

MASTERARBEIT/MASTER THESIS

Zur Fehlerkultur im Mathematikunterricht

Lernförderlicher Umgang mit Fehlern in der Grundschule

eingereicht von/submitted by

Ramona Klemmer BEd

zur Erlangung des akademischen Grades/in partial fulfilment of the
requirements for the degree of

Master of Education (MEd)

Krems, März 2021

Matrikelnummer/Student number:
Studienrichtung/Degree programme:
Betreuung/Supervisor:

01594149
Lehramt im Bereich der Primarstufe
Mag. Dr. Anita Summer BEd

Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Frage, wie Fehler im Mathematikunterricht lernförderlich genutzt werden können. Vor diesem Hintergrund wird unter anderem überprüft, was eine gute oder schlechte Fehlerkultur ausmacht und welche didaktischen und methodischen Konzepte besonders geeignet sind, damit der Fehler eine Lernchance und kein Hindernis darstellt. Zu dieser Thematik werden mit zehn Lehrpersonen der Grundschule Leitfadeninterviews geführt. Die aufgeworfenen Fragen werden abschließend beziehungsweise auf den theoretischen Hintergrund sowie die Analyse der Interviewdaten beantwortet.

Die Auswertung der zentralen Fragestellung hat ergeben, dass eine förderliche Fehlerkultur zwei zentrale Aspekte beinhaltet. Einerseits ein Lernklima in dem Fehler erwünscht sind und konstruktiv bearbeitet werden sowie andererseits ein individueller, reflektierter und produktiver Umgang mit dem jeweiligen Fehler. Dafür ist eine kompetente Fehleranalyse unumgänglich. Weiters gibt es eine Vielzahl an Methoden, die einen lernförderlichen und positiven Umgang mit Fehlern begünstigen, wie beispielsweise die Notation und Verbalisierung von Denk- und Rechenwegen, die Ich-Du-Wir-Methode, die Tischart-Methode oder die Strategiekonferenz.

Die Handlungskonzepte der Lehrpersonen im Umgang mit Fehlern stimmen dabei vielfach mit diesen Methoden überein. Generell konnte festgestellt werden, dass Lehrpersonen einen auffallend reflektierten und kompetenten Zugang zur Arbeit mit Fehlern aufwiesen.

Summary

The present thesis deals with the question of how mistakes in mathematics lessons can be used as an opportunity to learn. Furthermore, this master thesis deals with the question what constitutes a good or bad error culture, and which didactic and methodological concepts are particularly suitable so that the error represents a learning opportunity and not an obstacle. Guideline interviews will be conducted with ten teachers from the primary school. The questions raised are then answered with reference to the theoretical background and the analysis of the interview data.

The evaluation of the central question has shown that a beneficial error culture contains two central aspects. On the one hand, an environment in which errors are desired and dealt with constructively. On the other hand, an individual, reflective and productive dealing with the error. A competent analysis of the error is essential for this. Furthermore, there are several methods that promote a beneficial and positive handling of errors, such as the notation and verbalization of ways of calculation, the I-You-We-method, the placemate-method or the strategy conference.

The concepts teachers use when dealing with mistakes often agree with these methods. In general, teachers deal very reflective and competent with errors.

Inhaltsverzeichnis

1	PROBLEMAUFRISS UND ZIELSTELLUNGEN	10
2	DER FEHLER IM SCHULISCHEN KONTEXT – EIN ÜBERBLICK.....	16
2.1	Der Fehler	16
2.2	Irrtum oder Fehler	17
2.3	Negatives Wissen	17
2.4	Fehlerkultur	18
2.4.1	Positive Fehlerkultur	18
2.5	Fehlerphänomene, Fehlermuster und Fehlerursachen	19
2.6	Fehlerarten	20
2.6.1	Systematische Fehler und Flüchtigkeitsfehler	22
2.6.2	Grundlagenfehler.....	22
2.6.3	Semantische Fehler	22
2.6.4	Syntaktische Fehler.....	23
2.7	Resümee	23
3	DER FEHLER IM LEHRPLAN UND DEN BILDUNGSSTANDARDS.....	24
3.1	Der Umgang mit Fehlern laut österreichischem Lehrplan	24
3.2	Der Umgang mit Fehlern laut Bildungsstandards	25
3.2.1	AK 1: Modellieren	26
3.2.2	AK 3: Kommunizieren	29
3.2.3	AK 4: Problemlösen	30
3.3	Resümee	30
4	DER FEHLER ALS LERNCHANCE.....	31
4.1	Die kognitiven Prozesse des Lernens aus Fehlleistungen	31
4.2	Fehler als Diagnosechance für die individuelle Förderung des Lernenden	34
4.2.1	Diagnostische Standortbestimmung	34
4.3	Fehleranalyse	36
4.3.1	Perseverationsfehler.....	37
4.3.2	Fehler beim Einspluseins	38

4.3.3	Fehler bei der halbschriftlichen Addition	39
4.3.4	Fehler bei der schriftlichen Addition	41
4.3.5	Fehler bei der schriftlichen Subtraktion	43
4.3.6	Fehler bei der schriftlichen Multiplikation	45
4.3.7	Fehler bei der schriftlichen Division	46
4.3.8	Rechnen mit der Null	47
4.4	Forschungsstand zum Fehler in der Mathematik.....	48
4.5	Resümee	54
5	DER FEHLER IM MATHEMATIKUNTERRICHT	56
5.1	Fehlerdidaktik.....	56
5.1.1	Fehlervermeidungsdidaktik	56
5.1.2	Fehlerermutigungsdidaktik.....	56
5.1.3	Fehleraufsuchdidaktik	57
5.2	Problematische Verhaltensweisen der Lehrperson	57
5.2.1	Bermuda-Dreieck.....	57
5.2.2	Publikmachen von Fehlern	59
5.2.3	Schwachstellen antizipieren und Fehler vorwegnehmen	59
5.3	Fehler machen erwünscht – der Weg zu einer positiven Fehlerkultur	59
5.3.1	Rechnen auf eigenen Wegen.....	61
5.3.2	Notation der Rechenwege.....	63
5.3.3	Ich-Du-Wir-Methode	65
5.3.4	Tischset- oder Platzdeckchen-Methode	66
5.3.5	Expertenrunden oder Strategiekonferenzen	66
5.3.6	Konstruierte Fehler in vorgegebenen Rechenwegen entdecken	67
5.4	Nonverbale Kommunikation in der Fehlersituation.....	70
5.4.1	Lernförderndes körpersprachliches Verhalten	70
5.4.2	Lernbehinderndes körpersprachliches Verhalten	71
5.5	Resümee	71
6	EMOTIONALE ASPEKTE DES LERNENS AUS FEHLERN.....	73
6.1	Zur Rolle der negativen Emotionen.....	73

6.2	Vermeidungsverhalten als Motiv des Selbstwertschutzes.....	74
6.3	Resümee	75
7	FORSCHUNGSMETHODE	77
7.1	Qualitative Inhaltsanalyse	77
7.2	Forschungsinstrument.....	78
7.3	Analyse der Entstehungssituation	84
7.4	Resümee	86
8	EMPIRISCHE FORSCHUNG	87
8.1	Kategorie 1 - Umgang in (konkreten) Fehlersituationen.....	87
8.1.1	Kategorie 1 - Auswertung	87
8.1.2	Kategorie 1 - Interpretation der Ergebnisse und Bezug zur Theorie	92
8.2	Kategorie 2 - Ausbildung	94
8.2.1	Kategorie 2 - Auswertung	95
8.2.2	Kategorie 2 - Interpretation der Ergebnisse und Bezug zur Theorie	96
8.3	Kategorie 3 - Unterscheidung von Lern- und Beurteilungssituation.....	97
8.3.1	Kategorie 3 - Auswertung	97
8.3.2	Kategorie 3 - Interpretation der Ergebnisse und Bezug zur Theorie	99
8.4	Kategorie 4 - Methoden und Unterrichtsformen	100
8.4.1	Kategorie 4 - Auswertung	101
8.4.2	Kategorie 4 - Interpretation der Ergebnisse und Bezug zur Theorie	110
8.5	Kategorie 5 - Diagnosekompetenz insbesondere im Hinblick auf konkret gestellte fehlerhafte Aufgaben	112
8.5.1	Kategorie 5 - Auswertung	113
8.5.2	Kategorie 5 - Interpretation der Ergebnisse und Bezug zur Theorie	120
8.6	Beantwortung der Forschungsfragen.....	123
8.7	Resümee	130
9	SCHLUSS/FAZIT	132
10	LITERATURVERZEICHNIS.....	135
	Eigenständigkeitserklärung	142

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 Aufgabe Schlüsselbrett (Bildungsstandards Mathematik, 2012, S. 11).....	27
Abbildung 2 erste Lösung (Bildungsstandards Mathematik, 2012, S. 11)	28
Abbildung 3 Skizze (Bildungsstandards Mathematik, Themenheft Mathematik "Modellieren", 2012, S. 12)	28
Abbildung 4 zweite Lösung (Bildungsstandards Mathematik, Themenheft Mathematik "Modellieren", 2012, S. 14)	28
Abbildung 5 dritte Lösung (Bildungsstandards Mathematik, Themenheft Mathematik "Modellieren", 2012, S. 15)	29
Abbildung 6 Diagnoseaufgaben (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)	35
Abbildung 7 Übertrag Hunderterstelle (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020).....	35
Abbildung 8 Stellenunterschied und Übertrag zur Null (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)	36
Abbildung 9 Entdeckerpäckchen (Selter, 2010)	36
Abbildung 11 Perseverationsfehler (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, www.kira.dzlm.de , 2020)	38
Abbildung 12 Umkehroperation (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)	39
Abbildung 13 Verwendung der Hilfsaufgabe (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)	40
Abbildung 14 Plus-Eins-Fehler (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)...	40
Abbildung 15 Stellenwertfehler (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)	41
Abbildung 16 Merkfehler (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)	41
Abbildung 17 Bermuda-Dreieck (Oser & Spsychiger, 2005, S. 163)	58
Abbildung 18 verschiedene Lösungswege $132 : 4 =$ (Fast, et al., 2010).....	61
Abbildung 19 verschiedene Lösungswege $9 \cdot 8 =$ (Selter, 2009, S. 3).....	62
Abbildung 20 Rechenwege der ganzen Klasse (Selter & Spiegel, 1997, S. 14f)	62
Abbildung 21 Notation der Rechenwege (Selter, 2010, S. 3).....	64
Abbildung 22 Tischset-Methode (Bildungsstandards Mathematik, 2010, S. 11).....	66

Abbildung 23 Strategiekonferenz (Fast, et al., 2010).....	67
Abbildung 24 Konstruierte Fehler finden (Bildungsstandards Mathematik, 2015, S. 79)	69
Abbildung 25 Mustererkennung (Zöchlinger, 2011, S. 87)	69

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1 Häufigkeit der Fehlertypen (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020).....	51
Tabelle 2 Kategoriensystem	79
Tabelle 3 Übersicht Interviewpartnerinnen und – partner	86

1 Problemaufriss und Zielstellungen

Fehler sind essenzielle Bestandteile eines jeden Lern- und Entwicklungsprozesses (Götze, Zannetin, & Selter, Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders - Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht, 2019, S. 7f). Um zu veranschaulichen, warum dieses Thema von so großer Bedeutung in der Grundschule ist, soll an dieser Stelle gleich mit einem Beispiel begonnen werden:

Götze et al. zeigen in ihrem Werk *das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders* (2019, S. 76; 188) folgende Rechnung:

$$„11 - 4 = 6“$$

Auf den ersten Blick scheint es nun zu einem Rechenfehler gekommen zu sein. Auf Nachfrage erklärt das rechnende Kind jedoch, dass es wie folgt gerechnet hat: „*Ich habe das über 10 - 4 berechnet*“. Das Kind hat also bereits vieles richtig gemacht. Es wendet hier eine Rechenstrategie an und nutzt als Grundlage zur Berechnung die Nachbaraufgabe $10 - 4$. Anschließend rechnet es jedoch nicht weiter, sondern schreibt das Zwischenergebnis als Lösung auf. Dieses Fehlerphänomen wird auch bereits von Radatz (1980, S. 49f) benannt.

Die Mathematik ist übersichtlich und strukturiert, aus diesem Grund sehen Lehrkräfte Fehler in diesem Unterrichtsfach häufig als vermeidbar an (Krauthausen & Scherer, 2003, S. 178f). Gerade das oben genannte Beispiel zeigt jedoch, wie wichtig Fehler während eines Lernprozesses sind und welches Potenzial in der Lernentwicklung Fehlersituationen bergen können (Götze, Zannetin, & Selter, 2019, S. 7f). Und dies ganz besonders im Fach Mathematik. Gerade diese Strukturiertheit bietet zahlreiche Gelegenheiten, um das Wesen des Fehlers und dessen Ursache zu erkennen und damit erfolgreiche Lernprozesse anzuregen. Krauthausen und Scherer (2003, S. 180ff) haben erforscht, ob es besonders fehleranfällige Lernbereiche in Mathematik gibt. Dabei wurden vor allem Textaufgaben im Rahmen des Sachrechnens, schriftliche Algorithmen (Normalverfahren) sowie Lesen und Gebrauch von Diagrammen von Grundschulpädagoginnen und -pädagogen als anfällig für Lernschwierigkeiten wahrgenommen. Aber auch gute Aufgaben, wie Päckchenrechnungen bergen das Risiko Fehler zu verfestigen (Prediger & Wittman, 2009, S. 1-8). Fehler ist nicht gleich Fehler, und es bedarf einer kompetenzorientierten Sicht auf das Denken der Lernenden, um den individuellen Lernprozessen dieser gerecht zu werden. Das Lernen aus Fehlersituationen passiert jedoch nicht automatisch. (Götze, Zannetin, & Selter, Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders - Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht, 2019, S. 17f). Im Gegenteil bedarf es nicht nur der Erkenntnis, dass Fehler produktive Lerngelegenheiten bieten, um mit Fehlersituationen kompetent,

professionell und verantwortungsbewusst umzugehen, sondern auch fachliches, pädagogisches und fachdidaktisches Wissen und Können. Gerade für eine lernförderliche Herangehensweise an den Fehler braucht es insbesondere auch diagnostisches und inhaltsbezogenes Hintergrundwissen. Nur wenn die Lehrkraft die Rechen- und Problemlösestrategien, Grundvorstellungen und Fehlermuster ihrer Schülerinnen und Schüler versteht, kann sie genau dort ansetzen, wo der Lernende Hilfe benötigt (Götze, Zannetin, & Selter, Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders - Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht, 2019, S. 7f).

Die Aktualität und Bedeutung dieser Thematik im Kontext Schule wird auch in diversen Publikationen betreffend Unterrichtsqualität hervorgehoben.

Helmke (2015, S. 230ff) fordert in seinem Buch zum Thema Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität ganz klar einen konstruktiven Umgang mit Fehlern durch eine klare Trennung von Lern- und Leistungssituationen. In Lernsituationen führt das Machen von Fehlern oftmals zu einem tieferen Verständnis der Lernmaterie, so dass es für die Lernentwicklung sowie auch die Lernmotivation unumgänglich ist, dass Fehler während des Lernprozesses keine negativen Folgen haben. Er betont weiters, dass in einer positiv besetzten Fehlerkultur auch Lehrerfehler akzeptiert und normalisiert werden müssen.

In der Hattie-Studie (2014, S. 28), einer quantitativen Analyse von über 800 Metaanalysen mit dem Ziel, Effekte auf den kognitiven Lernerfolg von Schülerinnen und Schülern zu erforschen, stellt das Unterrichtsklima eine Basisdimension guten Unterrichts dar. Ein optimales Unterrichtsklima zeichnet sich laut Hattie durch eine vertrauensvolle Atmosphäre aus. Er arbeitet dabei klar heraus, dass ein Machen von Fehlern akzeptiert und begrüßt werden muss, weil „[...]Fehler zum Wesen des Lernens gehören“. Er weist in diesem Zuge darauf hin, dass Schülerinnen und Schüler durch Fehler ein neues Verständnis generieren können, indem sie den Fehler erkennen und falsche Lösungswege ausschließen. Dies deckt sich mit dem Verständnis von Oser et al. (2005, S. 11ff) betreffend „*negativem Wissen*“. Hattie (ebd.) beschreibt weiters als Hauptgrund für eine mangelnde Fehlerkultur, dass Lehrpersonen es nicht schaffen ein Klima des Vertrauens zwischen Lehrkraft und Lernenden, aber auch zwischen Schülerinnen und Schülern herzustellen. Gerade unter Schülerinnen und Schülern herrscht laut ihm häufig ein unvorteilhaftes Klima in Fehlersituationen, welches jedoch nur durch die Expertise der Lehrperson unterbrochen werden kann.

