübel zurück und machst das Ganze mit dem kleinen Glas. Schreibe wieder

auf, wie viele kleine Gläser in das Wasserbecken passen, bis die rote Markierung erreicht ist!

Diese Handlungssituation wird im Sinne der drei kognitiven Anforderungsbereiche mathematischer Aufgabenstellungen differenziert. Zudem kann die Aufgabenstellung für Schülerinnen und Schüler mit einem erhöhten Bedarf an Hilfestellung auch mündlich gestellt und von einer unterstützenden Lehrperson begleitet werden, sodass die Handlungserfahrung nicht aufgrund eines eingeschränkten Textverständnisses erschwert wird. Die Grundanforderung, die Reproduktion, ist erfüllt, wenn die Lernenden die korrekte Anzahl an befüllten und ausgeleerten Gläsern in ihrem Forscherheft notieren. Diese würde der *Maßzahl* entsprechen. Um die Füllhöhe von zwei Litern zu erreichen, müssen *vier* 0,5 Liter Gläser beziehungsweise *acht* 0,25 Liter Gläser ausgeleert werden.

Wasserbecken befüllen

Ihr braucht pro Gruppe:

- ein Wasserbecken mit einer Markierung
- ein großes Glas
- ein kleines Glas
- eine wasserfeste Unterlage
- einen Kübel mit Wasser



1. Befüllt das große Glas mit Wasser und leert es in das Becken.
2. Das macht ihr so lange, bis das Wasser die Markierung erreicht hat.
3. Dann leert ihr das Wasser in den Kübel zurück.
4. Wiederholt jetzt das Ganze mit dem kleinen Glas.
5. Wie viele große/kleine Gläser braucht ihr?

Wir brauchen ...

4 große Gläser

8 kleine Gläser

Der Vorgang des Befüllens beziehungsweise Entleerens der Gläser muss gegebenenfalls bei Kindern mit motorischen Schwierigkeiten unterstützt werden. Zudem kann das Mitzählen der Maßzahl unter der Verwendung von beispielsweise Glasnuggets visuell unterstützt werden. Für jedes große ausgeleerte Glas wird ein blaues Glasnugget auf einen Karton gelegt, für jedes kleine Glas ein rotes Nugget. Ebenso kann die Maßzahl mit einer Strichliste dargestellt werden. Diese Unterstützungsmaßnahmen werden als Forschermittel eingesetzt.

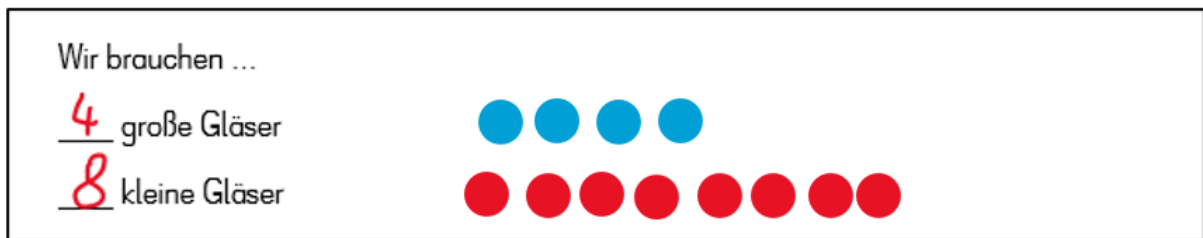


Abbildung 23 | Einsatz von Forschermitteln, Grafik privat

Im zweiten Anforderungsbereich werden Zusammenhänge hergestellt. Auf diesem Niveau sollen die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass das Volumen des kleineren Gefäßes geringer ist als das des größeren. Deshalb muss es öfter befüllt und entleert werden, was die höhere Maßzahl (8) bedingt. Diese Erkenntnis kann auch auf Basis des größeren Volumens des 0,5 Liter Glases entwickelt werden. Aufgrund seines größeren Volumens muss es weniger oft befüllt und entleert werden, was zur Maßzahl vier führt. Durch gezielte Fragestellungen können die Schülerinnen und Schüler zu diesem Zusammenhang übergeleitet werden. Folgende Frage kann exemplarisch gestellt werden: „Warum musst du das kleine Glas öfter befüllen und entleeren als das große?“ Die Auswirkungen der unterschiedlichen Maßeinheiten (0,5 Liter bzw. 0,25 Liter Glas) auf die Maßzahl (4 bzw. 8) beziehungsweise ihr Zusammenhang sollen von den Lernenden auf dem dritten Anforderungsniveau reflektiert und verallgemeinert werden. Sie sollen dabei zu folgender Einsicht gelangen: Eine kleinere Maßeinheit führt im Vergleich zu einer größeren bei demselben zu messenden Volumen immer zu einer höheren Maßzahl. Leistungsstarke Schülerinnen und Schüler können dann zusätzlich ein 0,75 Liter Glas als Maßeinheit verwenden. Das Messergebnis wird dabei ungenau sein, da die Maßzahl zwei zu gering, die Maßzahl drei aber zu groß ist. Die eben angeführte Erkenntnis wird nun um folgenden Aspekt erweitert: Kleinere Maßeinheiten bedingen eine höhere Maßzahl, aber ein genaueres Ergebnis.

Damit ein Lernen am gemeinsamen Gegenstand und ein fachlicher Austausch stattfinden können, werden nun leistungsheterogene Gruppen zu je drei bis vier Forschern und Forscherinnen gebildet. Jedes Kind berichtet von den Erkenntnissen, die es auf seiner Stufe erlangt hat. Dafür muss eine wertschätzende Atmosphäre vorherrschen. Durch den fachlichen Austausch

können alle Lernenden von den Einsichten ihrer Mitschüler und Mitschülerinnen profitieren. Abschließend findet eine Reflexion in der Großgruppe statt. Folgende Fragestellungen können als Anleitung für diese aufgefasst werden: „Was ist dir beim Befüllen und Entleeren aufgefallen? Wie oft musstest du das kleine/große Glas befüllen und entleeren? Warum ist das so?“

Der indirekte Vergleich mit selbstgewählten Maßeinheiten sollte noch in vielfältigen Situationen erweitert und gefestigt werden. Für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler kann durch wiederholtes Durchführen der zweite Anforderungsbereich (Herstellen von Zusammenhängen) angestrebt werden. Sie werden in der Handlungssituation von der Lehrperson persönlich betreut. Um ein vertiefendes Angebot für leistungsstarke Kinder anzubieten, wird folgende Aufgabenstellung in Anlehnung an Roos (2012) angeboten. Die Schülerinnen und Schüler bekommen in dieser Zeit diverse Gegenstände zum selbstständigen Ausmessen in Kleingruppen bereitgestellt. Das können beispielsweise Eierbecher, Esslöffel, Joghurtbecher, Vasen etc. sein. Sie erhalten folgende Aufgabenstellung:

Wählt ein Gefäß aus, das ihr messen möchtet! Überlegt klug, mit welchem anderen Gefäß ihr messt! Schätzt zuerst und notiert dann eure Messergebnisse! Überlegt, was euch aufgefallen ist!

Die gewonnenen Erkenntnisse können wiederum im gemeinsamen Austausch verbalisiert und im Forscherheft notiert werden.

Mit Gefäßen messen

Ihr braucht pro Gruppe:

- einen Plastiktrinkbecher
- einen Eierbecher
- einen Esslöffel
- eine Salatschüssel
- einen Joghurtbecher
- eine lange und eine schmale Vase
- eine Tasse
- euren Kübel mit Wasser
- eure wasserfeste Unterlage
- einen Lappen und Papiertücher



Wählt ein Gefäß aus, das ihr messen möchtet.