Ein solch negativer Umgang mit Fehlern ist nicht nur hinderlich für die Lernentwicklung des Kindes, sondern wirkt sich auch äußerst negativ auf die Entwicklung des personalen Selbst und das soziale System in der Schulklasse aus (Spychiger, Kuster, & Oser, 2006, S. 87f). Nicht ohne

Grund geben die meisten Handbücher zur Behandlung von Rechenschwäche gezielt Hilfestellung für die Aufwertung des Selbstbewusstseins. So skizziert Schlegel (2004, S. 26ff) beispielhaft den Lernweg von Matthias. Dieser Junge beginnt die erste Klasse mit großem Eifer, gerät jedoch zunehmend in einen Teufelskreis aus Frustration, Unsicherheit und Überforderung, aus der seine diagnostizierte Rechenschwäche resultiert. Er wird von seinen Mitschülerinnen und -schülern mehrfach ausgelacht und bei Fehlern nicht ernst genommen. Matthias versucht sein Selbstwertgefühl zu „retten“, indem er vorgibt kein Interesse an Mathematik zu haben, erleidet immer häufiger Lernblockaden während stressbesetzter Situationen und endet schließlich in einer Misserfolgsorientierung, die ihn gegen jede Form von Lob und Erfolg resistent macht. Darüber hinaus entwickelt er eine Vielzahl an sekundären Symptomen der Leistungsproblematik, wie aggressives Verhalten, zunehmende Unterrichtsstörungen, Arbeitsverweigerung, Angstprobleme und psychosomatische Störungen. Als Fördermaßnahmen auf der Leistungsebene schlägt Schlegel (ebd. S. 31) insbesondere *„die Vermittlung des Bewusstseins, dass Fehler etwas Normales sind, woraus man lernen kann“* sowie *„bewältigbare Aufgaben und die Rückmeldung kleinster Fortschritte“* vor. Diese kurze Abhandlung soll aufzeigen, wie weitläufig die Auswirkungen einer guten Fehlerkultur sind.

Darauf aufbauend wird in der vorliegenden Arbeit der emotionale Aspekt des Lernens aus Fehlern herausgearbeitet. Auch die Problematik der Fehlervermeidungsstrategie wird dabei behandelt. Die Angst vor Fehlern und die daraus resultierenden sozialen und psychosomatischen Probleme, werden an dieser Stelle jedoch nicht näher beleuchtet, da dies den Umfang der Arbeit sprengen würde.

Ein produktiver Umgang mit Fehlern ist dabei nicht nur in der Schule von Bedeutung. Wer aus Fehlern lernen kann, lernt auch im Leben und vor allem im späteren Berufsalltag zu bestehen. Längst hat auch die Wirtschaft erkannt, dass Fehler ein unverzichtbares Grundelement von Wachstum und Entwicklung sind. So gibt es beispielsweise mit der *FailCon* ein internationales Konferenz-Format, welches gescheiterten Unternehmern die Möglichkeit gibt über ihre Fehler und Misserfolge zu berichten. Dies geschieht unter dem Motto *„Embrace Your Mistakes. Build Your Success“* und zielt darauf ab, dass andere von den bereits gemachten Fehlern lernen können (Schöneberg, 2017).

Vor diesem Hintergrund beschäftigt sich die gegenständliche Arbeit mit folgender zentraler Fragestellung:

Wie können Fehler im Mathematikunterricht der Grundschule lernförderlich genutzt werden?

Die Arbeit widmet sich weiters folgenden Subforschungsfragen:

Über welche Konzepte verfügen Lehrkräfte im Unterricht im Umgang mit auftretenden Fehlern?

Wie unterscheiden Lehrkräfte beim Umgang mit Fehlern von Lernenden zwischen Lern- und Beurteilungssituationen?

Welchen Stellenwert nimmt die Thematik in der Ausbildung zur Lehrkraft ein?

Es wird versucht zu analysieren, wie Lehrpersonen im Unterricht mit Fehlern im Mathematikunterricht umgehen, insbesondere auch ob diese als Makel angesehen und dementsprechend sanktioniert werden oder ob ihnen Potenzial für die Lernentwicklung zugesprochen wird. An dieser Stelle ist auch von Bedeutung, ob die von Helmke (2015, S. 230ff) geforderte Trennung von Lern- und Beurteilungssituation in der Praxis umgesetzt wird. Konkret untersucht diese Arbeit dabei, über welche Kompetenzen und Handlungsoptionen Lehrende im Umgang bei auftretenden Fehlern in der Mathematik verfügen. Neben dem generellen Fehlerumgang ist an dieser Stelle auch die Diagnosekompetenz der Lehrkraft von Bedeutung. Gerade die Diagnose des Fehlermusters und damit einhergehend die Entschlüsselung der Fehlerursache sind essenziell, um Fehler zur Lernförderung nutzen zu können. Im Zuge dieser Arbeit soll weiters herausgefunden werden, ob die gegenständliche Thematik ausreichend in der Ausbildung zur Lehrerin bzw. zum Lehrer der Primarstufe behandelt wird, oder ob hier noch Weiterentwicklungsbedarf besteht.

Für die wissenschaftliche Erkenntnisgewinnung der gegenständlichen Arbeit wird eine qualitative Forschungsmethode verwendet. Die mittels Leitfadeninterview durchgeführten Befragungen werden anhand der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring ausgewertet.

Um das Phänomen der sozialen Erwünschtheit, dh. dass Lehrende die ihrer Meinung nach erwünschte und positive Antwort geben, zu vermeiden, wird darauf geachtet die Fragen so zu formulieren, dass nicht auf Anhieb klar ist welche Antwort als erwünscht bzw. positiv einzustufen ist (Wuttke, Seifried, & Mindnich, 2008). Dieser Effekt ist der Grund, warum als Forschungsinstrument die Befragung von Grundschulpädagoginnen und -pädagogen eingesetzt wird. Wuttke et al. (ebd.) kritisieren beispielsweise die Untersuchungen von Oser et al. (Oser & Spychiger, 2005), welche auf der Befragung mittels Fragebogen basiert, vehement. Sie vertreten die Auffassung, dass das vielfach verwendete Instrument des Fragebogens gerade in einer Untersuchung betreffend Lehrpersonen und deren Umgang mit Fehlern im Unterricht als ungeeignet einzustufen ist. Die in der Untersuchung von Oser et al. (ebd.) auftretende geringe Varianz im Antwortverhalten führen sie auf das Phänomen der sozialen Erwünschtheit zurück. Um eine wertfreie Erklärung zum Fehlerumgang der Lehrkraft zu erhalten, werden im

Zuge des Interviews einige beispielhafte Fehlersituationen beschrieben und die Reaktion seitens der Lehrkraft auf diese Situation erfragt. Diese Vorgangsweise lässt auch Schlüsse auf die Diagnosekompetenz der Lehrperson zu.

Als Grundlage für die geplante Forschung müssen jedoch zuerst einige theoretische Hintergründe geklärt werden. Zuallererst werden dabei einige zentrale Begriffe, wie beispielsweise der Fehler im Allgemeinen, negatives Wissen oder Fehlerkultur definiert und klassifiziert. Dabei der Fehleranalyse die Art des Fehlers von entscheidender Bedeutung ist, wird in diesem Zuge eine Unterscheidung der wichtigsten Fehlerarten vorgenommen. Diese Typisierungen ermöglichen, dass einige Fehler aus der Literatur genauer betrachtet und auf ihr Fehlermuster hin untersucht werden können, womit sich Kapitel 3 auseinandersetzt.

Anschließend wird der Bezug zum österreichischen Lehrplan bzw. den Bildungsstandards hergestellt, um die aktuelle Relevanz des Themas aufzuzeigen. Diese Auseinandersetzung zeigt deutlich auf, dass eine positive Fehlerkultur beträchtlichen Einfluss auf nahezu alle prozessbezogenen Kompetenzbereiche der Bildungsstandards hat und zu einer vertiefenden Einsicht in die Strukturen und Muster der Mathematik und somit zu einem grundlegenden Verständnis dieser führt (Walther, van den Heuvel-Panhuizen, Granzer, & Köller, 2011, S. 26ff, 47ff).

Im Fokus des vierten Kapitels steht konkret die Frage, wieso der Fehler als Lernchance fungieren kann. Der erste Teil widmet sich der Klärung wie das Lernen aus Fehlern funktioniert. Darauf folgt eine kurze Darstellung des Fehlers als Diagnosegrundlage für Lehrpersonen, was in eine Analyse einiger beispielhafter Fehler anhand ihres Fehlermusters und der empfohlenen Weiterarbeit im späteren Unterricht mündet. Damit ein nachhaltiges Unterrichtskonzept, welches sich an den tatsächlichen Kompetenzen und Defiziten des Kindes orientiert, erarbeitet werden kann, muss jedoch eine Kenntnis von verschiedenen Fehlermustern vorhanden sein. Eine solche gibt das darauffolgende Unterkapitel. Den Abschluss dieses Kapitels bildet eine Übersicht über die aktuelle Forschung zur gegenständlichen Thematik.

Chott (1999, S. 1f) zeigt anhand drei geschilderter Fallbeispiele wie sich eine negative Fehlerkultur im Unterricht auswirkt. Das erste Beispiel ist in der Praxis häufig zu beobachten. Die Kinder sollen ihre zuvor in Einzelarbeit errechneten Ergebnisse mit an der Tafel eingeblendeten Lösungen vergleichen und die richtigen Ergebnisse farbig kennzeichnen. Einige Schülerinnen und Schüler radieren ihre falschen Lösungen heimlich nachträglich aus und ersetzen sie durch das korrekte Ergebnis. Das zweite Fallbeispiel beschreibt eine Diktatsituation. Die Kinder sollen eine soeben geschriebene Ansage vor dem Abgeben noch einmal selbstständig auf Fehler überprüfen. Sämtliche Grundschülerinnen und -schüler geben trotzdem sofort ab, mit der Begründung keine Fehler zu finden. Auch Beispiel drei ist ein häufig zu beobachtendes

Phänomen. Die Lehrperson bespricht mit den Kindern nach der Rückgabe einer Leistungskontrolle die dort zu bewältigenden Aufgaben. Im Gegensatz zur sonst sehr regen Teilnahme am Mathematikunterricht, herrscht dabei jedoch großes Desinteresse auf Seiten der Lernenden. In dieser Arbeit soll nun aufgezeigt werden, wie sich ein derartiger Umgang mit Fehlern vermeiden lässt. Kapitel fünf umfasst daher die Fehlerdidaktik und das konkrete Verhaltensrepertoire der Lehrkraft beim Umgang mit auftretenden Fehlern von Schülerinnen und Schülern.

Es wird darauf eingegangen, was eine positive Fehlerkultur ausmacht und wie diese erreicht werden kann. Diesbezüglich werden auch einige konkrete Methoden vorgestellt. Zur Abgrenzung werden aber auch eine negative Fehlerdidaktik und die damit verbundenen häufigsten Methoden aufgezeigt. Dabei trägt die nonverbale Ebene der Kommunikation einen bedeutenden Anteil zur herrschenden Fehlerkultur bei, weshalb die wichtigsten Elemente dieser ebenfalls geschildert werden. Wie bereits erwähnt, wird im letzten Kapitel des Theorieteils der emotionale Aspekt des Fehlerlernens aufgegriffen.

Im fünften Kapitel folgt eine Beschreibung des Forschungshintergrundes sowie eine Auswertung der Forschungsergebnisse.

Den Abschluss dieser Arbeit bildet eine zusammenfassende Analyse und Erklärung der Ergebnisse von Theorie- und Forschungsteil.

2 Der Fehler im schulischen Kontext – ein Überblick

Um eine Fehleranalyse kompetent durchführen zu können, ist es notwendig über theoretisches Hintergrundwissen zu verfügen. In diesem Kapitel werden nun einige wichtige Begriffe zum gegenständlichen Thema erläutert.

2.1 Der Fehler

Aber was ist eigentlich ein Fehler? Erforscht man die aktuelle Literatur zur Fehlerforschung, fällt schnell auf, dass eine große Bandbreite an Erklärungen und Definitionen des Fehlerbegriffs existiert. Hartinger (1997, S. 29) beschreibt den Terminus *Fehler* als „*Abweichung von einer – wie auch immer – als richtig gesetzten Norm*“. Rollet (1999, S. 71) definiert den Fehler als „*die notwendige Voraussetzung für jede erfolgreiche Adaption und damit für komplexe Lernprozesse*“. Spychiger (2004, S. 2) wiederum formuliert den Fehlerbegriff wie folgt: „*Richtige Fehler haben merkliche Konsequenzen, das Ausmaß an Schmerz und Bitternis variiert mit der Art und Größe des Fehlers, sowie mit dem Umfeld, in welchem er sich ereignet hat*“. Nach der Definition von Blanck (2006, S. 76) ist ein Fehler „*eine Soll-Ist-Differenz, die ursächlich einem oder mehreren gedächtnisfähigen Wesen zugesprochen wird und (gewissen) Intentionen sowie dem potenziellen Vermögen der gedächtnisfähigen Wesen zuwiderläuft*“. Weingart (2004, S. 234f) hingegen beschränkt sich bei seiner Begriffsbestimmung nicht nur auf den Kontext Schule, sondern wählt bewusst eine allgemeinere Formulierung: „*[...] als Fehler bezeichnet ein Subjekt angesichts einer Alternative jene Variante, die von ihm – bezogen auf einen damit korrelierenden Kontext und ein spezifisches Interesse – als so ungünstig beurteilt wird, dass sie unerwünscht erscheint*“. Heinze (2004, S. 223) bezieht seine Klassifizierung stärker auf den mathematischen Bereich und deutet den Fehler als „*[...] eine Äusserung, die gegen die allgemeingültigen Aussagen und Definitionen der Mathematik sowie gegen allgemein akzeptiertes mathematisch-methodisches Vorgehen verstößt*“. Die Literatur ist sich jedoch weitgehend einig, dass eine, vor allem von Oser et al. (2005) angestrebte, Unterscheidung zwischen Irrtum und Fehler notwendig ist (Schöberl, 2013, S. 10ff). Diese wird nachstehend auch kurz gegeben.

Oser et al. (ebd.) bezieht sich in seinen Werken weiters mehrfach auf den Terminus „*negatives Wissen*“. Damit meint er im Kern das Ausschließen von falschen Lösungswegen, um so das Richtige herauszuarbeiten. Auch diese Begrifflichkeit wird untenstehend näher erklärt.

Ferner werden in diesem Werk einige wesentliche Fehlertypen beschrieben. Dies insbesondere deshalb, da eine Vielzahl an unterschiedlichen Fehlerarten existiert, sich jedoch nicht je-

der Fehler im Sinne einer Lernförderung heranziehen lässt. Aus diesem Grund ist es von besonderer Bedeutung im Rahmen dieser Arbeit die bedeutendsten Arten von Fehlern zu klassifizieren.

2.2 Irrtum oder Fehler

Nach Oster et al. (1999) spricht man von einem Irrtum, wenn die Person aufgrund mangelnder Kenntnisse nicht in der Lage ist, die Aufgabe zu lösen. Die angestrebte Norm ist der betreffenden Person also noch gar nicht bekannt. Ein Fehler liegt vor, wenn der Lernende über das geforderte Wissen verfügt, es aber falsch anwendet. Erst wenn die Norm bekannt ist, kann von ihr abgewichen und ein Fehler gemacht werden (Spychiger, Instrumentalpädagogischer Zugriff im Umgang mit Fehlern, Fehlerkultur, in konstruktivistischen Lernprozessen, 2012, S. 57).

2.3 Negatives Wissen

Negatives Wissen ist ein wesentlicher Bestandteil von positivem Wissen. Oser et al. (2005, S. 12ff) nennt als Beispiel das Kind beim Spracherwerb, welches durch Abgrenzungslernen erfährt, dass dieses Tier nicht „Muh“ macht. Durch diesen Ausscheidungsprozess nähert es sich dem Richtigen schrittweise an. Es weiß was etwas nicht ist, wie etwas nicht funktioniert, welche Zusammenhänge nicht stimmen bzw. welche Strategie nicht zur Lösung des Problems führt. Das Kind generiert dementsprechend durch Abgrenzung ein Fehlerwissen, dh. es weiß welche Vorgehensweise nicht zum Ziel bzw. zum Richtigen führt. Im semantischen Bereich der Mathematik ist eine Kenntnis von Gegenbeispielen beispielsweise äußerst sinnvoll. Das Wissen darüber was ein Prisma nicht ist, lässt die besonderen Eigenschaften des Prismas besonders hervortreten. Es ist dementsprechend zu empfehlen beim Erlernen der Namen für die Körper nicht nur das Prisma zu benennen, sondern auch andere Körper als Kontrastbeispiele zu sortieren und zu klassifizieren (Prediger & Wittman, 2009, S. 6f). Unter bestimmten Bedingungen kann der Fehler als Ursprung für negatives Wissen also dem positiven Wissen zum Durchbruch verhelfen. Die Einsicht, dass etwas nicht richtig ist, hilft dem Erkenntnisprozess des Richtigen. Das positive und erwünschte Wissen tritt durch das negative Wissen viel klarer hervor. Es hat damit eine Art Schutzfunktion für das Richtige. Dieses Schutzwissen stellt ein inneres Warnsystem dar, welches verhindert, dass ein Fehler ein zweites Mal begangen wird.

Gerade wenn ein Fehler aus systematisch falschen Gedankengängen der Kinder resultiert, kann der Versuch der Lehrperson diese Fehler auszumerzen entgegen ihrer positiven Intention eine Barriere für das Lernen darstellen. Um dies zu vermeiden, benötigt es einen subtilen

Umgang mit Fehlern. Darunter versteht Oser et al. (ebd. S. 27ff) ein kontrastierendes Konfrontieren mit dem Richtigen, das Herstellen eines Bewusstseins für das Falsche sowie die Zuversicht, dass der Lernende in der Fehlersituation nicht beschämt wird, sondern hilfreiche Unterstützung erhält. Auch die Entwicklung eines inneren Anspruches das Richtige zu tun sowie letztlich die Chance, die Fehlersituation zu wiederholen und die richtige Vorgehensweise einzuüben sind hierbei wichtige Faktoren.

Oser et al. (ebd.) warnt jedoch vor einer Toleranz des Fehlers. Das Verständnis dafür, dass Lernende während des Erarbeitungsprozesses Fehler machen, darf nicht falsch verstanden werden. Während eines Lernprozesses sind Fehler durchaus erlaubt und können bei konstruktivem Umgang über das Falsche zum Richtigen führen. Man kann dabei nicht auf das Falsche verzichten, da es ja hilft die richtige Lösung zu finden. Man muss das Falsche aber dennoch bekämpfen, um Lernprozesse anzuregen. Er betont weiters, dass nach Abschluss eines Lehr- und Lernprozesses keine Fehler mehr auftreten sollten. Auch Helmke (2015, S. 230ff) vertritt in seinem Werk zur Unterrichtsqualität den Nutzen einer strikten Trennung von Lernprozessen und der Beurteilung von Leistung. In den Kriterien der SQA – Schulqualität Allgemeinbildung (BMBWF, 2016) findet sich ebenfalls die klare Forderung nach einer Abgrenzung von Lern- und Leistungssituation, damit Potenziale von Fehlersituationen voll ausgeschöpft werden können.

2.4 Fehlerkultur

Der Begriff Fehlerkultur wird in der einschlägigen Literatur nicht einheitlich angewendet. Insbesondere fehlt eine Einigung darüber, ob der Terminus neutral oder bereits positiv gewichtet ist. So nutzt beispielsweise Spychiger (2012) mehrfach den Begriff „*positive Fehlerkultur*“, was auf eine neutrale Verwendung schließen lässt. Im Gegensatz dazu finden sich beispielsweise bei Oser et al. (1999) Phrasen wie „*fehlende Fehlerkultur*“ im Zusammenhang mit einem negativ besetztem Fehlerumgang. Dies wiederum deutet auf eine positive Bewertung des Begriffs hin. In der gegenständlichen Arbeit wird der Begriff als neutral angesehen.

Eine Fehlerkultur meint die „[...] Qualität und Quantität mündlicher und schriftlicher Interaktionen in Fehlersituationen [...]“ (Spychiger, Oser, & Hascher, Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule, 1999, S. 520).

2.4.1 Positive Fehlerkultur

Grundsätzlich lassen sich zwei Grunddimensionen von einer positiven Fehlerkultur herausarbeiten. Einerseits das fehlerfreundliche Lernklima und andererseits die Lernorientierung, die einen individuellen systematischen und konstruktiven Umgang mit dem jeweiligen Fehler und

die Ausschöpfung seines gesamten Potenzials umfassen (Cerny, 2013, S. 42). Ob Fehler produktive Lerngelegenheiten beinhalten, liegt zu einem großen Teil an dem konkreten Umfeld, also wie die Lehrperson und die Mitlernenden darauf reagieren (Prediger & Wittman, 2009, S. 6). An dieser Stelle ist jedoch festzuhalten, dass ein positives Lernklima nicht gleichbedeutend mit der völligen Abwesenheit von Ärger oder Scham über einen gemachten Fehler ist. Im Gegenteil diese Emotionen können für eine lernförderliche Nutzung des Fehlers sogar sehr förderlich sein, solange sie ein gewisses Maß nicht übersteigen (Oser & Spychiger, 2005, S. 168ff). Auf diesen Aspekt wird allerdings erst in einem späteren Kapitel der Arbeit eingegangen. Vielmehr ist ein Bewusstsein für die Notwendigkeit von Fehlern im Lernprozess und ein Abbau von Hemmungen betreffend gemachte Fehler anzustreben. Fehlermachen ist erlaubt, solange sie im Rahmen einer Weiterentwicklung des Lernprozesses genutzt werden (Ehrle, 2019, S. 17f). Ziel einer guten Fehlerkultur ist es, dass die Schülerinnen und Schüler einen inneren Anspruch entwickeln das Richtige zu tun (Oser & Spychiger, 2005, S. 27ff).

2.5 Fehlerphänomene, Fehlermuster und Fehlerursachen

Fehlerphänomene beschreiben den auftauchenden Fehler an sich, also das sichtbare Produkt eines Wahrnehmungs- und Denkprozesses. Treten bestimmte Fehlerphänomene gehäuft auf, ist es die Aufgabe der Lehrperson ein Fehlermuster zu identifizieren. Dabei wird Fehlerart bzw. Fehlertyp herausgearbeitet. Das Fehlermuster geht also darauf ein, wie Schülerinnen und Schüler falsch vorgehen. Die Fehlerursache wiederum erklärt, warum Lernende diesen Fehler machen. Vor allem die Ursache, aber auch das Fehlermuster erschließen sich oftmals erst durch Nachfragen beim betreffenden Kind (Prediger & Wittman, 2009, S. 3ff).

Folgendes Beispiel zeigt den Unterschied auf:

$$7 \cdot 6 = 41$$

Das Fehlerphänomen ist der Fehler an sich und hier klar erkennbar. Die Lösung ist nicht korrekt. Auf den ersten Blick scheint es sich um einen Abruffehler zu handeln. Wenn nun auch die Lösung der weiteren Aufgaben herangezogen wird, lässt sich jedoch ein klares Fehlermuster erkennen.

$$7 \cdot 7 = 49$$

$$7 \cdot 8 = 57$$

Das Kind erklärt seinen Rechenweg wie folgt: „7 · 6 kann ich durch 7 · 5 berechnen. 7 · 5 plus 6 sind 7 · 6“. Das Fehlermuster ist dementsprechend der nicht korrekte Ausgleich des zweiten Faktors. Nun muss die Lehrperson noch die Fehlerursache identifizieren. Die Ursache liegt hier

in der falschen Anwendung einer Ableitungsstrategie, bedingt durch das Denken in Reihen. Das Kind hat keine Vorstellung davon, was bei der Rechenoperation auf der Handlungsebene tatsächlich geschieht und weiß daher nicht, dass $7 \cdot 6$ durch $7 \cdot 5$ plus $7 \cdot 1$ abgeleitet wird. Wiederholte konkrete Handlungserfahrungen der Multiplikation könnten für das benötigte Verständnis sorgen. Wenn das Kind tatsächlich $7 \cdot 5$ Plättchen legt, versteht es welcher Faktor ausgeglichen werden muss (Götze, Zannetin, & Selter, 2019, S. 80f).

2.6 Fehlerarten

Die Unterscheidung von Fehlerarten geschieht in der Literatur auf äußerst unterschiedliche Art und Weise.

Müller (2003) unterscheidet beispielsweise unter anderem, ob der Fehler in der Planungsphase oder während der Bearbeitung einer Aufgabe geschieht. Spychiger (2004, S. 2) nimmt folgende Klassifizierung vor.

„Fehler unterscheiden sich nach...

- *inhaltlichem Bereich: im moralischen, sozialen, kognitiven – je deklarativ und prozedural*
- *Konsequenzen: materielle, soziale, emotionale, somatische – je kleine bis große, reversibel oder irreversibel*
- *Sozialem Umfeld: bestrafend, gewährend, vermeidend, verstehend, lernorientiert, etc.“* (Spychiger, 2004, S. 2).

Auf diese Fehlerklassifizierungen wird in der gegenständlichen Arbeit jedoch nicht gesondert eingegangen, da hier das Fehlermuster und die dahinterliegende Fehlerursache im Bereich Mathematik im Hauptfokus stehen.

Auch auf den äußerst umfassenden Klassifizierungsversuch von Radatz in seinem Werk *„Fehleranalyse im Mathematikunterricht“* (1980) wird auf Grund des Umfangs der gegenständlichen Arbeit nicht Bezug genommen. Radatz (ebd.) nimmt neben der Typisierung von Fehlerarten auch eine ausführliche Analyse von zugrundeliegenden Regelstrukturen bzw. Fehlermustern vor.

Oser und Spychiger (2005, S. 36) setzen sich in ihrer Publikation mit der grundlegenden Unterscheidung zwischen „guten“ und „schlechten“ Fehlern auseinander. Diese Bezeichnung nimmt eine Zuordnung von Fehlern betreffend ihr Potenzial für den Lernprozess vor.

„Schlechte“ Fehler entstehen beispielsweise durch Überforderung, Missverständnisse oder

ungeschickten Aufbau des Unterrichts. Sie zeichnen sich dadurch aus, dass sie für den Lernprozess nicht förderlich sind. Das zu überwindende Hindernis bei der Lösungsfindung ist zu groß und der Lernprozess wird blockiert. Ein „guter“ Fehler hingegen kann dem Lernenden zur Einsicht verhelfen. Der Lernende erkennt dabei den allgemeinen Funktionswert einer Aufgabe. Er verfügt also über das benötigte Wissen, kann es aber noch nicht korrekt anwenden. Auch Waibler und Wurzrainer (2016, S. 36f) nehmen diese Begrifflichkeiten in ihr Werk auf und unterstützen die Aussage, dass „gute“ Fehler durch die Produktion von negativem Wissen die Lösungsmöglichkeiten einschränken und somit einen Wegweiser zur richtigen Lösung bilden. An dieser Stelle sei auf das Kapitel 2.3 negatives Wissen verwiesen.

Ähnlichkeiten gibt es bei der Form der Typisierung von Schoy-Lutz (2005, S. 35). Sie unterscheidet zwischen Fehlern aufgrund fehlender mathematischer Kenntnisse und Fehlern durch mangelnde Konzentration, Aufmerksamkeit oder Leichtsinn.

Eine ähnliche Unterteilung, nämlich jene in die zwei Hauptkategorien „Flüchtigkeitsfehler“ und „systematischer Fehler“ findet sich darüber hinaus in der themenbezogenen Literatur vielfach. Auch Wartha und Wittmann (2009, S. 79-81) nennen diese beiden Fehlerarten, ergänzen sie jedoch um den Grundlagenfehler. Die gegenständliche Arbeit setzt sich daher nachfolgend näher mit diesen drei Hauptkategorien von Fehlerarten auseinander.

Prädiger und Wittmann (2009, S. 3ff) unterteilen systematische Fehler nochmals in Fehler auf der syntaktischen oder auf der semantischen Ebene. Ähnlich geht Geering (1995, S. 63) vor. Er betont jedoch explizit, dass auch „Nichtwissen“ zu den Fehlerarten zu zählen ist, was Oser et al. (Oser & Spsychiger, 2005) hingegen dementieren, da ein Fehler laut ihren Publikationen erst stattfinden kann, wenn man über das geforderte Wissen verfügt. Sie bezeichnen „Nichtwissen“ als Irrtum und nicht als Fehler. Geering (ebd.) benennt einen Fehler durch „Nichtwissen“ als Wissensfehler. Er entsteht durch Mangel oder die Nichtanwendung von Wissen. Geering (ebd.) nennt weiters den Fertigungsfehler, wobei dieser auf mangelnden Kenntnissen einer Fertigkeit beruht. In diese Kategorie fallen auch Rechenfehler. Der von ihm benannte Strategiefehler begründet sich hingegen in der Verwendung einer unbrauchbaren oder unpassenden Lösungsstrategie.

Eine detailliertere Unterscheidung nach häufigen Fehlermustern findet man ebenfalls vielfach in der Literatur. Da jedoch für jeden inhaltlichen mathematischen Kompetenzbereich eine Vielzahl an unterschiedlichen Fehlermustern bekannt ist, wird in der vorliegenden Arbeit nur eine Abhandlung einiger beispielhafter Exemplare erfolgen. Aus Gründen der Übersicht findet sich diese in Kapitel 3.

2.6.1 Systematische Fehler und Flüchtigkeitsfehler

Der Flüchtigkeitsfehler ist meist auf mangelnde Aufmerksamkeit oder Konzentration zurückzuführen (Schöberl, 2013, S. 23). Dieser Fehlertyp lässt sich dadurch charakterisieren, dass die betreffende Person den Fehler korrigieren kann, wenn man sie darauf aufmerksam macht (Radatz, 1980). An dieser Stelle muss man besonders betonen, dass sich eine Fehleranalyse oftmals auch bei Fehlern, welche auf den ersten Blick als Flüchtigkeitsfehler abgetan werden, lohnt, da sich nach näherer Betrachtung manchmal eine andere Fehlerursache erkennen lässt (Leuders, Hußmann, & Prediger, 2007). So sind beispielsweise fast 80% der Fehler bei schriftlichen Rechenverfahren systematische Fehler (Selter, 2010, S. 3). Der systematische Fehler steht im Gegensatz zum Flüchtigkeitsfehler (Prediger & Wittman, 2009, S. 9). Er wird wiederholt auch als logischer oder sinnvoller Fehler (Selter, 2010) (Götze, Zannetin, & Selter, Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders - Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht, 2019) bezeichnet. Diese grundlegende Fehlerklasse zeichnet sich dadurch aus, dass sich ein Fehlermuster erkennen lässt (Prediger & Wittman, 2009, S. 9). Hinter systematischen Fehlern verbergen sich demgemäß sinnvolle, aber fehlerhafte Vorstellungen. Sie eignen sich deshalb ideal für eine produktive Nutzung zur Lernförderung (Götze, Zannetin, & Selter, Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders - Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht, 2019).

2.6.2 Grundlagenfehler

Der Grundlagenfehler basiert auf einer mangelhaften Beherrschung von Basiskompetenzen. Wenn das Rechnen mit natürlichen Zahlen oder das rasche Abrufen des Einmaleins nicht sicher gelingen, wird der Arbeitsspeicher zusätzlich belastet und es kommt zu sogenannten Grundlagenfehlern (Wartha & Wittman, 2009, S. 79-81).

2.6.3 Semantische Fehler

Semantische Fehler sind Fehler auf der Bedeutungsebene. Es sind Fehlvorstellungen, welche besonders häufig in Verbindung mit Sachkontexten, wie etwa dem Mathematisieren von Sachsituationen und mathematischen Begriffen, in Erscheinung treten. Dieser Fehlertypus kann jedoch auch syntaktisch einzustufenden Fehlern zu Grunde liegen, nämlich wenn Fehlvorstellungen vorhanden sind, die das Anwenden des Verfahrens beeinträchtigen (Prediger & Wittman, 2009, S. 4ff). Das in Kapitel 2.4 genannte Beispiel wäre im semantischen Bereich angesiedelt. Das Kind zeigt Probleme bei der inhaltlichen Vorstellung zur Multiplikation.

2.6.4 Syntaktische Fehler

Syntaktische Fehler treten beim Rechnen nach festen Vorgaben oder Regeln auf. Beispielsweise bei den schriftlichen Rechenverfahren oder beim Rechnen mit Brüchen (Prediger & Wittman, 2009, S. 4ff). Bei der Rechnung:

$$\begin{array}{r} 6 \quad 3 \quad 4 \\ - \quad 2 \quad 9 \quad 3 \\ \hline 4 \quad 4 \quad 0 \end{array}$$

wurde von links nach rechts gerechnet. Dieses Fehlermuster ist als „Rechenrichtungsfehler“ bekannt. Da es erst beim Rechnen mit Übertrag zu fehlerhaften Ergebnissen führt, bleibt es oft lange unentdeckt. Es handelt sich um einen syntaktischen Fehler, nämlich eine falsche Anwendung von gelernten Rechenvorgaben. Eine semantische Ursache, wie etwa ein unzureichendes Stellenwert- oder Operationsverständnis, kann jedoch nicht ausgeschlossen werden.

2.7 Resümee

Das obige Kapitel zeigt auf, dass eine Definition der verschiedenen Begrifflichkeiten zum Fehler nicht immer einheitlich durchführbar ist. Nichtsdestotrotz erfolgte eine grobe Charakterisierung der wichtigsten Begriffe. Vor allem der Überblick über einige Fehlerarten und -muster ist für eine kompetente Diagnose und Analyse von Fehlern und ihrem Wert in der Lernförderung unabdinglich. Damit eine Förderung im Sinne der individuellen Lernstände des Kindes geschehen kann, muss die Lehrperson auch in der Lage sein, verschiedene Validierungsstrategien zu vermitteln. Auf die unterschiedlichen Fehlermuster und Strategien zur Förderung wird allerdings erst in Kapitel 3 näher Bezug genommen, da diese nicht der Begriffsbestimmung, sondern bereits explizit dem Umgang mit dem Fehler als Lernchance zuzuordnen sind.