Überlegt klug, mit welchem anderen Gefäß ihr messt.

Schätzt zuerst und notiert dann eure Messergebnisse am nächsten Zettel.

Überlegt, was euch aufgefallen ist.

Abbildung 24 | mit Gefäßen messen, Grafik lizenzfrei von brgfx auf Freepik

Wir messen Flüssigkeiten



Gefäß	Mess-Gefäß	Wir schätzen	Wir messen

Abbildung 25 | Flüssigkeiten messen, Grafik lizenzfrei von brgfx auf Freepik

4.3.2 Indirektes Vergleichen mit standardisierten Maßeinheiten

Für den indirekten Vergleich mit standardisierten Maßeinheiten wird ein Messbecher verwendet, der ein Volumen von einem Liter besitzt. Dieses ist in ganzen Litern beziehungsweise in Bruchschreibweise des Liters angegeben. Zunächst werden die Schülerinnen und Schüler im Gesprächskreis gefragt, ob sie bereits Erfahrungen mit Messbechern haben, um an ihre Vorerfahrungen anknüpfen zu können. Manche Kinder kennen den Messbecher möglicherweise aus der Küche zum Abmessen von Flüssigkeiten oder Zutaten. Die Lehrperson lässt die mitgebrachten Messbecher durch die Runde gehen, damit sie von allen betrachtet werden können. Sie fragt die Kinder, wo der Liter auf dem Messbecher eingezeichnet ist und woran sie das erkennen können. Zudem wird erklärt, dass es viele Unterteilungen des Liters gibt. Heute

werden die Kinder zwei davon kennenlernen, nämlich das Halbe und das Viertel. Diese wurden nach den Vorstellungen der Autorin entworfen. Folgende Abbildung soll den Zusammenhang zwischen dem ganzen Liter und dem halben beziehungsweise viertel Liter verdeutlichen.

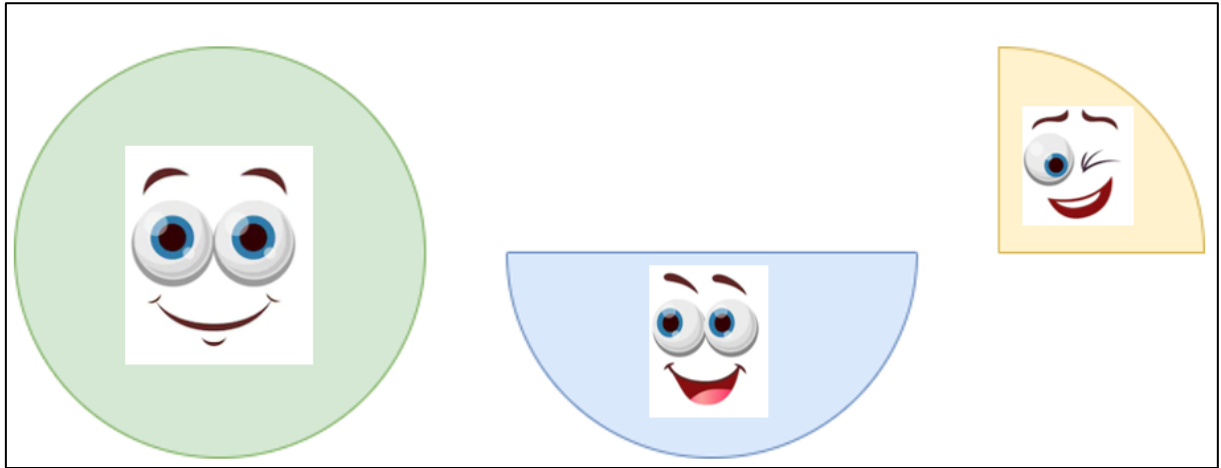


Abbildung 26 | Liter, das Halbe und das Viertel, Grafiken privat und lizenzfrei von pch.vektor auf Freepik

Durch die figurenhafte Darstellung werden die abstrakten Begriffe „halber Liter“, „Viertelliter“ und „Dreiviertelliter“ anschaulich vermittelt, was als eine Unterstützungsmaßnahme im Lernprozess angesehen werden kann. Das Halbe teilt den Liter in zwei Teile, während ihn das Viertel in vier Teile teilt. Die Lehrperson fragt die Schülerinnen und Schüler, welche Rechenoperation das Halbe und das Viertel brauchen, wenn sie den Liter teilen möchten. So wird auf die Division und die daraus resultierende Bruchschreibweise übergeleitet. Das Halbe dividiert somit den Liter durch die Zahl zwei, während das Viertel den Liter durch vier teilt.

Gemeinsam werden Angaben des Halben und des Viertels auf dem Messbecher gesucht. Die Lehrperson kann dafür fragen, wo sich die beiden am Messbecher verstecken. So kann auf folgende Bruchschreibweisen des Liters übergeleitet werden: $\frac{1}{2}$ Liter, $\frac{1}{4}$ Liter und $\frac{3}{4}$ Liter. Auch hier bringen die Schülerinnen und Schüler vermutlich Vorerfahrungen mit, die verbalisiert werden sollten. Um auf die Gesamtheit des Liters zu schließen, empfehlen sich folgende Fragestellungen: „Wie viele Halbe passen in einen Liter?“, „Wie oft passt das Viertel in einen Liter hinein?“, „Wie viele Viertel stecken in einem Dreiviertelliter?“ und „Wer kann sich in einem halben Liter noch außer dem Halben verstecken?“ Die letzte Frage soll die Kinder zur Erkenntnis bringen, dass ein halber Liter zwei Viertellitern entspricht. Ein wesentlicher Aspekt sollte auch auf die Sprechweise gelegt werden. So stecken im Wort „Dreiviertelliter“ *drei Viertelliter*, was den Kindern bewusstwerden sollte. Um diese Sachverhalte visuell zu unterstützen, können folgende Merkplakate ergänzend verwendet werden.

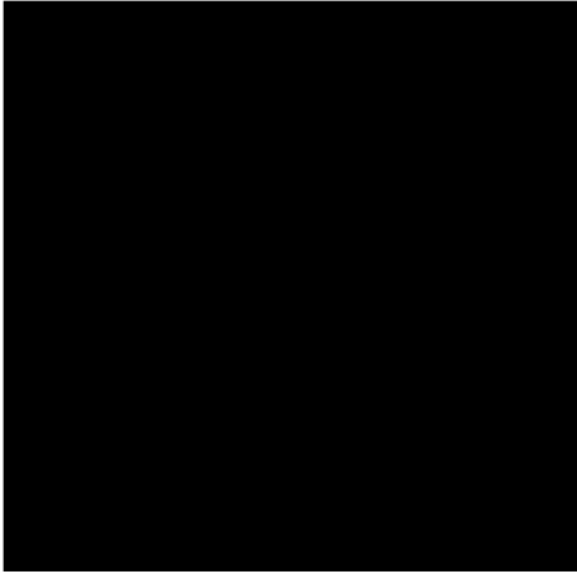


Abbildung 27 | der Liter, verfügbar unter https://fraulocke-grundschultante.de/material/Merkplakate_Liter.pdf



Abbildung 28 | Viertelliter, verfügbar unter https://fraulocke-grundschultante.de/material/Merkplakate_Liter.pdf