Zunächst wird erst einmal die Bedeutsamkeit und Aktualität der Thematik nachgewiesen, indem die Forderung nach einer positiven Fehlerkultur im österreichischen Lehrplan und den Bildungsstandards aufgezeigt wird.

3 Der Fehler im Lehrplan und den Bildungsstandards

Um die aktuelle Relevanz einer guten Fehlerkultur in der Grundschule nachzuweisen, wird nachstehend der Stellenwert einer produktiven Fehlerkultur im österreichischen Lehrplan und den Bildungsstandards, insbesondere im Unterrichtsfach Mathematik, näher beleuchtet. Im ersten Kapitel wird dabei der österreichische Lehrplan, vorrangig im Bereich Mathematik, und im zweiten Teil werden die Bildungsstandards für die 4. Schulstufe in Mathematik analysiert. Neben den Bildungsstandards selbst wird außerdem kurz auf die begleitende Literatur, welche vom BIFIE – Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (BIFIE – Bundesinstitut für Bildungsforschung, 2020) veröffentlicht wurde, eingegangen.

3.1 Der Umgang mit Fehlern laut österreichischem Lehrplan

Im österreichischen Lehrplan sind primär konkrete inhaltliche Kompetenzen verankert, die zum Ende einer Grund- oder Schulstufe erreicht werden sollen. Da der Umgang mit Fehlern eine eher prozessbezogene Kompetenz ist, findet sich dazu weniger im Lehrplan als in den Bildungsstandards, welche explizit Kompetenzen der Prozessebene formulieren. Trotzdem schreibt auch der österreichische Lehrplan einige Ziele fest, die eine gute Fehlerkultur voraussetzen oder begünstigen.

Bereits im ersten Teil des Lehrplanes, welcher das Allgemeine Bildungsziel näher erläutert, finden sich für die Thematik dieser Arbeit relevante Bereiche. Die Rolle der Lehrperson wird beispielsweise wie folgt dargelegt: *„Diese Rolle wird bestimmt durch Art und Fähigkeit der Lehrerin bzw. des Lehrers, der Schülerin bzw. dem Schüler offen zu begegnen. Sie bzw. er soll auf die Bedürfnisse des Einzelnen eingehen, auftretende Schwächen mit Einfühlungsvermögen und Verständnis akzeptieren und an ihrer Behebung bewusst mitarbeiten. Darüber hinaus muss die Lehrerin bzw. der Lehrer [...] Helfer und Berater bei der Auseinandersetzung mit Schwierigkeiten sein. [...] Dadurch erfahren die Selbsttätigkeit und die Eigeninitiative der Schülerinnen und Schüler eine besondere Förderung.“* (Bundesministerium für Bildung, 2005, S. 3-4). Das Allgemeine Bildungsziel fordert weiters, dass sich die Lehrperson nicht nur als Wissensvermittler, sondern auch als Lernenden betrachtet. Diese Formulierung zielt zwar nicht exakt auf den Umgang mit Fehler ab, fordert jedoch eine Haltung, die förderlich für eine gute Fehlerkultur ist. Insbesondere die Forderung nach einer Einschränkung von Konkurrenzsituationen lässt sich nur in Kombination mit einer positiven Fehlerkultur verwirklichen.

Der zweite Teil umfasst Allgemeine Bestimmungen und hält fest, dass bei Auswahl und Gewichtung des Lehrstoffes der Lernstand der Klasse sowie im Besonderen der Lernstand von

einzelnen Schülerinnen und Schülern im Hauptfokus stehen. Dies wird dahingehend konkretisiert, dass unter anderem Inhalte solcherart gewählt werden sollen, „*die in besonderer Weise geeignet erscheinen, grundlegende und bedeutsame Einsichten und Erkenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten, Erfahrungen und Erlebnisse auf andere Sachverhalte zu übertragen*“. Auch dies wird sich in späteren Teilen dieser Arbeit noch als Wesentlich für ein Lernen aus Fehlern erweisen (Bildungsministerium für Bildung, 2005, S. 7).

Der siebte Teil enthält Bildungs- und Lehraufgabe, Lehrstoff und didaktische Grundsätze im Unterrichtsfach Mathematik. Die Bildungs- und Lehraufgabe betont die Wichtigkeit der Entwicklung des logischen Denkens sowie des Problemlöseverhaltens (Bundesministerium für Bildung Wissenschaft und Forschung, 2003, S. 1).

Im Lehrstoff findet sich in Grundstufe 1 und 2 gleichermaßen die Zielkompetenz des Überprüfens der Ergebnisse von Rechenoperationen. Das Ergebnis soll einerseits mittels Abschätzen der Lösung beispielsweise durch überschlagendes Rechnen sowie andererseits im Hinblick auf die Plausibilität der Lösung überprüft werden. Grundstufe 2 legt weiters das Begründen der Rechenschritte als zu erreichende Kompetenz fest. Außerdem wird eine vertiefende Einsicht in die verschiedenen Rechenoperationen verlangt. Beim Lösen von Sachaufgaben sollen mathematische Problemstellungen herausgearbeitet werden können. Der flexible Umgang mit und das Versprachlichen von Aufgabenstellungen sowie das Finden von verschiedenen Lösungsstrategien ist auch beim lernförderlichen Umgang mit Fehlern ein bedeutender Aspekt. Auch das Diskutieren von unterschiedlichen Problemstellungen oder Lösungsansätzen ist ein wichtiger Teil davon. Die didaktischen Grundsätze weisen ebenfalls vermehrt auf die Bedeutung eines tiefgreifenden Verständnisses von Rechenoperationen und dem Finden von geeigneten Lösungsstrategien hin (ebd. S. 2ff).

3.2 Der Umgang mit Fehlern laut Bildungsstandards

Die Bildungsstandards als Konkretisierung des Lehrplans verfolgen das Ziel die Qualität von Bildung zu sichern und kontinuierlich weiterzubilden. Darin werden einheitliche und objektiv vergleichbare Kompetenzen festgelegt, über welche die Schülerinnen und Schüler im jeweiligen Fach am Ende der 4. Schulstufe verfügen sollen (Bundesministerium für Digitalisierung & Wirtschaft, 2020). Sie umfassen zwei primäre Kompetenzbereiche, nämlich *allgemeine mathematische Kompetenzen*, welche mit AK abgekürzt werden und *inhaltliche mathematische Kompetenzen*, kurz IK. Allgemeine mathematische Kompetenzen beziehen sich dabei auf prozessorientierte Kompetenzen, inhaltliche mathematische Kompetenzen auf konkrete mathe-

mathematische Inhalte. Beide Bereiche werden nochmals in jeweils vier Unterkategorien aufgefächert (Bildungsstandards Mathematik, Praxishandbuch für "Mathematik" 4. Schulstufe - Bildungsstandards - für höchste Qualität an Österreichs Schulen Information für Lehrer/innen, 2011). Aus Praktikabilitätsgründen kann in dieser Arbeit keine umfassende Übersicht über alle in den Bildungsstandards verankerten Kompetenzen gegeben werden, vielmehr werden hier nur die gegenständlich relevanten Bereiche genannt und erläutert. Da in dieser Arbeit kein bestimmtes mathematisches Thema behandelt wird, liegt der Fokus auf den prozessbezogenen Kompetenzbereichen. Diese Prozesse lassen sich auf nahezu alle mathematischen Inhalte gleichermaßen übertragen.

Das *Praxishandbuch für „Mathematik“ 4. Schulstufe - Bildungsstandards* (2011), welches die Bildungsstandards detailliert beschreibt, hält beispielsweise unter anderem fest, dass die Mathematik neben mathematischen Inhalten auch Grundhaltungen zur Lebensbewältigung, wie Kritisches Denken und Problemlösekompetenzen vermitteln muss. Diese Kompetenzen werden vor allem durch das Vergleichen und Bewerten von Aussagen sowie das Reflektieren und Beurteilen von Lösungswegen und Ergebnissen erlernt und eingeübt. Die Kinder müssen dabei die Gelegenheit bekommen selbst Probleme zu lösen, über Mathematik zu diskutieren und zu kommunizieren, eigene Lösungswege zu finden und zu beschreiben „[...] und aus Fehlern zu lernen. Fehler und Missverständnisse, die im Laufe des Lösungsprozesses auftreten, werden zum Ausgangspunkt für noch tieferes Verständnis. Mathematische Leistung umfasst daher nicht nur das niedergeschriebene Resultat oder die mündliche Bekanntgabe des Ergebnisses, sondern auch den Prozess des Lösens“ (ebd. S. 6).

Nachfolgend werden nun konkret die einzelnen, für die gegenständliche Thematik wesentlichen Bereiche der allgemeinen mathematischen Kompetenzen im Hinblick auf die Forderung einer positiven Fehlerkultur in der Grundschule untersucht.

3.2.1 AK 1: Modellieren

Modellieren meint den Transfer von Aufgaben der Erfahrungsumwelt bzw. Sachsituationen in mathematische Modelle, wie es unter anderem beim Hantieren mit Sachaufgaben geschieht (Bildungsstandards Mathematik, 2011, S. 9ff). Die Schülerinnen und Schüler sollen im Zuge dieser Kompetenzen lernen, realitätsbezogene Aufgaben selbstständig und eigenverantwortlich zu lösen. Dabei ist es erforderlich, dass die Kinder eigene Lösungswege ausprobieren und finden dürfen. Von besonderer Bedeutung ist dabei, dass die Kinder ihren gewählten Lösungsweg auf seine Sinnhaftigkeit hin überprüfen sowie den gesamten Lösungsfindungsprozess verbalisieren können. Um Kindern diesen Modellierungsprozess näher zu bringen, wirft das Themenheft Mathematik „Modellieren“ (Bildungsstandards Mathematik, Themenheft

Mathematik "Modellieren", 2012), welches diesen Themenbereich ausführlich behandelt, folgende Fragen auf:

„Ermöglichen sie eine motivierende Auseinandersetzung mit dem Thema?

Wird auf die Erfahrung der Kinder Rücksicht genommen?

Werden verschiedene Lösungsroutinen angeregt und zugelassen?

Wird der Prozess des Lösens in den Mittelpunkt gerückt?

Muss das Ergebnis immer richtig sein?

Dürfen Fehler gemacht werden?

Wie wird mit Fehlern umgegangen?“ (Bildungsstandards Mathematik, Themenheft Mathematik "Modellieren", 2012, S. 6)

Die Frage nach dem Umgang mit Fehlersituationen wird also auch in den Bildungsstandards als Schlüsselement für nachhaltigen Aufbau von Mathematikkompetenzen gesehen. An dieser Stelle skizziert das Themenheft Mathematik „Modellieren“ (ebd. S. 11) anhand eines Beispiels wie ein konstruktiver Umgang mit Fehlern aussehen kann.

Die folgende Aufgabe wurde von nur wenigen Kindern der 3. Schulstufe richtig gelöst.

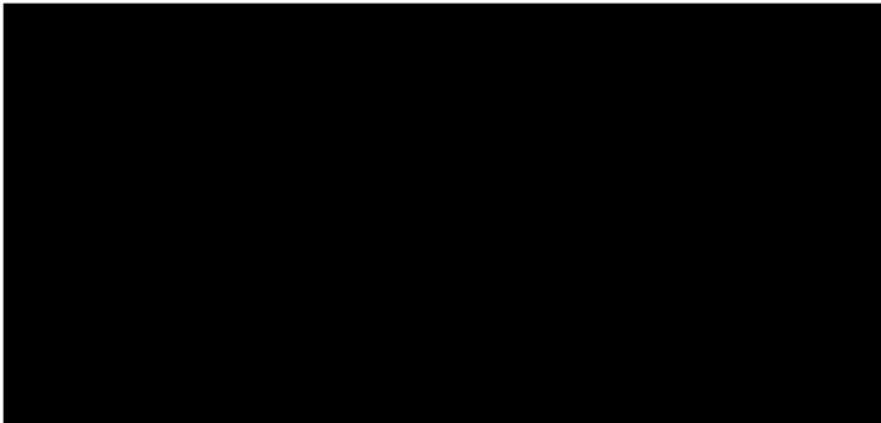


Abbildung 1 Aufgabe Schlüsselbrett (Bildungsstandards Mathematik, 2012, S. 11)

Ein Großteil der Schülerinnen und Schüler löste die Rechnung wie in untenstehender Grafik ersichtlich.



Abbildung 2 erste Lösung (Bildungsstandards Mathematik, 2012, S. 11)

Die Lehrperson korrigierte die Aufgabe nicht, sondern erfragte den Denkprozess der Kinder. Einige Schülerinnen und Schüler wollten das Werkstück daraufhin im Werkraum herstellen und die Lehrkraft räumte ihnen diese Möglichkeit ein, erlaubte jedoch auch andere Lösungswege. Während einige der Lernenden sich für die Fertigung einer Skizze entschieden, stellten manche das Werkstück im Werkraum selbst her. Untenstehend findet sich eine beispielhafte Lösung, welche im Zuge der Herstellung zustande kam.



Abbildung 3 Skizze (Bildungsstandards Mathematik, Themenheft Mathematik "Modellieren", 2012, S. 12)

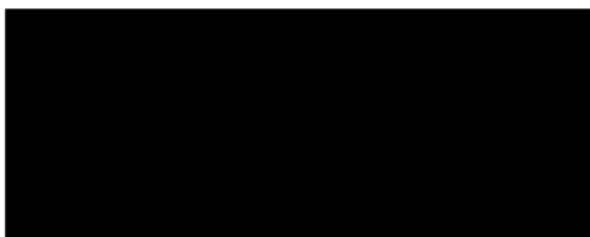


Abbildung 4 zweite Lösung (Bildungsstandards Mathematik, Themenheft Mathematik "Modellieren", 2012, S. 14)

Wie in nachfolgender Grafik ersichtlich, wies lediglich ein Kind nach dem Lösungsprozess noch eine falsche Antwort auf. Dieses Kind korrigierte auf Nachfragen der Lehrperson jedoch selbstständig, da es erkannte, dass die gefundene Lösung nicht plausibel ist.

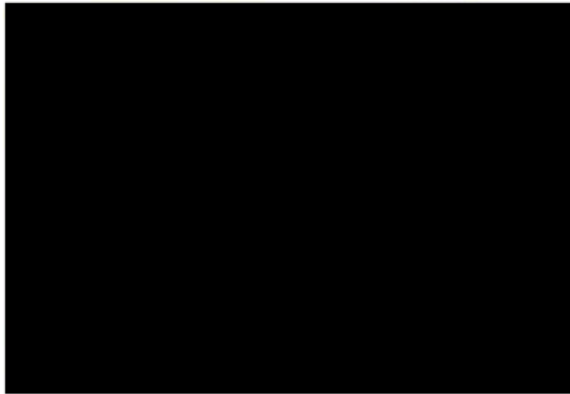


Abbildung 5 dritte Lösung (Bildungsstandards Mathematik, Themenheft Mathematik "Modellieren", 2012, S. 15)

Diese Darstellung zur Lösung einer Sachaufgabe zeigt, wie konstruktiver Umgang mit Fehlern aussehen kann, um nachhaltigen Lernerfolg zu garantieren. Darüber hinaus wird der hohe Stellenwert des Erörterns und Verbalisierens von Lösungswegen und -strategien deutlich.

3.2.2 AK 3: Kommunizieren

Unter diesem Kompetenzbereich sind das mündliche und schriftliche Verbalisieren, Begründen und Protokollieren sowie das Präsentieren mathematischer Sachverhalte zu verstehen. Einerseits wird dadurch die reflektierende Auseinandersetzung mit der Problemstellung angeregt, andererseits wird Einblick gewährt in die individuellen Denk- und Rechenwege des Lernenden (Bildungsstandards Mathematik, Praxishandbuch für "Mathematik" 4. Schulstufe - Bildungsstandards - für höchste Qualität an Österreichs Schulen Information für Lehrer/innen, 2011, S. 12ff). Das hat zur unmittelbaren Folge, dass der Lehrperson eine Fehleranalyse und insbesondere das Diagnostizieren der Fehlerursache erheblich erleichtert wird (Prediger & Wittman, 2009, S. 3ff). Eine Umgebung, in der Fehler nicht nur erlaubt sind, sondern vielmehr als Grundlage für Diskussionen über mathematische Sachverhalte und individuelle Lösungsstrategien gelten, ist auch in diesem Kompetenzbereich ein Kernelement. Fehler sind laut dem Praxishandbuch (Bildungsstandards Mathematik, Praxishandbuch für "Mathematik" 4. Schulstufe - Bildungsstandards - für höchste Qualität an Österreichs Schulen Information für Lehrer/innen, 2011, S. 12ff) als unentbehrliche Bestandteile des Lernprozesses anzusehen, welche Anlässe zur Reflexion der eigenen Denkstrategien bieten. Die Schülerinnen und Schüler müssen die Schule als Ort kennenlernen, wo angstfrei Lösungsstrategien ausprobiert und falsche Lösungswege offen und produktiv thematisiert werden können. Um das zu erreichen, „[...] ist es wichtig, Situationen zu schaffen und zu nutzen, in denen der Verlauf des Lernens

transparent wird. Nur so können die Kinder erkennen, dass Einsicht in Vorgänge zu haben wichtiger ist als das Streben, Fehler zu vermeiden“ (ebd. S. 13).