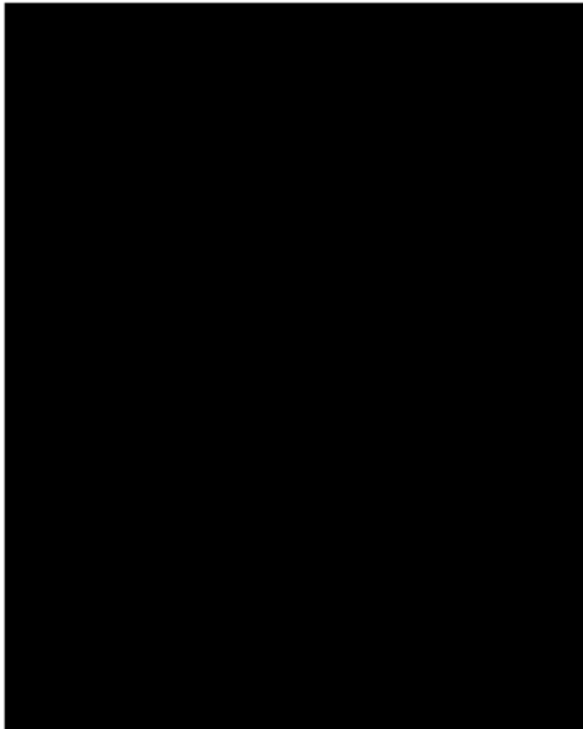


Abbildung 29 | halber Liter, verfügbar unter https://fraulocke-grundschultante.de/material/Merkplakate_Liter.pdf

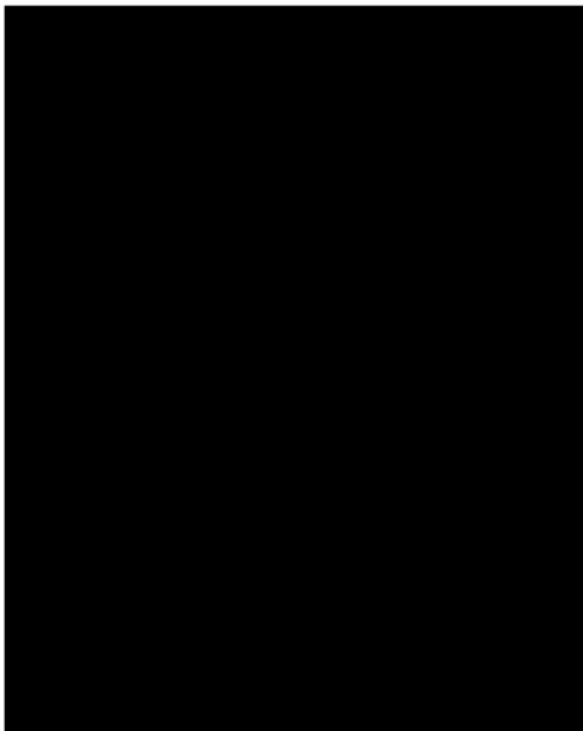


Abbildung 30 | Dreiviertelliter, verfügbar unter https://fraulocke-grundschultante.de/material/Merkplakate_Liter.pdf

Diese Plakate können auch für Ergänzungen auf den Liter verwendet werden. So kann zum letzten Plakat die Frage gestellt werden, wie viele Viertel noch auf einen Liter fehlen. Dabei muss unbedingt darauf hingewiesen werden, dass beispielsweise das Viertel nicht nur vom Boden des Messbechers weggemessen werden kann, sondern auch, wie in diesem Beispiel, von einer bestehenden Füllhöhe aus.

Der Einsatz des Messbechers als standardisierte Maßeinheit wird nun in folgenden Situationen handelnd erforscht. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten in Zweiertteams zusammen und erhalten verschiedene Alltagsgegenstände, deren Volumen mithilfe des Messbechers bestimmt werden soll. Dafür können beispielsweise unterschiedlich große Plastikflaschen, Trinkbecher, Tassen, Krüge und Getränkepackungen verwendet werden. Die Schülerinnen und Schüler sollen zunächst vermuten, wie viele Halbe beziehungsweise Viertel in das jeweilige Gefäß passen und dies in ihrem Forscherheft notieren. Dafür wird die Maßzahl neben einer Abbildung des jeweiligen Objekts aufgeschrieben.

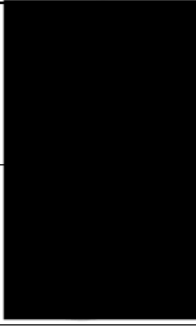
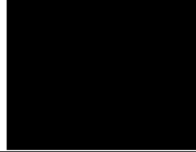
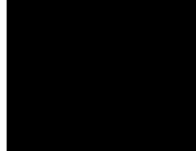
Wie viele Halbe oder Viertel passen in die Gefäße?			
	Halbe	Viertel	Überprüfung
	3		✓
			
			
			

Abbildung 31 | mit Messbecher messen, Grafiken lizenzfrei von pixabay, weitere verfügbar unter <https://www.xxzlutz.at>

Um die Vermutung zu überprüfen, wird das Gefäß (mithilfe eines Trichters) randvoll mit Wasser befüllt und anschließend in den Messbecher entleert. Als Unterstützungsmaßnahme können die oben angeführten Merkplakate verwendet werden.

Als erweiterndes Angebot erhalten leistungstärkere Kinder zusätzlich besonders geformte Gefäße, wie beispielsweise schmal zulaufende Blumenvasen, deren Volumen wie oben beschrieben bestimmt werden soll. Um die Inhalte zu vertiefen, sollen die Schülerinnen und Schüler ihre Messergebnisse, sofern dies möglich ist, sowohl als Halbe, als auch als Viertel darstellen. Dies kann exemplarisch durch folgende Fragestellung angeregt werden: „Wie kannst du den halben Liter in Viertel messen?“ Eine weitere Erkenntnis könnte sein, dass ein Dreiviertelliter sowohl aus drei Vierteln als auch aus einem Halben und einem Viertel bestehen kann. So sollen die Kinder langsam zur nachfolgenden Stufe des Umwandels geleitet werden. Die Messergebnisse werden im fachlichen Austausch aller Schülerinnen und Schüler verbalisiert.

4.4 Umwandeln der Maßeinheit

Das Umwandeln der Maßeinheit knüpft an die handelnde Erfahrung mit dem Halben und dem Viertel an. Gemeinsam wird nochmals wiederholt, welche Aufgaben das Halbe und das Viertel haben und wie sie auf dem Messbecher dargestellt werden. Die grundlegende Erkenntnis für die weitere Erarbeitung ist die Teilung des Liters in gleichgroße Teile. Der Fokus dieser Erarbeitung liegt auf der Verfeinerung des Liters. Die Lehrperson erklärt, dass der Liter in kleinste Teile geteilt werden kann, nämlich in Milliliter. Die Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit dem Milliliter werden erfragt und besprochen. Wichtig dabei ist die Vorstellung eines Milliliters. Nur wenige bis keine Kinder werden eine konkrete Vorstellung von einem Milliliter haben, da sie mit diesem geringen Volumen im Alltag nicht konfrontiert werden. Dass ein Trinkglas ein Volumen von circa 250 Milliliter besitzt, kann schon eher im Vorstellungsreich der Kinder liegen. Die Lehrperson erklärt, dass ein Milliliter tausendmal in einen Liter passt. Dies soll nicht primär die Vorstellungskraft fördern, sondern die Kinder neugierig machen. Zudem gibt es noch weitere Unterteilungen des Liters, die die Schülerinnen und Schüler durch eine Geschichte kennenlernen werden.

Dafür wird das Buch „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ (Motschiunig, 2021) im Sitzkreis vorgelesen. Unterstützend können die Buchseiten auch mit einem Smartboard visualisiert werden. Im Buch werden die Hohlmaße kindgerecht erklärt und so dargestellt, dass eine gedankliche Vorstellung dieser entwickelt werden kann. So passt ein Milliliter in den Milliliterbauch der Maus Lina. Das Eichhörnchen Timmi besitzt einen Zentiliterbauch, während in

den Bauch von Theo Hase ein Deziliter passt. Den Abschluss bildet der Hirsch Rudolf mit seinem Literbauch. Zusätzlich werden die Umwandlungszahlen visualisiert, wie folgende Abbildungen zeigen:

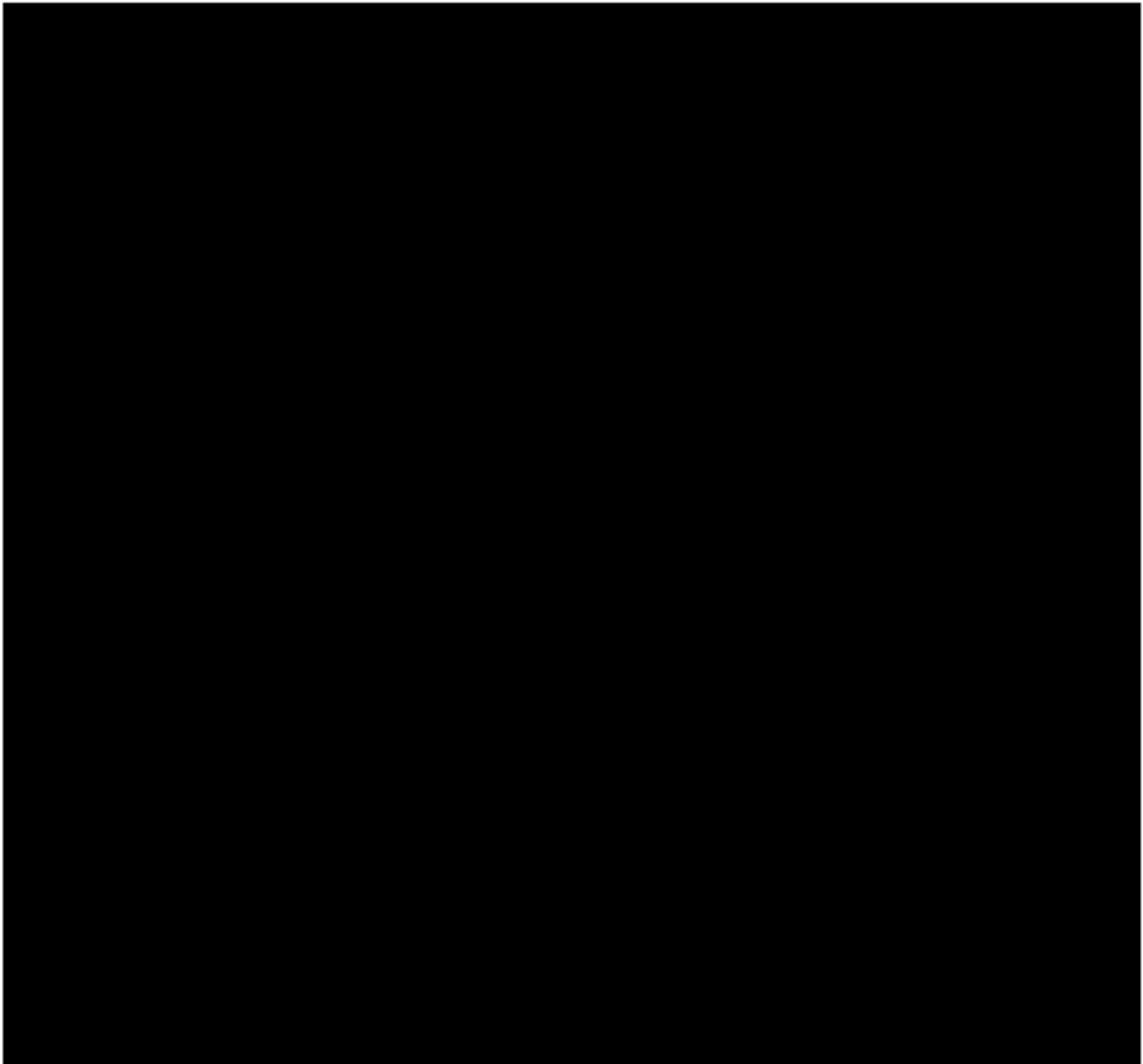


Abbildung 32 | Hohlmaße aus „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ 2021

Während des Lesens können diese immer wieder aufgegriffen werden, wie folgende Fragestellung verdeutlicht: „Wie viele Milliliter passen in Timmis Zentiliterbauch?“ Ebenso sollten die verkürzten Schreibweisen „ml“, „cl“ und „dl“ thematisiert werden, wobei vor allem die unterschiedliche Schreibweise des Zentiliters als „cl“ erklärt werden sollte. Im Lehrplan der Volksschule für Mathematik werden diese Einheiten nicht thematisiert. Für leistungsstarke Schülerinnen und Schüler stellen sie aber eine wesentliche Erweiterungs- und Vertiefungsmöglichkeit dar. In den folgenden Ausführungen werden sie deswegen thematisiert.

Damit der Zusammenhang zum Liter verdeutlicht wird, können Beziehungen zum Meter hergestellt werden. Ein Meter kann beispielsweise in 10 Dezimeter umgewandelt werden.

Dasselbe kann mit dem Liter in 10 Deziliter beziehungsweise in 100 Zentiliter (Vergleich Meter – Zentimeter) durchgeführt werden. Damit die Kinder Verbindungen zur bereits thematisierten Bruchschreibweise des Liters herstellen können, muss die Umwandlung des Liters in tausend Milliliter erläutert werden. Dies kann wiederum durch die Verbindung zum Meter geschehen, der in tausend Millimeter umgewandelt werden kann. Nach der Erarbeitung dieses Zusammenhangs können die Milliliterangaben auf den Merkplakaten zum Liter ergänzt werden. Sie können vor allem für leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler als visuelle Unterstützung dienen. Für diese Kinder wird der Zusammenhang zwischen Liter und Milliliter in dieser Arbeit als ausreichend angesehen. Im Sinne des gemeinsamen Lernens und der anschaulichen Vermittlung von Lerninhalten wird folgendes Experiment von allen Kindern in Anlehnung an das bereits thematisierte Buch zu den Hohlmaßen durchgeführt.

Die Schülerinnen und Schüler bilden leistungsheterogene Tandems. Jedes Team erhält eine Plastikspritze (1 ml), ein Apothekerfläschchen (1 cl), ein Trinkglas mit Wasser und einen Messbecher.

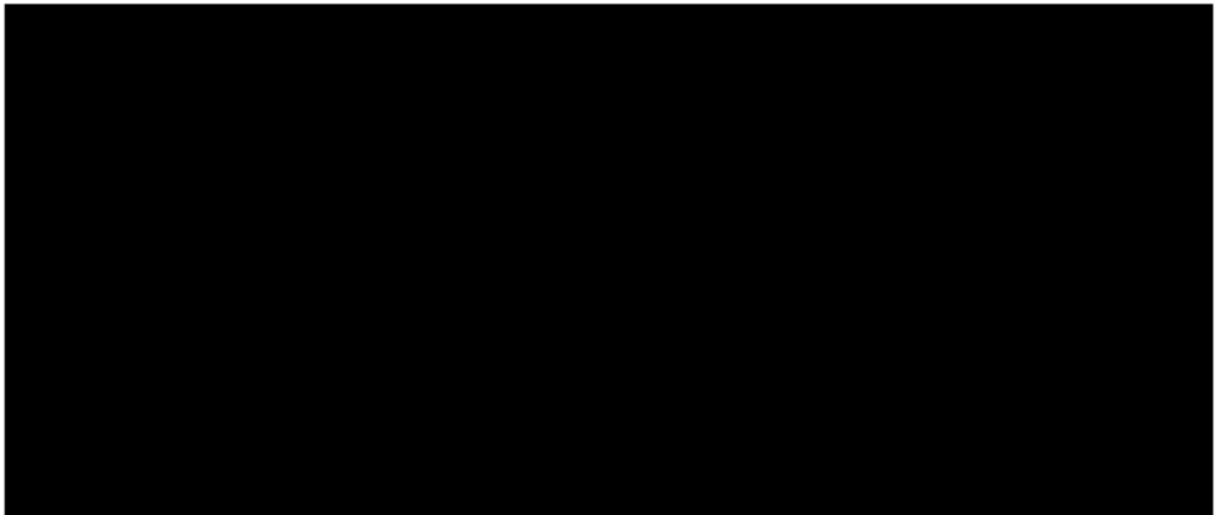


Abbildung 33 | Messgegenstände aus „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ 2021