3.2.3 AK 4: Problemlösen

Von einem Problem spricht man, wenn eine gegebene Ausgangslage und ein zu erreichendes Ziel definiert sind, jedoch noch kein Weg zur Erreichung dieses Ziels bekannt ist bzw. eine Barriere vorhanden ist, die die Erfüllung des Ziels verhindern. Die Schülerinnen und Schüler sollen eigenaktive Lösungsstrategien entwickeln, diese kritisch hinterfragen und gegebenenfalls anpassen. *„Fehler zu machen, sie zu finden und über sie zu reflektieren sind als notwendige Teile des Problemlösungsprozesses und als Chance für das Lernen zu sehen.“* Der Lernende verknüpft vorhandenes und neu erworbenes Wissen und bildet so nachhaltige Strukturen, die es ermöglichen dieses Wissen effektiv und vernetzt anzuwenden. Der Weg zur Lösung hat hierbei denselben Stellenwert, wie das Ergebnis selbst (Bildungsstandards Mathematik, 2013, S. 5ff).

3.3 Resümee

Dieses Kapitel zeigt auf, dass auch die Bildungsstandards und der Lehrplan einen konstruktiven Umgang mit Fehlern fordern, um nachhaltige Lernerfolge zu erzielen. Die Notwendigkeit einer positiven Fehlerkultur im Klassenraum durchdringt nahezu alle prozessbezogenen Kompetenzen der Bildungsstandards. Insbesondere das Aufgabenbeispiel laut Abbildung 6 beweist, dass Fehler bei einem kompetenten Umgang enormes Potenzial bei der Förderung von Lernprozessen beinhalten.

Im nächsten Kapitel geht es um das Potenzial des Fehlers als Lernchance. Konkret wird dabei auf die kognitiven Prozesse des Lernens aus Fehlersituationen eingegangen. Dieses Potenzial kann nur genutzt werden, wenn die Lehrkraft über Diagnosekompetenzen verfügt, was untenstehend näher erläutert wird. Anschließend werden einige gängige Fehlermuster behandelt. Den Abschluss bildet ein Einblick in die aktuelle Forschung zur Thematik.

4 Der Fehler als Lernchance

In diesem Kapitel geht es nun konkret um den Fehler und sein Potenzial als Ausgangspunkt von nachhaltigem Lernen. Es ist in vier Teile gegliedert.

Der erste Teil beschäftigt sich mit der Frage warum ein Lernen aus Fehlern möglich ist und gleichzeitig ein tiefgreifendes Lernen darstellt. Darauf aufbauend wird die Bedeutung des Fehlers in der Lernstandsdiagnose und als Basis zur individuellen Unterrichtsplanung behandelt.

Fehlersituationen und dabei im Besonderen situativ auftretende Fehler stellen hohe Ansprüche an die Kompetenz der Lehrkraft. Diese muss während dem Unterrichtsgeschehen schnell reagieren und dabei nicht nur den Fehler auf seine Relevanz hin einschätzen, sondern vor allem diagnostizieren, um welche Art von Fehler es sich handelt. Auf Grundlage dieser Einschätzung kann sie entscheiden, ob sie vom Unterrichtsgeschehen abweicht, um direkt auf den Fehler einzugehen oder diesen zu einem geeigneteren Zeitpunkt behandelt. Das Wissen über den Ursprung des Fehlers führt zur Anwendung methodischer Kompetenzen. Die Lehrperson kann auf Basis der Fehlerdiagnostik notwendige Maßnahmen strategischer und inhaltlicher Art setzen und den weiteren Unterricht lernfördernd gestalten (Prediger & Wittman, 2009, S. 9ff). Die Grundlage einer konstruktiven Fehlerbehandlung ist also das Wissen über verschiedene Fehlermuster und deren -ursache. Aus diesem Grund gibt nachstehendes Kapitel Einblick in die Diagnose und Analyse eines Fehlers. Dafür werden beispielhaft einige Fehler aus der Literatur aufgegriffen und im Hinblick auf das Fehlermuster klassifiziert. Auf die darauf aufbauenden Lern- und Lösungsstrategien, wie beispielsweise das Arbeiten mit Umkehrprobe, Ableitungsstrategien, Nachbaraufgaben oder das Veranschaulichen mit Material wird in dieser Arbeit nicht eingegangen.

Als Abschluss dieses zentralen Kapitels wird ein Überblick über die aktuelle Forschung gegeben.

4.1 Die kognitiven Prozesse des Lernens aus Fehlleistungen

Lernen baut auf vorhandenen Wissens- und Erfahrungselementen auf und verändert diese durch einen eigenaktiven Umbau mentaler Strukturen. Fehler entstehen häufig durch den Aufbau falscher Verbindungen oder Verknüpfungen (Prediger & Wittman, 2009, S. 7ff). Neues Wissen wird deutlich erfolgreicher im Gedächtnis verankert, wenn es auf Basis vorhandener Wissensstrukturen generiert wird. Dies gilt auch für bereits aufgebaute falsche Verbindungen. Diese These wird unter anderem von den Ergebnissen einer amerikanischen Untersuchung (Butterfield & Metcalfe, 2006), zum Einfluss des Grades an vermeintlicher Gewissheit falscher

Überzeugungen auf die Fähigkeit diese zu korrigieren, gestützt. Die Studie überprüfte die Hypothese, dass Menschen mit fest verankerten fehlerhaften Vorstellungen sich schwieriger von der korrekten Lösung überzeugen lassen, als jene die bezüglich der Korrektheit der Annahme unsicher waren. Tatsächlich ergab die Untersuchung jedoch das Gegenteil. Fehlerhafte Überzeugungen, die mit großer Sicherheit vertreten wurden, konnten erheblich nachhaltiger und erfolgreicher berichtigt werden. Die betreffenden Personen konnten nach einer korrigierenden Rückmeldung in späteren Tests mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit die erwünschte Lösung angeben. Erklärt wird dieser Effekt dadurch, dass Menschen mit einem hohen Überzeugungsgrad äußerst überrascht auf das korrigierende Feedback reagierten. Sie erhöhten dadurch ihre Aufmerksamkeit, was dazu führte, dass das neue Wissen stärker im Gedächtnis verankert wurde. Auch in späteren empirischen Untersuchungen konnte dieses Ergebnis laut Schuhmacher (2008, S. 62ff) bestätigt werden.

Ein weiterer wichtiger Aspekt der Generierung von Wissen aus Fehlern ist, dass sich die Überwindung von Hürden förderlich auf die Lernmotivation auswirken kann. Die Motivation hat großen Einfluss auf den Lernprozess, dies unter anderem durch die Erhöhung des Aktivitätsniveaus, welches Einsatz und Zeitaufwand für das Erreichen des Ziels direkt beeinflusst. Darüber hinaus steuert sie zu einem großen Teil wie ambitioniert Ziele gesetzt und mit wie viel Ausdauer diese gesetzten Ziele, vor allem beim Auftreten von Hindernissen oder Misserfolgen, verfolgt werden (Schuhmacher, 2008, S. 51ff). Ein Fehler motiviert Neues auszuprobieren und regt zum Weiterlernen sowie zum Suchen und Entdecken von Zusammenhängen an. Dies führt wiederum zu einem freudigeren Lernen und damit auch zu nachhaltigeren Lernprozessen (Spiegel & Selter, 2018, S. 37). Viele Untersuchungen belegen die Bedeutung des Erlebens der eigenen Kompetenzen für die Entwicklung von intrinsischer Motivation. Intrinsische Motivation meint eine innere, aus sich selbst entstehende Form der Motivation. Im Vergleich von Schülerinnen und Schülern mit vergleichbaren geistigen Fähigkeiten erbrachten diejenigen die besseren Leistungen, welche ein positiveres Konzept ihrer eigenen Fähigkeiten besaßen. Daraus lässt sich die Schlussfolgerung ziehen, dass sich die Befähigung zur Einschätzung der eigenen Kompetenzen enorm auf die schulische Leistungsfähigkeit auswirkt. Begründen lässt sich dies dadurch, dass das Erfahren und Erproben der eigenen Begabungen in der Interaktion mit der Umwelt ein Grundbedürfnis von Menschen darstellt (Schuhmacher, 2008, S. 51ff).

Intrinsisch motiviertes Lernen allein reicht jedoch nicht aus, um einen gemachten Fehler in eine nachhaltige Lernchance zu verwandeln. Aus Angst vor Fehlern verharren Schülerinnen und Schüler oftmals beim Rechnen mit Automatismen. Sie wenden eingelernte Formeln und Verfahren an, ohne über Einsichten in mathematische Vorgänge und Konzepte zu verfügen (Spiegel & Selter, 2018, S. 37). Gerade dieses mangelnde konzeptionelle Verständnis erhöht

aber die Fehleranfälligkeit bei mathematischen Rechen- und Problemlösungsvorgängen enorm. Schuhmacher (2008, S. 58ff) betont, dass mechanisch auswendiggelernte Regeln für Rechenoperationen und Lösungsverfahren meist schnell wieder vergessen werden und sich nicht auf neue Probleme übertragen lassen. Der einzige Weg, um nachhaltige Lernerfolge zu generieren, welche sich flexibel anwenden und somit auch auf neue Problemstellungen transferieren lassen, ist es das unverstandene Auswendiglernen durch konzeptuelles Verstehen von mathematischen Prinzipien und Strukturen zu ersetzen. Zusätzlich ist diese vertiefende Einsicht Voraussetzung für ein selbsttätiges Bemerken und Verbessern von Fehlern. Konzeptuelles Wissen gibt Einsichten darüber, welche Schritte und Vorgehensweisen zulässig sind und welche nicht. Folglich kann der Lernende die einzelnen Schritte auf sein mathematisches Wissen beziehen und auf diese Weise auch auf ihre Richtigkeit überprüfen (Schuhmacher, 2008, S. 58ff). In Kapitel 2.1.2. wurde bereits auf dieses Lernen mithilfe von Abgrenzungs- und Fehlerwissen eingegangen.

Erhalten Schülerinnen und Schüler keine konkrete Information was sie falsch gemacht haben, wissen sie auch nicht wie eine ähnliche Aufgabe beim nächsten Versuch korrekt gelöst wird. Nur wer herausgefunden hat worin der Fehler besteht, kann die falschen Denkmuster identifizieren und verändern (Schuhmacher, 2008, S. 56f). Als Beispiel nennen Prediger und Wittmann (2009, S. 7ff) das Rechnen mit Brüchen. Nach dem Erlernen der Multiplikation passiert den Lernenden oftmals der Fehler, dass sie bei der Addition von Brüchen nach dem Schema „Zähler plus Zähler, Nenner plus Nenner“ vorgehen. Ein gezielter Vergleich der beiden Rechenverfahren führt dann zum sinnvollen Aufbau von Abgrenzungswissen. Oser et al. (2005, S. 32) bezeichnet diese Vorgehensweise als „Kontraste bilden“.

Als zentrale Rahmenbedingungen für ein Lernen aus Fehlern nennen Oser et al. (ebd.) folgende drei Punkte. Lernende müssen...

1. den Fehler erkennen. Dabei müssen sie nicht nur erkennen, dass etwas falsch ist, sondern auch worin der Fehler liegt.
2. den Fehler erklären können und verstehen, wie es zur Fehlleistung gekommen ist.
3. die Möglichkeit haben den Fehler zu korrigieren, damit sie lernen in Zukunft den korrekten Lösungsansatz zu wählen. Dabei muss dem Lernenden unbedingt ausreichend Zeit für diese eigenverantwortliche Korrektur eingeräumt werden. Das bedeutet jedoch nicht, dass die Lehrkraft keine Hilfestellung geben soll. Im Gegenteil, kompetente Unterstützung ist an dieser Stelle oftmals entscheidend.

Eine fachkundige Thematisierung und Analyse von Fehlern verhindert also nicht nur, dass diese wiederholt werden, sondern führt auch zu einem Verstehen der Mathematik als Wissenschaft von Mustern und Strukturen.

4.2 Fehler als Diagnosechance für die individuelle Förderung des Lernenden

Fehler können bei kompetenter Nutzung als Orientierungshilfe für die Lehrperson dienen, um eine Grundlage für individuelle Fördermaßnahmen zu erhalten. Verfügen Lehrkräfte über ein differenziertes Bild von den Kompetenzen und Defiziten der Kinder, kann auf Basis dieser personenbezogenen Lernstände der nachfolgende Unterricht nachhaltig und angepasst an die individuellen Bedürfnisse eines jeden Kindes gestaltet werden. Eine Förderung ohne kompetente Diagnose ist nicht zweckmäßig und wird, vor allem wenn das Kind systematische Fehler begeht, eher zur Festigung des Fehlermusters beitragen. Das Wissen über konkrete Lernstände der Kinder ermöglicht der Lehrperson weiters eine individuelle und personenbezogene Bewertungsnorm, die dem Kind hilft, seine eigenen Fähigkeiten und Lernfortschritte einzuschätzen. Wie im vorigen Kapitel aufgezeigt ist dies ein wichtiger Faktor für einen intrinsisch motivierten Lernprozess (Sundermann & Selter, 2006). Dafür ist allerdings eine klare Trennung von Lern- und Bewertungssituation notwendig. Die Leistungen von Schülerinnen und Schülern werden laut Helmke (2015, S. 230ff) immer noch nicht differenziert genug eingeschätzt. Kurzfristig werden die Lernenden oftmals durch zu stark vorgegebene, zwar kleinschrittige, aber dennoch zu schnell abgeschlossene Abhandlungen des Lernstoffes überfordert. Langfristig wird der nachhaltige Lernerfolg dafür oft überschätzt. Punktueller Leistungsfeststellungen in Form von Schularbeiten oder Tests sind als Feststellung von Lernständen und -möglichkeiten der Kinder meist unzureichend, da sie erstens zu sehr die Bewertung der Kinder im Blick haben und zweitens größtenteils keine Rückschlüsse auf die Denk- und Lösungswege der Kinder zulassen. Um den vielschichtigen Entwicklungen der Kinder ausreichend gerecht zu werden, ist es erforderlich regelmäßige Bestandsaufnahmen der Kompetenzen der Kinder zu machen. Reine Leistungsüberprüfungen finden außerdem zu selten statt um ein differenziertes Bild der Entwicklungsprozesse zu zeigen. Für eine regelmäßige Dokumentation eignen sich beispielsweise sogenannte diagnostische Standortbestimmungen (Götze, Zannetin, & Selter, Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders - Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht, 2019, S. 164ff).

4.2.1 Diagnostische Standortbestimmung

Diagnostische Standortbestimmungen dienen der zielgerichteten Ermittlung individueller Entwicklungsstände und Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern. Diese Art der Testung

kann mündlich, schriftlich oder mittels Beobachtung durchgeführt werden. Außerdem kann sie mit oder ohne Material stattfinden. Der Vorteil einer mündlichen Standortbestimmung liegt in der Möglichkeit explizite Nachfragen zu tätigen. So können die Überlegungen der Kinder ideal nachvollzogen werden. Außerdem fallen so eventuelle Sprachbarrieren und Verständnisprobleme weg. Viele Kinder können ihre Denkvorgänge noch nicht verständlich und nachvollziehbar verbalisieren. Durch die mündliche Form der Testung kann die Lehrkraft helfen Sprachbarrieren zu meistern und erhält bei unzureichenden Erklärungen durch gezieltes Nachfragen Rückschlüsse auf das Denken der Kinder. Meist werden diese Überprüfungen zu Beginn oder Ende der Behandlung eines zentralen Themas, wie zum Beispiel dem Erlernen eines schriftlichen Rechenverfahrens ausgeführt. Falls notwendig kann die Überprüfung auch während der Übungsphase eines Rahmenthemas erfolgen, beispielsweise wenn die Lehrkraft Fehlerursachen oder -muster bei einem Kind aufdecken möchte. Wichtig ist, dass diese Testungen nicht in die Beurteilung des Kindes einfließen. Sie dienen ausschließlich der Eruierung von Lernständen, um die Gestaltung des Unterrichts und primär die individuellen Förder- und Lernmaßnahmen für das Kind zu planen. Wesentlich sind dabei passende Aufgaben mit ausreichend Diagnosegrundlage (Selter, 2020). Untenstehende Grafik zeigt, wie diese Aufgaben aussehen können.