Zuerst wird das Volumen von Linas Milliliterbauch dargestellt. Dafür wird das Wasser aus dem Trinkglas bis zur Markierung der Spritze aufgezogen. Die Lehrperson fragt nochmals, wie viel Wasser sich jetzt in der Spritze befindet. Dies wird an der Tafel notiert. Unterstützend kann auch ein Bild von Lina mit ihrem Milliliterbauch neben das Ergebnis geheftet werden.



Abbildung 34 | ein Milliliter aus „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ 2021

Im nächsten Schritt wird der Inhalt der Spritze in das Apothekerfläschchen gespritzt. Dies wird so oft wiederholt, bis das Fläschchen befüllt ist. Die Lehrperson fragt die Kinder, wie oft sie die Spritze auffüllen mussten und wie viel Flüssigkeit sich im Fläschchen befindet. Dabei sollten beide Ergebnisse „10 ml“ und „1 cl“ erwähnt werden. Zusätzlich kann gefragt werden, welcher Bauch nun dargestellt wurde.

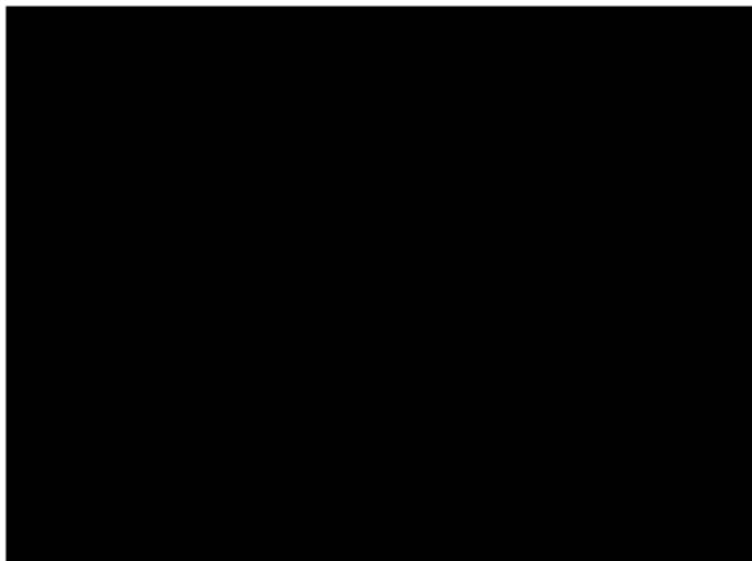


Abbildung 35 | ein Zentiliter aus „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ 2021

Der Deziliterbauch von Theo Hase wird nach demselben Schema erarbeitet. Das Apothekerfläschchen muss dafür zehn Mal befüllt und in den Messbecher entleert werden. Auch hier sollten die Ergebnisse „10 cl“ und „1 dl“ thematisiert werden. Möglicherweise wird auch das Ergebnis „100 ml“ erwähnt.



Abbildung 36 | ein Deziliter aus „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ 2021

Der Deziliter wird danach vom Messbecher in ein Trinkglas geleert und die Füllhöhe im Glas mit einem Querstrich markiert. Danach wird der Deziliter wieder in den Messbecher zurückgeleert. Die Markierung wird für das Wiederbefüllen und -entleeren benötigt. Die Kinder werden wiederum gefragt, wie viele Deziliter sie für einen Liter benötigen. So wird Rudolfs Literbauch mithilfe des Messbechers dargestellt. Dafür wurden zehn Deziliter beziehungsweise hundert Zentiliter oder tausend Milliliter verwendet.

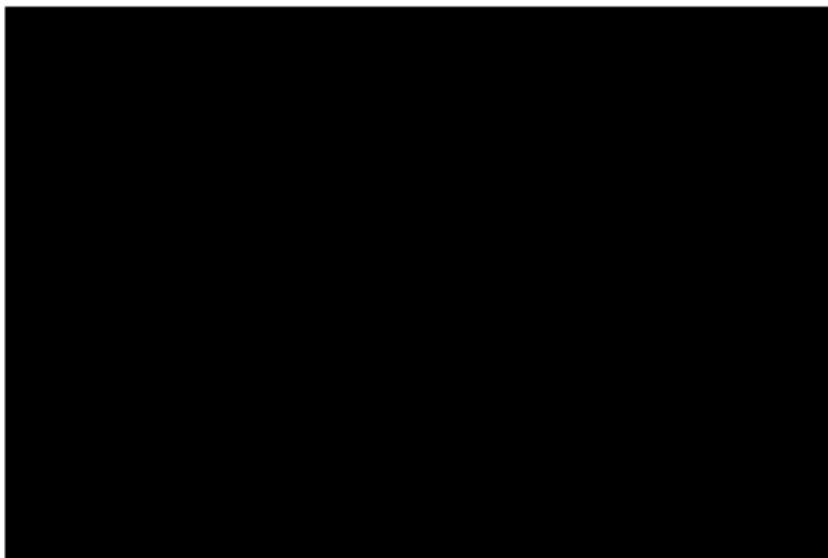


Abbildung 37 | ein Liter aus „Wenig oder viel – geschwind gelernt im Spiel!“ 2021

Die Messergebnisse und Umwandlungen sollten unterstützend nochmals in einer Abschlussreflexion verbalisiert werden. Die Schülerinnen und Schüler sollen zur Erkenntnis gelangen, dass die Größe Liter auf verschiedene Weisen dargestellt werden kann, ohne dass die Größe dabei geändert wird.

Die weiterführende Übung wird auf unterschiedlichen Anspruchsniveaus angeboten. Die Kinder spielen eine Art Memory, bei der pro Paar eine Flüssigkeitsangabe in zwei Maßeinheiten dargestellt wird. Die Angabe erfolgt durch Bilder und Begriffe. Die anspruchsvolleren Kärtchen enthalten Angaben in ganzen und halben Litern, sowie in Viertel- und Dreiviertellitern und in Milli-, Zenti- und Dezilitern. Folgendes Kartenpaar soll den Sachverhalt verdeutlichen:

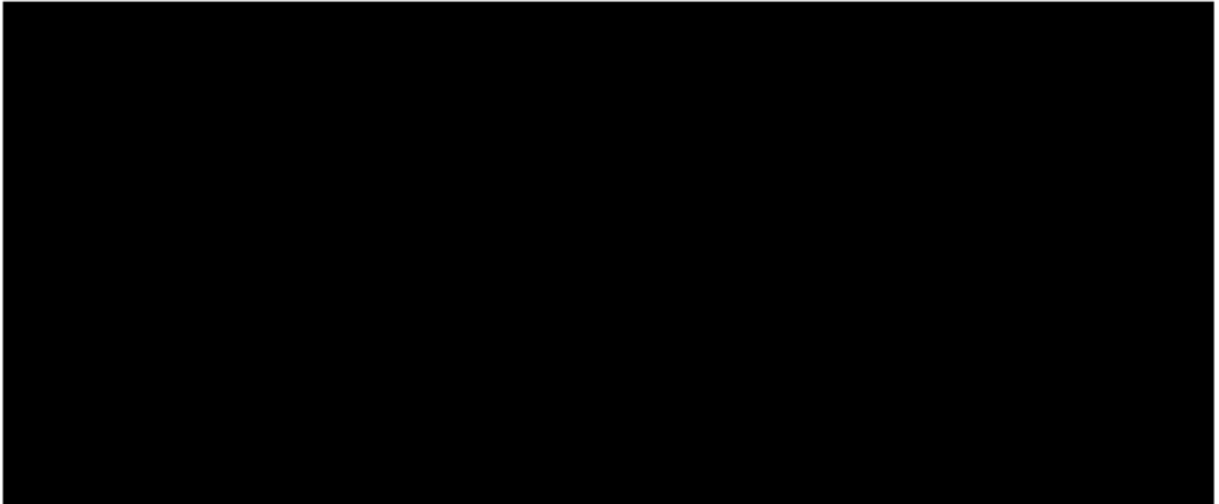


Abbildung 38 | Memory Umwandeln von Größen, Grafiken verfügbar unter https://fraulocke-grundschultante.de/material/Merkplakate_Liter.pdf

Wie bereits erwähnt, wird die Umwandlung von Litern in Milliliter als Grundanforderung in dieser Arbeit als ausreichend angesehen. Somit kann auf der Basisstufe folgendes exemplarisches Kartenpaar verwendet werden:

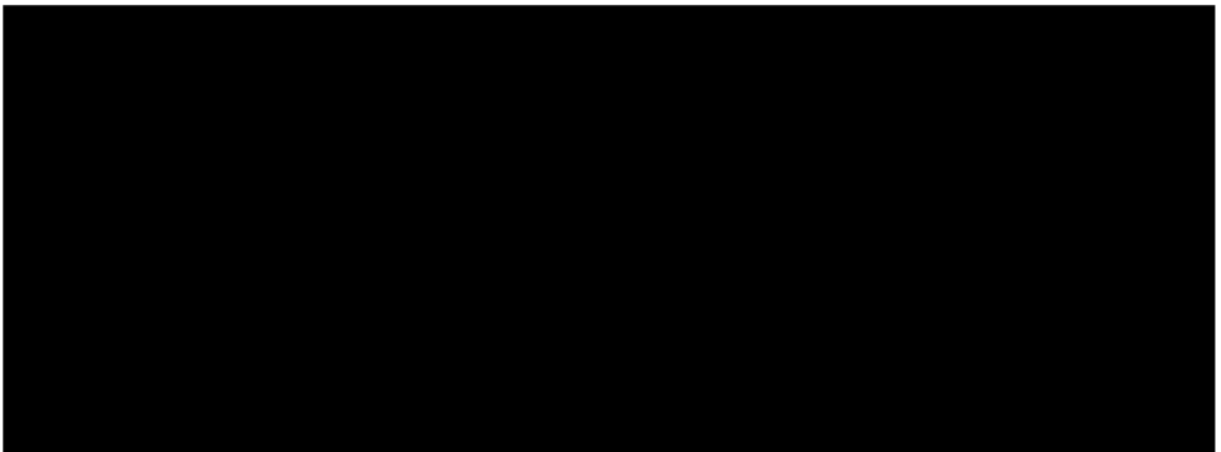


Abbildung 39 | Memory Umwandeln von Größen, Grafiken verfügbar unter https://fraulocke-grundschultante.de/material/Merkplakate_Liter.pdf

Die spielerische Herangehensweise und das konkrete Agieren mit Materialien ermöglichen den Kindern die handelnde Erfahrung mit abstrakten Inhalten.

4.5 Rechnen mit GröÙen

Das Rechnen mit GröÙen geschieht in dieser Arbeit an einem von der Autorin entworfenen konkreten Beispiel auf Basis des Fünf-Stufen-Modells nach Wember. Die Basisstufe wird durch die angeführte mathematische Aufgabenstellung dargestellt. Zusätzlich zu dieser erhalten die Schülerinnen und Schüler weiterführende und vertiefende Angebote, sowie gezielte Unterstützungsmaßnahmen. Folgendes Beispiel wurde als Grundanforderung gewählt:

Grundanforderung

Lisa und Peter laden ihre Freunde zur Adventfeier ein. Dafür möchten sie einen Kinderpunsch zubereiten. Sie wählen dieses Rezept aus:

Du benötigst:

- 3 l Orangensaft
- 1 l Apfelsaft
- 500 ml Wasser
- 500 ml Traubensaft
- etwas Zucker
- Zimt

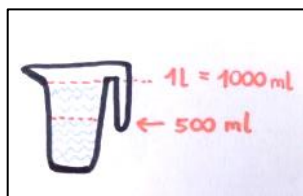


Abbildung 40 | Advent, Grafik lizenzfrei von Pixabay

Wie viele Liter Flüssigkeit benötigen sie insgesamt für den Punsch?

Unterstützungsstufe I

Als Unterstützung erhalten die Schülerinnen und Schüler folgenden Tipp und die ergänzende Skizze:



Psst! Ein Liter sind 1000 Milliliter!

Abbildung 41 | Unterstützungsstufe I, Grafik privat

Unterstützungsstufe II

Als elementares Angebot erhalten die Schülerinnen und Schüler folgende Skizze, die die Gesamtmenge an benötigter Flüssigkeit visuell veranschaulicht.

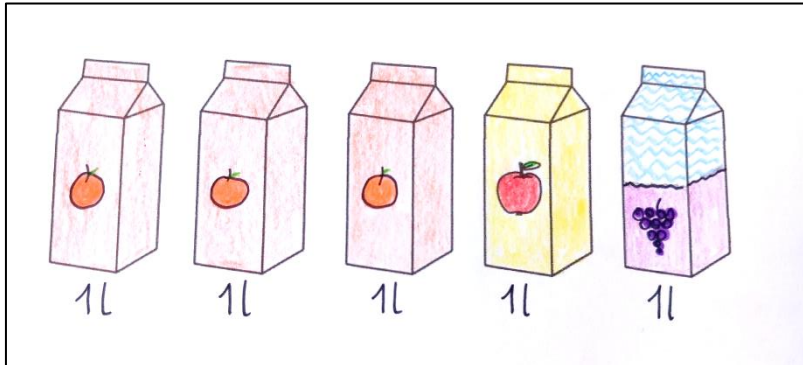


Abbildung 42 | Unterstützungsstufe II, Grafik privat

Die Flüssigkeitsangaben in Milliliter und Liter können eine Schwierigkeit darstellen. Eine Flüssigkeitsangabe nur in Litern würde allerdings zu einem reinen Zahlenrechnen führen, das wenig zum Größenverständnis beiträgt.

Weiterführendes Angebot - Erweiterungsstufe I

Zusätzlich zum Ausgangsbeispiel wird folgende Weiterführung angeboten:

Peter findet noch ein anderes Rezept. Auf diesem steht: „Für zwei Liter Saft benötigst du je einen Liter Wasser.“

Wie viel Wasser muss Peter zum Punsch geben, wenn er drei Liter Saft verwendet?

Vertiefendes Angebot - Erweiterungsstufe II

Zusätzlich zum Ausgangsbeispiel wird folgende Vertiefung angeboten:

Lisa und Peter laden acht Kinder zur Adventfeier ein. Für jedes Kind und sich selbst möchten sie je zwei Tassen Kinderpunsch zubereiten. In eine Tasse passen 250 ml Punsch.

Wie viele Liter Punsch müssen Lisa und Peter zubereiten?