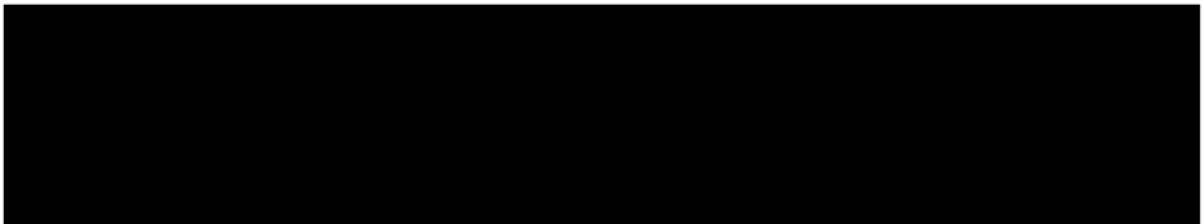


Abbildung 6 Diagnoseaufgaben (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)

Jede Rechnung weist eine andere Schwierigkeit auf. Bei der ersten Rechnung bereitet der Übertrag des Zehners in die leere Hunderterstelle potenzielle Probleme. Die zweite Rechnung weist zweimal die Null im Ergebnis auf. Dadurch wird auch der Übertrag in die Zehnerstelle erschwert. Aufgabenbeispiel drei beinhaltet ein Ergebnis über 1000 und einen Übertrag der Hunderterstelle. Untenstehend ist anhand eines Beispiels ersichtlich, dass das Kind den Übertrag in die Tausenderstelle nicht vorgenommen hat. Diese Vorgehensweise lässt auf eine mangelhafte Vorstellung bezüglich der Größenordnung von Zahlen schließen.

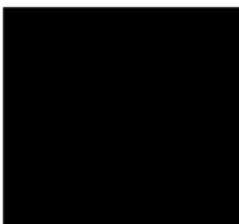


Abbildung 7 Übertrag Hunderterstelle (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)

Die letzte Aufgabe konfrontiert die Kinder mit einem ungewöhnlichen Stellenunterschied, da der kleinere Summand an erster Stelle ist. Zusätzlich gibt es einen Übertrag zur Null in der Zehnerstelle (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020). Nachfolgend finden sich zwei fehlerhafte Berechnungen der Aufgabe d). Die erste Berechnungsdarstellung zeigt einen typischen Fehlungang mit der leeren Stelle eines Summanden. Dabei schreibt das Kind an die betreffende Stelle keine Ergebnisziffer. Im zweiten Beispiel findet sich ein gängiger Fehler beim Rechnen mit der Null. Das Kind ist der Auffassung, dass Additionsaufgaben mit einer Null in einem der Summanden stets auch Null als Ergebnis haben.

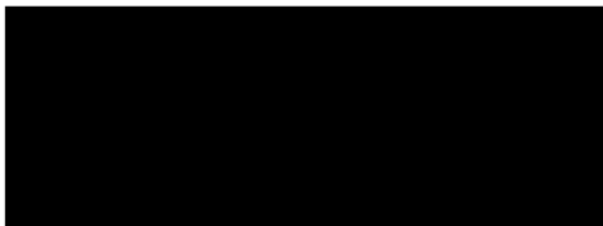


Abbildung 8 Stellenunterschied und Übertrag zur Null (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)

Die folgende Grafik zeigt eine Aufgabenstellung, bei der die Kinder Zusammenhänge erkennen sollen. Die Lehrperson erhält hier außerdem Einblicke in die Denkwege der Kinder und kann dementsprechend genau erkennen, wo etwaige Fehler passiert sind.

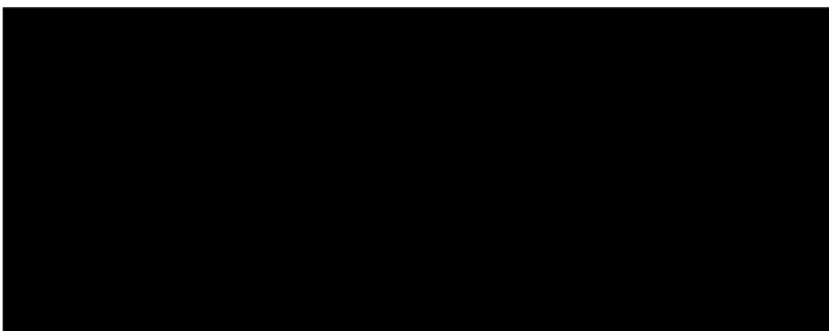


Abbildung 9 Entdeckerpäckchen (Selter, 2010)

4.3 Fehleranalyse

Fehlermuster werden meist einem inhaltlichen Bereich in der Mathematik zugeordnet. Jeder mathematische Inhaltsbereich birgt andere Schwierigkeiten und fehleranfällige Strukturen. Hier soll nun hauptsächlich auf Fehlermuster in der Arithmetik eingegangen werden. Eine erste Unterteilung erfolgt dabei laut Götze et al. (2019) in Zähl- und Rechenfehlern. Beide Fehlerarten jeder Rechenoperation verfügen über eigene Fehlermuster. Bei den halbschriftlichen und schriftlichen Rechenverfahren wird primär in Rechen- und Verständnisfehler unterteilt. Radatz (1980) nimmt eine vergleichbare Klassifizierung vor. Die vorliegende Arbeit stützt

sich jedoch auf die Abhandlung von Götze et al. (ebd.), da dies die aktuellere Quelle darstellt und ein Vergleich beider Publikationen das Ausmaß der Arbeit überschreiten würde.

Ein Fehlermuster, dass sich in der Literatur häufig findet und bereichsübergreifend auftritt, ist der Perseverationsfehler (Radatz, 1980, S. 18f). Auf diesen wird deshalb nachstehend kurz eingegangen.

Der Umfang dieser Arbeit lässt nicht zu, dass auf alle bekannten Fehlermuster eingegangen wird. Da aber gerade das Fehlermuster bei der Diagnostik der Fehlerursache sowie der nachfolgenden Ableitung der Förderstrategie von unabdinglicher Bedeutung ist, soll hier zumindest eine grobe Übersicht erfolgen. Zur Veranschaulichung werden beim Kopfrechnen und den halbschriftlichen Verfahren jeweils die Fehlermuster bei der Addition skizziert. Da bei den schriftlichen Rechenverfahren fast 80% der Fehler auf systematische Fehler zurückzuführen sind (Selter, 2010), werden dazu einzelne gängige Fehlermuster für alle vier Operationsarten beschrieben. An dieser Stelle sei auf das Plädoyer von Gaidoschik (2011) verwiesen, welcher ein Umdenken beim Lehren der schriftlichen Rechenverfahren fordert. Nicht das automatische Abspulen von eingelernten Rechenschritten, sondern das Verstehen der dahinterliegenden Algorithmen sollte im Vordergrund stehen. Ziel sollte ein erhöhtes Stellenwert- und Größenverständnis sowie ein kritisch hinterfragender Umgang mit der Verfahrensart sein. Verstehendes Anwenden der Verfahren hilft Fehler vorzubeugen und unterstützt ein förderliches Arbeiten mit begangenen Fehlern. Ein Beispiel von Spiegel und Selter (2018) zeigt, welche große Bedeutung Kinder den schriftlichen Rechenverfahren zuschreiben. Die Lehrkraft fragt ein Kind nach der Lösung von $701 - 698$. Das Kind rechnet gemäß schriftlichem Algorithmus wie folgt: „8 minus 1 gleich 7, 9 minus 0 gleich 9, 7 minus 6 gleich 1. 197!“ Auf Nachfrage der Lehrperson, ob die Rechnung auch anders gelöst werden kann, rechnet das Kind folgendermaßen: „Von 698 bis 700 sind es 2 und von 701 bis 700 ist es 1, also sind's 3.“ Die Lehrperson initiiert darauffolgend ein Gespräch mit dem Kind, ob beide Ergebnisse korrekt sein können. Das rechnende Kind kommt zu dem Schluss, dass das schriftlich gerechnete Ergebnis stimmen muss. Dies argumentiert es dadurch, dass es dieses Ergebnis „[...] richtig ausgerechnet und das andere [...] nur so hopp-di-hopp im Kopf überlegt“ hat (ebd).

4.3.1 Perseverationsfehler

Dabei wird eine Ziffer oder Zahl aus der Aufgabe in das Ergebnis übertragen. $16 + 3 = 13$ könnte beispielsweise zu diesem Fehlertypus gezählt werden (Götze, Zannetin, & Selter, Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders - Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht, 2019, S. 69). Auch in nachfolgender Grafik ist, aufgrund der dominanten Rolle die die Ziffer 6 einnimmt, von einem Perseverationsfehler auszugehen.



Abbildung 10 Perseverationsfehler (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, www.kira.dzlm.de, 2020)

4.3.2 Fehler beim Einspluseins

Im Bereich des Kopfrechnens wird beispielhaft der Bereich des Einspluseins herangezogen. Der Großteil der genannten Fehlermuster lässt sich aber auch auf das Einsminuseins übertragen.

Folgende Zählfehler sind laut Götze et al. (2019, S. 69) beim Kopfrechnen häufig anzutreffen:

- „Eins- und-eins-Fehler der Nähe um - 1“: Das Kind beginnt bereits beim Zahlwort des ersten Summanden zu zählen. $4 + 3$ rechnet es wie folgt unter Verwendung der Finger: 4, 5, 6. Das Ergebnis ist demnach 6.
- „Eins- und-eins-Fehler der Nähe um + 1“: Hier geschieht ebenfalls ein Fehler beim Weiterzählen. Das Kind beginnt korrekt zu zählen, ist dann jedoch unsicher, ob das zuletzt genannte Zahlwort oder bereits das nächste die korrekte Lösung ist.
- „Auslassung oder Doppelzählungen“: Zählzahlen oder Finger werden ausgelassen oder doppelt gezählt. Dies geschieht vor allem beim Zählen von Material oder Fingern.

Bei den Rechenfehlern werden folgende Arten genannt (ebd. S.69):

- „Falsche Stellenzuordnung“: Die Addition erfolgt nicht stellengerecht, sondern meist ziffernweise. $15 + 1 = 25$ oder $5 + 15 = 65$
- „Zehnerüberschreitung nicht beachtet“: Dabei führt eine zu starke Fokussierung auf den Zehnerübergang und den Einer dazu, dass der Zehner im Ergebnis vergessen wird. $4 + 9 = 3$
- „Kippfehler (falsche Richtung einer Teiloperation)“: Das Kind rechnet bis zum Zehner und wechselt dann in eine andere Rechenoperation. Bei $8 + 5 =$ füllt es also zuerst auf 10 auf und subtrahiert anschließend die restlichen 3. Das Ergebnis lautet demnach 7.
- „Verwechseln der Operation“: Dies tritt häufig dann auf, wenn der Wert des ersten Summanden höher als der des zweiten ist. Es wird subtrahiert statt addiert. $8 + 3 = 5$.

- „Zwischenergebnisse als Lösungen“: Ein Beispiel für dieses Fehlermuster findet sich bereits im Problemaufriss. Das Kind notiert dabei ein Zwischenergebnis als Endlösung. „ $9 + 4$ sind 14. Ich habe das über $10 + 4$ gerechnet“
- „Störung der Richtung beim Zahlenlesen (Zahlendreher)“: Hier liegt ein Stellenwertfehler vor, welcher wahrscheinlich durch die inverse Sprech- und Schreibweise der Ziffern bedingt ist. $15 + 3 = 81$
- „Fehler mit der Null“: $17 + 0 = 10$. Fehler, die auf die Null zurückzuführen sind, finden sich in allen Bereichen der Arithmetik. Aus diesem Grund wird auf diese in Kapitel 4.3.8 noch gesondert eingegangen.
- „Abruffehler“: Das Kind begründet die Lösung mit: „Das weiß ich schon lange.“, hat die Rechnung jedoch falsch auswendig gelernt.

4.3.3 Fehler bei der halbschriftlichen Addition

Bei der halbschriftlichen Rechenmethode, auch gestütztes Kopfrechnen genannt, werden im Kopf durchgeführte Berechnungen durch schriftliche Notationen erweitert. Hier erfolgt nun eine kleine Auswahl an Fehlern, die bei dieser Rechenart im additiven Bereich häufig passieren.

Bei den Verständnisfehlern finden sich folgende Fehlermuster:

- „Anwendung der Umkehroperation“

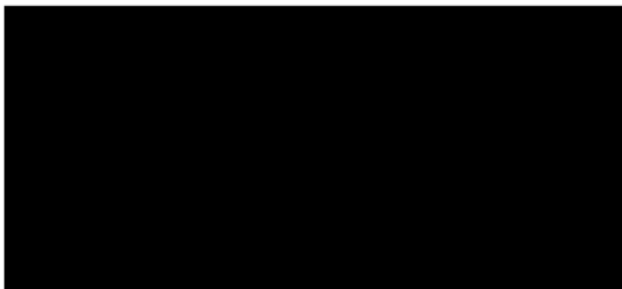


Abbildung 11 Umkehroperation (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)

Dabei wird der zweite Summand schrittweise vom ersten subtrahiert statt addiert. Das Anwenden der falschen Operationsart geschieht häufig auch nur bei Teilen der Rechnung. Das Kind beginnt zu addieren und subtrahiert dann bei einem Teil der aufgesplitteten Rechnung.

- „fehlerhafte Korrektur der Hilfsaufgabe“



Abbildung 12 Verwendung der Hilfsaufgabe (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)

Bei diesem Beispiel geschieht der Ausgleich der Hilfsaufgabe zwar, jedoch in die falsche Richtung. Die Ziffer Zwei wird addiert statt subtrahiert. Ein ähnlicher Fehler passiert häufig beim gleichsinnigen oder gegensinnigen Verändern der Aufgabe. $327 + 199 =$ wird dann beispielsweise gleichsinnig in $328 + 200 =$ verändert.

In der Kategorie der Rechenfehler werden folgende Fehler vorgestellt:

- „Plus-Eins-Fehler“

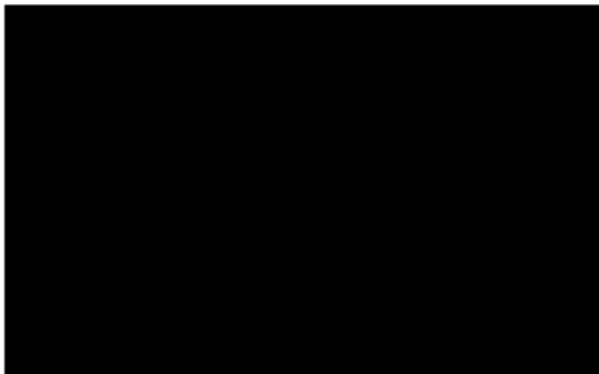


Abbildung 13 Plus-Eins-Fehler (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)

Viele Fehler geschehen an der Hunderter- oder Zehnerstelle. Bei der stellenwertgerechten Aufteilung beispielsweise kann an der Zehner- oder Hunderterstelle ein Rechenfehler vorkommen. So beginnt ein Kind etwa bei der Rechnung $413 + 298 =$ wie folgt: $400 + 300 = 800$ und rechnet dann anhand des falschen Zwischenergebnisses weiter. Der eben genannte Fehler könnte auch aus dem Notieren des Zwischenergebnisses als Lösung resultieren. Das Kind hat eventuell die Hilfsaufgabe $500 + 300 =$ zur Unterstützung herangezogen und auf den Ausgleich vergessen. Auch der oben abgebildete „Plus-eins-Fehler“ tritt beständig beim Rechnen an der Zehner- oder Hunderterstelle auf. Das Resultat ist dabei um eins größer oder kleiner als das korrekte Ergebnis.

- „Vernachlässigung der Stellenwerte“



Abbildung 14 Stellenwertfehler (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)

Eine mangelhafte Notation kann ebenso Ursache dieses Fehlermusters sein, wie ein fehlerhaftes oder ungenügendes Stellenwertverständnis.

- „Merkfehler“

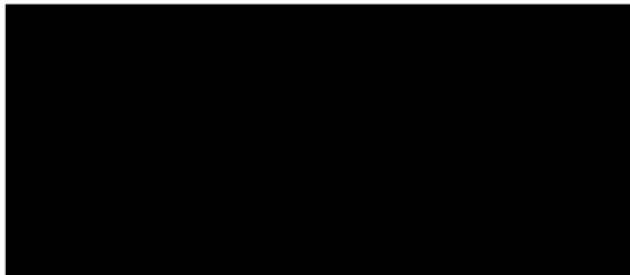


Abbildung 15 Merkfehler (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)

Teile der Rechnung werden entweder bereits beim Notieren nicht berücksichtigt, oder korrekt aufgeschrieben, aber nicht verrechnet. Beim obigen Beispiel wird der Zehner vergessen. Wird beim Arbeiten mit Zwischenergebnissen zum Beispiel ein richtig errechnetes Zwischenergebnis falsch zur Weiterrechnung übertragen, ist dies ebenfalls gegenständlichem Fehlermuster zuzuordnen (Götze, Zannetin, & Selter, 2019, S. 98ff).

4.3.4 Fehler bei der schriftlichen Addition

Das schriftliche Additionsverfahren ist für einen Großteil der Schülerinnen und Schüler das einfachste der vier Rechenoperationen und damit auch am wenigsten fehleranfällig. Die durchschnittliche Fehlerquote beträgt bei diesem Verfahren nur rund 5%. Trotzdem treten einige typische systematische Fehler gehäuft auf. Auf Grund der Einfachheit des Verfahrens und der geringen Fehleranfälligkeit werden sie aber besonders hier oft vorschnell fälschlicherweise als Flüchtigkeitsfehler klassifiziert. Obwohl dieses Operationsverfahren vielen Kindern vergleichsweise leicht fällt, ist es der erste komplexe Rechenalgorithmus mit dem die Grundschul Kinder in Kontakt kommen, weshalb ein grundlegendes Verständnis umso bedeutender ist (Padberg & Christiane, 2011, S. 229).

Bei den Rechenfehlern ist am häufigsten der bereits bei den halbschriftlichen Verfahren erläuterte „Plus-Eins-Fehler“ anzutreffen.

Unter die Kategorie Verständnisfehler fallen folgende:

- „Übertragsfehler“:

Übertragszahlen werden dabei entweder generell nicht notiert, oder trotz korrekter Anführung nicht beim Rechenvorgang berücksichtigt. Manchmal werden sie auch nur an bestimmten Stellen, wie beispielsweise, wenn die Hunderterstelle beim ersten oder zweiten Summanden frei bleibt, nicht zur Berechnung herangezogen. Auch bei den Ziffern Null oder Neun werden die Übertragszahlen oftmals nicht notiert. Passiert ein Übergang zur noch leeren Tausenderstelle, wie zum Beispiel bei der Rechnung $679 + 482 =$ wird der Übertrag auch oft entweder gar nicht aufgeschrieben oder trotz Notation nicht mitgerechnet. Ein weiteres Fehlermuster in dieser Kategorie ist das Notieren des Übertrags in der falschen Spalte. Dieses Fehlermuster trifft etwa zu, wenn der Übertrag aus dem Einer in der Hunderterspalte aufgeschrieben wird (Götze, Zannetin, & Selter, 2019, S. 126f).

- „Stellenwertfehler“:

Haben die beiden Summanden eine unterschiedliche Stellenanzahl wird oftmals bei der letzten Stelle kein Ergebnis notiert. Es passiert auch vermehrt, dass die Stellenwerte nicht stellenwertgerecht untereinander geschrieben werden (ebd.).

2 3 4

1 5

3 8 4

- „Fehler beim Operationsverständnis“:

4 8 1

6 5 1

1

1 1 3 0

Dabei wird entweder - wie oben ersichtlich - teilweise oder zur Gänze die falsche Rechenoperation angewandt (ebd. S. 127). Die nächste Rechnung zeigt das Addieren in die falsche Rechenrichtung. Dieses Fehlermuster bleibt oftmals lange unbemerkt, weil es erst beim Rechnen mit Übertrag zu nicht korrekten Resultaten führt.

2 7 1

3 7

1

2 0 9

4.3.5 Fehler bei der schriftlichen Subtraktion

Die schriftliche Subtraktion verzeichnet eine hohe Fehleranfälligkeit, weil nur wenige Schülerinnen und Schüler den Algorithmus hinter dieser Operationsart tatsächlich verstanden haben. Man unterscheidet zwischen Entbündeln, Erweitern und Auffüllen. Beim Entbündeln und Erweitern gibt es außerdem eine Unterteilung in Abziehen und Ergänzen (Radatz, Schipper, Ebeling, & Dröge, 1999). In Österreich wird dabei traditionell mit dem Ergänzungsverfahren gearbeitet. Die Nutzung dieses Verfahrens ist auch im österreichischen Lehrplan festgeschrieben. Dies ist der Grund warum in diesem Kapitel auch dezidiert auf einige Fehlertypen beim Rechnen mit dem Ergänzungsverfahren eingegangen wird.

Auch bei diesem Rechenverfahren sind „Plus-Eins-Fehler“ bzw. hier eher „Minus-Eins-Fehler“ sehr zahlreich vertreten. Zusätzlich kommen viele Fehler beim Rechnen mit der Null vor.

Bei den Verständnisfehlern gibt es einerseits die „Anwendung der Umkehroperation“, also ein stellenweises oder gänzlich Addieren statt dem gewünschten Subtrahieren sowie das Subtrahieren der kleineren Ziffer von der größeren, unabhängig davon, ob sie im Minuenden oder im Subtrahenden vorkommt.

Die Kategorie Stellenwertfehler umfasst wie bei der schriftlichen Addition das nicht stellengerechte Notieren der Zahlen, was vor allem dann zu beobachten ist, wenn Minuend und Subtrahend eine unterschiedliche Stellenanzahl aufweisen. Hierauf wird jedoch nicht näher eingegangen, da die Fehlermuster jenen im schriftlichen additiven Bereich sehr ähnlich sind.

Den Entbündelungsfehlern sind folgende Fehlermuster zuzuordnen:

- „Nichtberücksichtigung des Entbündelns im Minuenden“:

$$\begin{array}{r} 6 \ 7 \ 3 \\ - \ 3 \ 5 \ 6 \\ \hline 3 \ 2 \ 7 \end{array}$$

Die Entbündelung bei 13 - 6 wurde zwar durchgeführt, jedoch nicht im entbündelten Stellenwert berücksichtigt. Es ist auch eine Nichtberücksichtigung der Entbündelung nur an bestimmten Stellen denkbar. Ein weiterer typischer Fehler ist das Entbündeln bei Wertgleichheit im Minuenden und im Subtrahenden. Die Null wird korrekt aufgeschrieben, aber in der nächsten Stelle entbündelt (Götze, Zannetin, & Selter, 2019, S. 132).

Folgend werden nun jene gängigen Fehlermuster beleuchtet, die ausschließlich beim Ergänzungsverfahren auftreten.

Ein sehr häufig auftretender Fehler ist beispielsweise das gänzliche oder fallweise Nicht-Notieren der Übergangsziffern. So werden beispielsweise von manchen Kindern nur bei Auftreten der Zahlen 9 oder 0 keine Übergangsnotationen vorgenommen.

Bei nachstehender Beispielrechnung wird aufgrund der leeren Hunderterpalte beim Subtrahenden keine Übergangsziffer aufgeschrieben.

$$\begin{array}{r} 9 \ 3 \ 7 \\ - \quad 8 \ 9 \\ \hline 9 \ 4 \ 8 \end{array}$$

Aber auch bei Notation von Übergangsziffern treten Probleme auf. Manchmal werden diese zwar notiert, jedoch beim Rechnen trotzdem nicht berücksichtigt. Auch ein Notieren in der falschen Spalte kommt oftmals vor, wie untenstehendes Beispiel aus der Literatur zeigt (Götze, Zannetin, & Selter, 2019, S. 131f). Bei diesem Beispiel wird die Übergangsziffer nicht in der Zehner- sondern fälschlicherweise in der Hunderterstelle vermerkt.

$$\begin{array}{r} 5 \ 3 \ 2 \\ - \quad 2 \ 0 \ 9 \\ \hline 2 \ 3 \ 3 \end{array}$$

Ein weiterer für die Berechnung anhand des Ergänzungsverfahrens typischer Fehler ist, dass bei Wertgleichheit von Minuend und Subtrahend fälschlicherweise eine Übergangsziffer notiert wird. Untenstehende Rechnung verdeutlicht dies.

$$\begin{array}{r} 4 \ 5 \ 2 \\ - \quad 2 \ 5 \ 1 \\ \hline 1 \ 0 \ 1 \end{array}$$

Das Kind rechnet dabei wie folgt: 5 und wieviel ist 15 → 5 und 10 ist 15. Null an und eins weiter. Es notiert die Null und die Übergangsziffer Eins in der Hunderterpalte. Das nun folgende Beispiel zeigt dasselbe Fehlermuster, allerdings in Kombination mit der Null im Minuenden. Das rechnende Kind ermittelt die Differenz von 10 zu 20 und vermerkt deshalb die Zwei als Übergangsziffer in der Hunderterpalte.

$$\begin{array}{r} 7 \ 0 \ 1 \\ - \quad 4 \ 9 \ 8 \\ \hline 1 \ 0 \ 3 \end{array}$$

Beim nächsten Aufgabenbeispiel hat das Kind im Anschluss an die Berechnung 1 und wieviel ist 8 eine Übergangsziffer aufgeschrieben.

$$\begin{array}{r} 6 \ 8 \ 7 \\ - \ 3 \ 1 \ 5 \\ \hline 2 \ 7 \ 2 \end{array}$$

4.3.6 Fehler bei der schriftlichen Multiplikation

Mangelhafte Kenntnisse des Einmaleins und des Einspluseins stellen bei diesem Rechenalgorithmus eine große Hürde dar. Neben Nullfehlern treten unter der Kategorie der Rechenfehler auch beim multiplikativen Verfahren ebenso häufig Fehler beim Rechnen mit der Eins auf.

$a \text{ mal } 1 = 1$ oder $1 \text{ mal } a = 1$ sind gängige falsche Anwendungen beim Multiplizieren mit dieser Ziffer.

Bei den Verständnisfehlern finden sich folgende Fehlermuster:

- „Übertragsfehler“:

$$\begin{array}{r} 3 \ 5 \ 2 \ . \ 4 \ 4 \\ 1 \ 2 \ 2 \ 0 \ 8 \\ 1 \ 2 \ 2 \ 0 \ 8 \\ \hline 1 \ 3 \ 4 \ 2 \ 8 \ 8 \end{array}$$

Bei obiger Rechnung rechnet das Kind alle Teilprodukte richtig aus, notiert die Übertragsziffer allerdings anstatt sie zum nächsten Teilprodukt zu addieren. Die nachstehende Rechnung zeigt wiederum ein Beispiel bei dem das Kind sich die falsche Übertragsziffer merkt. Beim Teilprodukt 32 wird die Drei notiert und die Zwei gemerkt und zum nächsten Teilprodukt addiert (ebd. S. 134ff).

$$\begin{array}{r} 2 \ 3 \ 8 \ . \ 4 \\ 1 \ 2 \ 1 \ 3 \end{array}$$

Auch der Fehler, dass Überträge nur teilweise oder gar nicht notiert bzw. beim Rechenvorgang berücksichtigt werden, ist vielfach vertreten. Bei der nachfolgenden Rechnung wurde der Übertrag zwar richtig berücksichtigt, jedoch nicht nach der Multiplikation, sondern davor addiert. Statt $(7 \cdot 4 + 5) =$ wird $7 \cdot (4 + 5) =$ gerechnet (ebd. S. 134f).

$$\begin{array}{r} 3 \ 4 \ 8 \ . \ 7 \\ 6 \ 3 \ 3 \ 6 \end{array}$$

- „Stellenwertfehler“:

Das stellengerecht korrekte Notieren der Teilprodukte ist ebenfalls eine Hauptschwierigkeit beim schriftlichen Multiplizieren. Entweder werden die Teilprodukte bündig untereinander geschrieben oder sie werden vertauscht versetzt angeordnet. Folgende Rechnung zeigt, wie dies aussehen kann (ebd. S. 135):

$$\begin{array}{r}
 \underline{1\ 2\ 3\ \cdot\ 4\ 5} \\
 4\ 9\ 2 \\
 \underline{6\ 1\ 5} \\
 6\ 6\ 4\ 2
 \end{array}$$

4.3.7 Fehler bei der schriftlichen Division

Unter den schriftlichen Grundrechenverfahren stellt die schriftliche Division die höchsten Ansprüche an Grundschulkinder. Einerseits ist das Verfahren selbst eine komplexe Abfolge von Operationsschritten und andererseits erfordert es das sichere Beherrschen des Kopfrechnens in allen vier Grundrechenarten, ganz besonders des Einmaleins. Um dieses schriftliche Operationsverfahren verstehend anzuwenden und Fehler zu vermeiden, benötigen Kinder Kenntnisse über das Dividieren sowohl als Enthaltensein sowie auch als Verteilen. Ist dieses Verständnis gegeben, ist die Grundlage für ein effektives und produktives Arbeiten mit Fehlern gelegt (Gaidoschik, 2011). Ein Fehlermuster, dass sich nur bei der Division findet, ist der falsche oder fehlende Umgang mit dem Rest. Dieser wird entweder gar nicht oder fehlerhaft aufgeschrieben.

Auf die Rechenfehler wird im Folgenden nur kurz eingegangen. Fehler beim Überschlagen des Teilquotienten sind dabei zahlreich. Das Kind übersieht beispielsweise, dass der Divisor noch einmal mehr in den Teildividenden gepasst hätte. Ein falsches Ermitteln der Teildivision oder Multiplikation ist ebenso häufig, wie ein falsches Notieren der Differenz.

Die Verständnisfehler lassen sich wie folgt zusammenfassen.

- „Stellenwertfehler“:

Hier finden sich vor allem Fehler beim Herunterholen der nächsten Ziffer. Diese wird entweder doppelt oder gar nicht heruntergeholt. Manchmal holen Kinder auch sofort mehrere Ziffern herunter. Untenstehendes Beispiel zeigt den Fehler „Ziffern werden an falscher Stelle heruntergeholt“. Das Kind notiert nicht stellengerecht. Dies ist bei 178 und bei 180 ersichtlich. Daher bildet es zweimal die Differenz und holt auch die Ziffer Null zweimal herunter.

$$1\ 3\ 7\ 8\ 0 : 2\ 0 = 6890$$

$$\underline{1\ 2\ 0}$$

$$\underline{1\ 7\ 8}$$

$$\underline{1\ 6\ 0}$$

$$1\ 8\ 0$$

$$\underline{1\ 8\ 0}$$

$$0\ 0\ 0$$

$$0\ 0\ 0$$

$$0$$

- „Operationsfehler“:

Dabei sind vor allem zwei Fehlermuster bekannt. Nämlich einerseits die fehlende und andererseits die doppelte Notation eines Teilquotienten. Das Ergebnis 2334 der Rechnung $936:4=$ zeigt zweiteres Fehlermuster.

4.3.8 Rechnen mit der Null

In der Arithmetik stellt die Null eine große Herausforderung für viele Schülerinnen und Schüler dar. Aus diesem Grund wird ihr in dieser Arbeit ein eigenes kurzes Unterkapitel eingeräumt. Diese Fehler resultieren einerseits aus einem mangelnden Verständnis der Null und andererseits aus einer Übergeneralisierung gelernter Konzepte, wie beispielsweise der Regel, dass bei einer Multiplikation mit Null nichts herauskommt (Wagner, 2003).

- Rechenfehler mit der Null:

Gerade folgendes falsches Rechenmuster ist beim Rechnen mit der Null häufig anzutreffen:

$$0 \text{ plus } a = 0$$

oder

$$a \text{ plus } 0 = 0$$

Dieses Muster lässt sich auf alle vier Grundrechenarten übertragen und sieht in der Multiplikation so aus:

$$0 \text{ mal } a = a$$

oder

$$a \text{ mal } 0 = a$$

Als Beispiel kann folgende Rechnung genannt werden (Götze, Zannetin, & Selter, 2019, S. 126, 134):

$$\underline{4\ 3\ 2\ .\ 4\ 0}$$

$$1\ 7\ 2\ 8$$

$$\underline{4\ 3\ 2}$$

$$1\ 7\ 7\ 1\ 2$$

Aber auch a minus a = a ist ein bekanntes Fehlerkonzept.

- Stellenwertfehler mit der Null:

Diese kommen insbesondere bei der schriftlichen Division vor.

Vor allem das Nichtberücksichtigen der Null entweder im Dividenden oder im Quotienten sind gängige Fehlerphänomene. Kommt die Null am Ende des Dividenden vor, wird sie entweder weggelassen oder als Rest notiert. Bei folgendem Beispiel wurde die Zwischennull nicht im Quotienten vermerkt (ebd. S. 138).

$$\begin{array}{r}
 22545 : 5 = 459 \\
 \underline{20} \\
 25 \\
 \underline{25} \\
 04 \\
 \underline{0} \\
 45 \\
 \underline{45} \\
 0
 \end{array}$$

4.4 Forschungsstand zum Fehler in der Mathematik

Auch wenn sich die Hattie-Studie (2014, S. 52ff) nicht direkt mit der Thematik dieser Arbeit beschäftigt, findet sie an dieser Stelle kurz Erwähnung, da sie die zunehmende Bedeutung der Fehlerkultur im Hinblick auf ein lernförderliches Unterrichtsklima in der Schulforschung untermauert. Wie bereits im Problemaufriss erläutert, belegt Hattie in seinen Forschungsergebnissen, dass ein vertrauensvolles Unterrichtsklima ein zentrales Element guten Unterrichts ist. Darunter versteht er konkret eine fehlerfreundliche Umgebung, in der Lernende und Lehrende Fehler machen dürfen. Die Lehrkraft muss in der Lage sein Fehler kompetent zu analysieren, von innen heraus zu erklären und darauf aufbauend geeignete Lernstrategien zu vermitteln. Er fordert eine Verlagerung der Perspektive der Schülerinnen und Schüler von persönlichen Selbstzweifeln hin zu einer hilfreich unterstützten Beschäftigung mit der Aufgabe, was einen konstruktiven Umgang mit auftretenden Fehlern oder Schwierigkeiten einschließt.