4.6 Resümee

Auf Basis der integrativen Literaturverarbeitung wurden wissenschaftliche Erkenntnisse zum inklusiven Mathematikunterricht und zur Erarbeitung von Größen erlangt. Ziel und Zweck dieses Kapitels war ein Zusammenführen dieser, um konkrete Handlungssituationen zur Erarbeitung der Größe Liter in der Primarstufe entwerfen zu können. Ausgangspunkt jeder Einführung

einer Größe sind die Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler, die für das weitere Vorgehen von großer Bedeutung sind. Eine realistische Größenvorstellung kann nur aufgebaut werden, wenn den Kindern unterschiedlichste Handlungssituationen mit Repräsentanten einer Größe ermöglicht werden. Eine wesentliche Basis für den Erwerb einer Größenvorstellung und für die Einführung einer Größe sind die Erfahrungen in Alltags-, Spiel- und Sachsituationen. In dieser Arbeit wurde der Liter aufgrund der besseren Anschaulichkeit personifiziert und konkrete Repräsentanten des Liters aus dem Alltag der Kinder untersucht. Dies ermöglicht den Kindern, eine persönliche Beziehung aufzubauen und ihre Vorstellungen zum Liter zu erweitern. Ebenso sollte der Erwerb einer Größenvorstellung durch „Be-greifen“ der Größe und ihrer Repräsentanten in konkreten Sachsituationen geschehen. Isolierte Übungen, wie beispielsweise zum Umwandeln einer Größe, haben ihre Berechtigung, tragen aber nicht zu der Entwicklung einer realistischen Größenvorstellung bei.

In der praktischen Erarbeitung wurde ein wichtiger Aspekt inklusiven Mathematikunterrichts mehrfach aufgegriffen. Sachsituationen wurden auf unterschiedlichen Niveaus und mit differenzierten Maßnahmen, beispielsweise visuell oder haptisch, unterstützt. Im Sinne der Heterogenität der Schülerinnen und Schüler müssen diese Lerninhalte an ihre Bedürfnisse und Vorerfahrungen anknüpfen, um allen Kindern erfolgreiches Lernen zu ermöglichen. Die Adaption von Aufgaben kann beim Rechnen mit Größen auf Basis des Fünf-Stufen-Modells nach Wember gelingen. Dennoch ist eine Anpassung an die aktuelle Lerngruppe unabdingbar. Differenzierte Angebote in konkreten Handlungssituationen können durch den Einsatz von unterstützenden Maßnahmen wie Forschermittel gelingen, oder auch durch eine gezielte Gruppierung der Schülerinnen und Schüler in heterogene Tandems. Der fachliche Austausch ist eine wesentliche Grundlage für das Von- und Miteinanderlernen am gemeinsamen Gegenstand.

5 Fazit

Ausgangslage dieser Arbeit waren diverse Studien zum inklusiven Mathematikunterricht. Inklusive Bildung allgemein fordert die Teilhabe und Teilnahme aller Schülerinnen und Schüler am Unterricht, unabhängig ihrer sozialen, ökonomischen und biologischen Faktoren. Dass dem Anspruch der Inklusion nicht in allen Teilen des aktuell gültigen Lehrplans der Volksschule gerecht wird, wurde in der vorliegenden Arbeit mehrfach belegt. Inklusiver Mathematikunterricht wird in der behandelten Literatur als neues Forschungsfeld dargelegt. Nichtsdestotrotz werden sowohl die Notwendigkeit gemeinsamer Lernsituationen als wesentliche Grundlage inklusiven Unterrichts, als auch ein unterschiedliches Verständnis dieser belegt. Einen hohen Anspruch an den inklusiven Mathematikunterricht stellt das Spannungsfeld zwischen fachlicher Gemeinsamkeit und Individualität, in dem inklusiver Mathematikunterricht stattfindet.

Auf Basis der angeführten wissenschaftlichen Erkenntnisse und theoretischen Erläuterungen wurde folgende Forschungsfrage gestellt: Wie kann die handlungsorientierte Erarbeitung der Größe Liter in der Primarstufe unter dem Aspekt des inklusiven Mathematikunterrichts stattfinden? Die Wertschätzung der Heterogenität der Schülerinnen und Schüler ist eine essenzielle Grundhaltung, um inklusiven Mathematikunterricht gestalten zu können. Durch diese Verschiedenartigkeit wird die Notwendigkeit adaptierter Lerninhalte aufgezeigt. Hierbei kommt der natürlichen Differenzierung eine wesentliche Bedeutung zu. Lerninhalte müssen notwendigerweise an die Lernenden angepasst und differenziert werden, sodass jedem Kind auf seinem Niveau Erfolgserlebnisse ermöglicht werden. Wie solche ergiebigen Aufgaben an die Lerngruppe angepasst werden können, zeigen unter anderem die Leitideen nach PIKAS, sowie das „Fünf-Stufen-Modell“ nach Wember, wobei auch hier eine Adaption an das jeweilige Leistungsniveau der Schülerinnen und Schüler notwendig ist. Die individuellen Voraussetzungen der Kinder stellen somit eine wesentliche Ausgangslage dar.

Auf Basis der theoretischen Erkenntnisse wurden konkrete Sachsituationen zur Erarbeitung des Liters in der Primarstufe entworfen, welche auf dem didaktischen Stufenmodell zur Einführung von Größen basieren. Die handlungsorientierte Erarbeitung aller Größen orientiert sich immer an den Vorerfahrungen der Schülerinnen und Schüler und findet durch Handlung am Material statt. Dieses „Be-greifen“ der Größe Liter und das Agieren mit der Größe in konkreten Sachsituationen ermöglichen den Erwerb einer realistischen Größenvorstellung, die in allen dafür recherchierten Literaturen gefordert wird. Im Sinne des inklusiven Mathematikunterrichts müssen diese Handlungssituationen an die Lerngruppe angepasst werden, was beispielsweise durch natürliche Differenzierung, unterstützende Maßnahmen oder gezielte

Gruppierung der Kinder geschehen kann. Ein gemeinsamer fachlicher Austausch ermöglicht die Wertschätzung unterschiedlicher Erkenntnisse und das Lernen von- und miteinander.

6 Literaturverzeichnis

- Beer, R. (2020). Überzeugungen von Pädagoginnen und Pädagogen als Gelingensbedingung inklusiver Bildungsprozesse: Eine empirisch-quantitative Studie zu inklusiven Einstellungen und Haltungen von Lehramtsstudierenden in der neuen inklusiven Lehrerbildung an österreichischen Pädagogischen Hochschulen und Universitäten. *R&E-SOURCE Open Online Journal for Research and Education*, 1–16. <https://journal.ph-noe.ac.at/index.php/resource/article/view/896/931>
- BIFIE - Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. (2011). *Praxishandbuch für „Mathematik“ 4. Schulstufe: Bildungsstandards—Für höchste Qualität an Österreichs Schulen* (Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens, Hrsg.; 2. Aufl.). Leykam.
- BMWF - Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2012). *Lehrplan der Volksschule* (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, Hrsg.).
- BMEIA, & BMASK - Bundesministerium für Europa, Integration und Äußeres & Bundesministerium für Arbeit, Soziales und Konsumentenschutz. (2016). *Begleitdokument zu BGBl. III Nr. 105/2016 Korrektur der deutschsprachigen Übersetzung des Übereinkommens über die Rechte von Menschen mit Behinderungen sowie des Fakultativprotokolls* (Bundesministerium für Europa, Integration und Äußeres & Bundesministerium für Arbeit, Soziales und Konsumentenschutz, Hrsg.).
- BMSGPK - Bundesministerium für Soziales, Gesundheit, Pflege und Konsumentenschutz. (2016). *UN-Behindertenrechtskonvention: Deutsche Übersetzung der Konvention und des Fakultativprotokolls* (Bundesministerium für Soziales, Gesundheit, Pflege und Konsumentenschutz, Hrsg.).
- Dröge, R., Ebeling, A., & Schipper, W. (2017). *Handbuch für den Mathematikunterricht: 3. Schuljahr*. Westermann.
- Dröge, R., Ebeling, A., & Schipper, W. (2018). *Handbuch für den Mathematikunterricht: 4. Schuljahr*. Westermann.
- Duden. (2006). *DUDEN. Die deutsche Rechtschreibung* (Dudenredaktion, Hrsg.; 24. Aufl., Bd. 1). Bibliographisches Institut & F.A. Brockhaus.
- DUK - Deutsche UNESCO-Kommission. (2014). *Inklusion: Leitlinien für die Bildungspolitik* (Deutsche UNESCO-Kommission, Hrsg.; 3. erweiterte).
- Dusseldorf, P. (2018). *Die schulische Behandlung der Rechenschwäche. Eine Handreichung* (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, Hrsg.).
- Franke, M., & Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule* (2. Aufl.). Spektrum Akademischer Verlag.
- Götze, D., & Hang, E. (2017). Mathematische Sprache und Ausdruck. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), *Gemeinsam Mathematiklernen—Mit allen Kindern rechnen* (S. 68–77). Grundschulverband.
- Groß, J. (2012). Piagets Studien zur Mengeninvarianz. *Grundschule Mathematik*, 34, 14–17.
- Häsel-Weide, U. (2017). Inklusiven Mathematikunterricht gestalten. In J. Leuders, T. Leuders, S. Prediger, & S. Ruwisch (Hrsg.), *Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen: Konzepte und Perspektiven für eine zentrale Anforderung an die Lehrerbildung* (S. 17–29). Springer Fachmedien.

- Häsel-Weide, U., & Hintz, A.-M. (2017). Soziale Begegnungen beim (kooperativen) Lernen im Mathematikunterricht. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), *Gemeinsam Mathematiklernen—Mit allen Kindern rechnen* (S. 78–88). Grundschriftverband.
- Häsel-Weide, U., & Nührenbörger, M. (2017). Grundzüge des inklusiven Mathematikunterrichts. Mit allen Kindern rechnen. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), *Gemeinsam Mathematik lernen: Mit allen Kindern rechnen* (S. 8–24). Grundschriftverband.
- Helmke, A. (2009). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität. Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts*. Kallmeyer.
- Heß, B., & Nührenbörger, M. (2017). Produktives Fördern im inklusiven Mathematikunterricht. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), *Gemeinsam Mathematik lernen—Mit allen Kindern rechnen* (S. 275–287). Grundschriftverband.
- Hilgers, A. (2018). *Enaktiv—Ikonisch—Symbolisch konkret. Darstellungsebenen bewusst wechseln*. Friedrich Verlag. <https://fr-vlg.de/eisprinzip>
- Hinz, A. (2002). Von der Integration zur Inklusion—Terminologisches Spiel oder konzeptionelle Weiterentwicklung? *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 53, 354–361.
- Jütte, H., & Lüken, M. M. (2021). Mathematik inklusiv unterrichten – Ein Forschungsüberblick zum aktuellen Stand der Entwicklung einer inklusiven Didaktik für den Mathematikunterricht in der Grundschule. *Zeitschrift für Grundschulforschung*, 14(1), 31–48. <https://doi.org/10.1007/s42278-020-00094-4>
- Käpnick, F. (2014). *Mathematiklernen in der Grundschule*. Springer.
- Korff, N. (2015). *Inklusiver Mathematikunterricht in der Primarstufe: Erfahrungen, Perspektiven und Herausforderungen* (Bd. 31). Schneider Verlag Hohengehren.
- Korten, L., Pliquet, V., & Selter, C. (2017). Aufgaben adaptieren. Gemeinsames Mathematiklernen anregen und individuelle Lernfortschritte ermöglichen. In U. Häsel-Weide & M. Nührenbörger (Hrsg.), *Gemeinsam Mathematik lernen—Mit allen Kindern rechnen* (S. 34–46). Grundschriftverband.
- Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik—Grundschule* (4. Aufl.). Springer Spektrum.
- Krauthausen, G., & Scherer, P. (2016). *Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht: Konzepte und Praxisbeispiele aus der Grundschule* (2. Aufl.). Friedrich Verlag GmbH.
- Kuntze, S., Schäferling, H., & Scherrmann, A. (2017). Heterogenität im Mathematikunterricht in der Weiterbildung von Lehrpersonen. In J. Leuders, T. Leuders, S. Prediger, & S. Ruwisch (Hrsg.), *Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen: Konzepte und Perspektiven für eine zentrale Anforderung an die Lehrerbildung* (S. 185–199). Springer Fachmedien.
- Maier, S. (2012). Mit Einheitswürfeln Rauminhalte vergleichen und bestimmen. *Grundschule Mathematik*, 34, 24–27.
- Motschiunig, U. (2021). *Wenig oder viel—Geschwind gelernt im Spiel! Hohlmaße einfach begreifen* (2. Aufl.). G&G.
- Oechsle, U. (2020). *Mathematikunterricht im Kontext von Inklusion: Fallstudien zu gemeinsamen Lernsituationen*. Springer Fachmedien.
- PONS. (2022). *Langenscheidt Online Wörterbuch*. PONS Langenscheidt. <https://de.langenscheidt.com/latein-deutsch/include>

- Reich, K. (Hrsg.). (2012). *Inklusion und Bildungsgerechtigkeit. Standards und Regeln zur Umsetzung einer inklusiven Schule*. Beltz.
- Roos, S. (2012). Volumina schätzen und mit selbst gewählten Einheiten messen. *Grundschule Mathematik*, 34, 10–13.
- Ruwisch, S. (2012). Umschütten, messen, bauen—Volumina erfahren. *Grundschule Mathematik*, 34, 6–7.
- Scherer, P., & Moser Opitz, E. (2010). *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe*. Spektrum Akademischer Verlag.
- Schöttler, C. (2019). *Deutung dezimaler Beziehungen: Epistemologische und partizipatorische Analysen von dyadischen Interaktionen im inklusiven Mathematikunterricht*. Springer Fachmedien.
- Selter, C. (o. J.). *PIKAS - Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik*. <https://pikas.dzlm.de/>
- Weiß, B. (2019). Aufgaben adaptieren: Das Arbeiten an gemeinsamen Inhalten ermöglichen. *Grundschule Mathematik*, 60, 4–7.
- Wember, F. B. (2013). Herausforderung Inklusion: Ein präventiv orientiertes Modell schulischen Lernens und vier zentrale Bedingungen inklusiver Unterrichtsentwicklung. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 64(10), 380–388.

7 Anhang

7.1 Eigenständigkeitserklärung

„Ich erkläre, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit selbst verfasst habe und dass ich dazu keine anderen als die angeführten Hilfsmittel verwendet habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten Publikationen entnommen sind, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form weder im In- noch im Ausland in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt.“

Signiert von:	Julia Eder
Datum:	29.12.2022 12:21:48
 Dieses Dokument ist digital signiert! Dieses mit einer qualifizierten elektronischen Signatur versehene Dokument hat gemäß Art. 25 Abs. 2 der Verordnung (EU) Nr 910/2014 vom 23. Juli 2014 (eIDAS-VO) die gleiche Rechtswirkung wie ein handschriftlich unterschriebenes Dokument. Prüfungsamt: Informationen zur Prüfung der elektronischen Signatur finden Sie unter: www.a-trust.at/pdf	