Eine der bekanntesten Studien in der Fehlerforschung im schulischen Bereich ist jene von Oser, Spychiger und den jeweiligen Kolleginnen und Kollegen. Die Forschergruppen rund um

Oser forscht seit etlichen Jahren zum Fehlerumgang in Schulen und entwickelt ihren Forschungsansatz dabei stetig weiter. Initiiert wurde die Forschung im Jahr 1994 mit der recht allgemeinen Fragestellung, was in einer Fehlersituation während des Unterrichts genau geschieht. Anhand einer Videoanalyse wurde konkret nach unterschiedlichen Fehlersituationen gesucht. Die daraus ausgewählten 20 Ausschnitte bestanden je zur Hälfte aus Fehlersituationen im Mathematik- und im Geschichtsunterricht, wobei Schülerinnen und Schüler der Primar- und Sekundarstufe vertreten waren. Die Untersuchung wurde insgesamt dreimal durchgeführt und lieferte zahlreiche Ergebnisse. An dieser Stelle ist vor allem die Information von Bedeutung, dass die Fehlervermeidungsdidaktik in beiden Unterrichtsfächern häufig anzutreffen war, im Geschichtsunterricht jedoch noch weit häufiger als im Mathematikunterricht (Oser, 1994). Die Studie legte den Grundstein für die Entwicklung eines Fragebogens, mit welchem die Sichtweise von beiden Seiten, also Lehrenden und Lernenden gleichermaßen aufgegriffen werden sollte. Ziel war es, herauszufinden wie beide Parteien den Umgang mit Fehlern im Schulalltag erleben und beschreiben. Der Fragebogen enthielt 71 Items, die in insgesamt zehn Dimensionen unterteilt werden können. Diese Kategorien lauten wie folgt:

- „(1) Nicht bloßstellen,*
- (2) Ermutigung und Fürsorge,*
- (3) Keine negativen Lehrperson-Reaktionen,*
- (4) Mitschüler-Reaktionen,*
- (5) Gute Strategien und Intensität der Auseinandersetzung mit Fehlern,*
- (6) Keine negativen Emotionen bei der Auseinandersetzung mit Fehlern,*
- (7) Bedeutsamkeitseinschätzung und Fehlerbereitschaft,*
- (8) Fehlertoleranz der Lehrperson,*
- (9) Umgang der Lehrperson mit eigenen Fehlern,*
- (10) Korrekturen und Repetitionsmöglichkeiten.“*

Bei der Erhebung an 33 Schulklassen aus der Schweiz konnte eine insgesamt recht positive Fehlerkultur festgestellt werden. Am niedrigsten fiel die Zustimmung bei jenen Faktoren aus, die die eigene Auseinandersetzung mit Fehlern betreffen, nämlich Dimension fünf und sieben. Auffällig war, dass das Ausmaß der negativen Emotionen bei einer guten Fehlerkultur nicht wie erwartet besonders niedrig, sondern im Gegenteil relativ hoch ausfiel. In Klassen mit schlechter Fehlerkultur war dagegen der Anteil an negativen Emotionen beim Machen eines Fehlers ausgesprochen gering. Dies lässt den Schluss zu, dass eine gänzliche Abwesenheit von

negativen Emotionen beim Fehlermachen nicht automatisch auf eine gute Fehlerkultur schließen lässt. Vielmehr ist ein gewisses Ausmaß an negativen Emotionen, wie beispielsweise das Ärgern oder die Scham über den Fehler, sogar ein essenzieller Bestandteil für die intensive Auseinandersetzung mit dem gemachten Fehler (Oser & Spychiger, 2005). Auf diesen Aspekt wird in Kapitel 8 der gegenständlichen Arbeit noch näher eingegangen. Positiv zu vermerken ist, dass Bloßstellen, Auslachen oder Diffamieren vergleichsweise nur selten vorkamen. Wuttke et al. (2008) wendet dazu jedoch ein, dass dieses Ergebnis kritisch zu betrachten ist. Die Fragebogenitems sind derart formuliert, dass sie klar als negativ einzustufendes Verhalten erkennbar sind. Auch der Zweck des Fragebogens und das Forschungsziel waren eindeutig aus dem Fragebogen herauszulesen. Trotz der Anonymität neigen Individuen dazu positiv besetzte bzw. erwünschte Antwortmöglichkeiten anzukreuzen, sofern diese als solche ersichtlich sind.

Im Zuge der laufenden Weiterentwicklung wurden die Frageelemente auf vier Dimensionen eingegrenzt, nämlich Fehlerfreundlichkeit, Lernorientierung, Normtransparenz und Fehlerangst. Der Bereich Normtransparenz umfasst dabei Items, wie etwa *„Wenn ich einen Fehler mache, verstehe ich oft nicht warum.“* oder *„Manchmal habe ich das Gefühl, dass meine Lehrerin mich nicht richtig versteht.“* Der Fragebogen wurde von Jugendlichen im Alter zwischen 12 und 15 Jahren ausgefüllt. Interessant war dabei, dass das Item *„Ich habe Angst, wenn ich im Unterricht Fehler mache.“* den höchsten Reliabilitätswert erreichte. Am ausgeprägtesten war der Wert mit 86% dabei bei den befragten Mädchen. Bei Migrantinnen und Migranten bzw. nicht-deutschsprachigen Jugendlichen erhielt das Item *„Ich schäme mich im Unterricht, wenn ich vor der Klasse Fehler mache.“* die größte Zustimmung (Spychiger, Kuster, & Oser, 2006).

Insgesamt weisen die Ergebnisse dieser Forschungen darauf hin, dass man durch einen lernförderlichen Umgang mit Fehlern neue Fehler vermeiden (35%), eigene Unsicherheiten und Defizite erkennen (19%), die eigenen Leistungen verbessern (13%) und das Richtige erkennen (12%) kann. Dies trifft am häufigsten auf sprachenbasierte Unterrichtsfächer, gefolgt von Mathematik, Literatur und Naturwissenschaften zu (Chott, 1999).

Gerade im mathematikspezifischen Bereich sind hinsichtlich Fehlerforschung, und zwar vor allem bei der spezifischen Fehlerdiagnostik, in den letzten Jahren einige Fortschritte zu verzeichnen.

So legten Tenbergern und Transchel (2010) den Fokus ihrer Untersuchung beispielsweise auf die Häufigkeit von systematischen Fehlern beim schriftlichen Additionsverfahren. Dafür wurden 1096 Aufgaben von Grundschülerinnen und -schülern ausgewertet. Die Aufgaben stamm-

ten aus einer selbst konstruierten Standortbestimmung. Bei der Auswertung der Testergebnisse waren lediglich 120 Aufgaben nicht korrekt gelöst, was einer Fehlerhäufigkeit von rund 11% entspricht. Knapp über die Hälfte dieser fehlerhaften Ausführungen konnten dem Fehlertyp „Fehler beim Übertrag“ zugeordnet werden. Dieses Ergebnis bestätigt die Forschung von Gerster (1982), welcher ebenfalls behauptet, dass etwa die Hälfte aller Fehler einem fehlerhaften Rechnen mit Übertrag zuzuschreiben sind. Etwa 56% der Übertragsfehler passierten, weil der Übertrag entweder gänzlich weggelassen oder trotz Notierung nicht mitgerechnet wurde. Am zweithäufigsten waren die Fehler auf Schwierigkeiten beim Einsundeins zurückzuführen, gefolgt von verschiedenen Rechenfehlern mit 40% (Tenbergen & Transchel, 2010). Ausgehend von diesen Ergebnissen haben Tenbergen und Transchel weitergeforscht. 137 Kinder wurden nach der Bedeutung des Übertrags und nach einer Erklärung des Algorithmus der schriftlichen Addition gefragt. Ein Drittel konnte korrekt begründen, was konkret beim Übertrag geschieht. 27% konnten zumindest beschreibend erklären, welche Vorgänge beim Übertrag erfolgen. Fast ein Viertel der Befragten stellten einen Bezug zum Stellenwert her ohne näher darauf einzugehen was beim Rechnen konkret geschieht und rund 27% konnten die Bedeutung des Übertrags nicht ausreichend erklären. Das Operationsverständnis wurde anhand der Aufforderung, den Rechenweg einer bereits gelösten Rechnung zu erklären, analysiert. Die Auswertung erfolgte unter Bezugnahme auf drei Kategorien. Kategorie 1, nämlich eine ausführliche Erklärung fand sich bei 44% der Kinder. Kategorie 2 stellte die allgemeine Beschreibung dar, welche von knapp einem Drittel der Befragten gegeben werden konnte. Die letzte Kategorie bedeutete, dass die Kinder eine unvollständige Beschreibung abliefern, was zu 25% zutraf. Untenstehend findet sich eine Auflistung der häufigsten Fehlerarten beim schriftlichen Additionsverfahren von Beyoglu und Kötterheinrich (2010).

Fehlertyp	Häufigkeit bei den fehlerhaften Lösungen bei Aufgabe 1, 2 & 4
Von links nach rechts berechnet	4,00 %
Subtraktion statt Addition	12,00 %
Falsches Stellenwertverständnis	9,78 %
Falsches Stellenwertverständnis → hinzufügen einer	
Ziffer an die Einerstelle	3,11 %
Kein Übertrag zur Leerstelle	7,56 %
Kein Übertrag zur Null	1,33 %
Übertrag vergessen	13,78 %
Ein Übertrag zu viel notiert	5,78 %
Übertrag an der falschen Stelle notiert	0,44 %
Probleme beim Rechnen mit der Null ($0 + x = 0$)	2,22 %
Rechenfehler bzw. Weiterzählfehler	40,00 %

Tabelle 1 Häufigkeit der Fehlertypen (Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik, 2020)

Käser (2011, S. 170ff) überprüfte wiederum die Fehlerhäufigkeiten bei allen vier schriftlichen Operationsverfahren anhand einer Testung von 1151 Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe I. Er begründet die Durchführung der Untersuchung mit Lernenden der Sekundarstufe damit, dass gemäß der Curricula für deutsche Schulen die Kompetenz arithmetische Operationen mit natürlichen Zahlen schriftlich durchzuführen mit Ende der Primarstufe erworben sein sollte. Lediglich 4,9% der Testobjekte wiesen Fehler beim additiven Verfahren auf. Die schriftliche Subtraktion lag mit einem Anteil von 29,4% fehlerhafter Lösungen nur knapp über der Multiplikation mit 29,1% Fehlern. Die Division war mit rund 30,6% am fehlerbehaftetsten. Da die Studie mit Probanden der Sekundarstufe durchgeführt wurde, wird hier nicht näher auf die Ergebnisse eingegangen. Käser führt jedoch bei der Ergebnisanalyse aus, dass die mathematischen Grundkenntnisse von deutschen Kindern als mangelhaft zu bezeichnen sind. Er bemängelt vor allem die ungenügende Vermittlung eines Verständnisses von basalen mathematischen Fähigkeiten in der Grundschule. Schülerinnen und Schüler benötigen ein tiefgreifendes Verständnis von elementaren mathematischen Operationen und dem Stellenwertsystem, um das Verstehen komplexer Zusammenhänge sowie ein selbstständiges mathematisches Arbeiten in weiterführenden Schulen zu ermöglichen. Dieses ist laut ihm nur ungenügend vorhanden.

Auch Flückinger (2006) spricht sich für ein vermehrtes Aufgreifen einer konstruktivistischen Fehlerbehandlung bereits während der Ausbildung von Lehrkräften aus, damit die theoretischen Ansätze auch in der Praxis umgesetzt werden können. Sie erforschte in ihrer Publikation mit dem Titel *„Formation au travail de l’erreur et didactique des mathématiques“*, die mathematikdidaktische Ausbildung von Lehramtsstudentinnen und -studenten hinsichtlich deren Umgang mit Fehlern und fand heraus, dass keine Übereinstimmung zwischen den tatsächlich ausgeführten Fehlerbehandlungspraktiken und den theoretischen konstruktivistischen Handlungskonzepten herrscht.

Cerny (2013) analysierte im Zuge einer Masterarbeit über welche Kenntnisse zum Umgang mit Fehlersituationen Grundschullehrerinnen und -lehrer in Österreich verfügen und ob sie der Fehlerkultur Effekte auf einen begabungsfördernden Unterricht zuschreiben. Im Zuge dieser Forschung wurde unter anderem die Hypothese aufgestellt, dass Lehrpersonen kaum über theoretisch fundierte Expertise zum Fehler im Unterricht verfügen, da während der Ausbildung der Umgang mit Fehlern von Schülerinnen und Schülern nur einen äußerst geringen Stellenwert einnimmt. Trotzdem sind sich die Lehrkräfte über die enormen Auswirkungen ihres Fehlerhandelns in der Interaktion mit den Lernenden bewusst und unterscheiden klar zwischen Lernprozessen und Beurteilungssituationen. Die Ergebnisse besagen, dass Lehrpersonen sich subjektiv trotzdem als sehr kompetent im Fehlerumgang einschätzen. Dabei greifen

sie auf während ihrer langjährigen Unterrichtserfahrung erlernte und erprobte Handlungsoptionen zurück. Ihrer eigenen Einschätzung nach, gehen Pädagoginnen und Pädagogen äußerst reflektiert und nach gut überlegten Handlungsmustern mit solchen Situationen um. Dabei wird vor allem Selbstkontrollmöglichkeiten eine wichtige Funktion im begabungsförderlichen Umgang mit Fehlern zugeschrieben (ebd. S. 82ff).

Die aufgestellten Thesen von Cerny (2013) und Flückinger (2006) dienen unter anderem als Grundlage für die Forschung der gegenständlichen Arbeit.

Die Forschung von Rathgeb-Schnierer (2006, S. 44ff) beschäftigt sich mit der Frage welche Faktoren die Wahl des Lösungsansatzes bzw. der Rechenstrategie beeinflussen. Sie kam zu dem Schluss, dass die Wahl des Rechenweges vielfältigen Einflüssen unterliegt. Neben der individuellen Zahlwahrnehmung, dem Wissen über Zahlen und Rechenoperationen bzw. den Beziehungen zwischen den einzelnen Aspekten ist auch von Bedeutung, über welche strategischen Werkzeuge die Kinder verfügen. Unter Strategiewerkzeuge wird unter anderem das Wissen über Ableitungsstrategien, Hilfsaufgaben, Nachbaraufgaben, Analogiewissen oder Auswendigwissen verstanden. Mit Zahlwahrnehmung meint sie das individuelle und spontane Erkennen von Aufgaben- und Zahleigenschaften, über die die konkrete und gerade bearbeitete Aufgabe verfügt. In ihrer Forschung stieß sie immer wieder auf nicht einzuordnende Verhaltensmuster bei der Wahl der Lösungsmethode. So wählten Kinder bei strukturgleichen Aufgaben unterschiedliche Rechenwege zur Lösung. Diese Entscheidung auf Grund der persönlichen Wahrnehmung des Aufgabenformates bzw. der Zahleigenschaften nennt sie Zahlwahrnehmung.

Zum Abschluss wird noch auf eine internationale Vergleichsstudie (Ambrus & Kinga, 2016), welche zum Thema der Fehleranalyse bei offenen Aufgaben in der Grundschule vorgenommen wurde, verwiesen. Dafür wurden 15 Schulklassen der dritten oder vierten Stufe aus sieben Grundschulen in Ungarn, Deutschland und Finnland mit der schriftlichen Bearbeitung einer offenen, mathematischen Aufgabe konfrontiert. Offene Aufgaben sind Problemstellungen, die mehrere Lösungswege und Interpretationen zulassen. Die Kinder mussten die in einen märchenhaften Kontext gesetzte Aufgabe alleine und ohne zusätzliche Hilfestellung, aber auch ohne Zeitvorgabe bearbeiten. Die weitgehend heterogen gewählten Klassen wiesen keinerlei Vorerfahrung mit offenen Aufgaben auf. Ein Großteil der Schülerinnen und Schüler arbeitete rund zehn Minuten an der Problemstellung. Die Studie belegte, dass in allen drei Ländern eine Vielzahl der von Radatz (1980) beschriebenen systematischen Fehlertypen bei der Bearbeitung der problemorientierten Aufgabe vorkamen. Einige der fehlerhaften Arbeiten waren auf sprachliche Barrieren, falsche Assoziationen bzw. Einstellungen oder Weglassen

von relevanten Bedingungen bei der Aufgabenstellung zurückzuführen. Eine genaue Auswertung, welche Fehlertypen wie oft zu verzeichnen waren, fehlte bei der Untersuchung jedoch.

4.5 Resümee

Dieses Kapitel zeigt die Bedeutung des Fehlers in nachhaltigen Lernprozessen. Ein guter Umgang mit Fehlern ermöglicht einerseits den Lernenden einen intrinsisch motivierten und aktiv verstehenden Zugang zur Mathematik sowie den Aufbau einer Kompetenz zur Problemlösung und selbstständigen Auseinandersetzung mit Fehlern oder komplizierten Aufgabenstellungen. Andererseits dient er der Lehrperson als Orientierung zur Gestaltung eines individuellen und nachhaltigen Unterrichts. Eine kompetente Fehleranalyse versetzt die Lehrperson in die Lage das Kind gezielt zu fördern und bei den differenzierten Lernvoraussetzung eines jeden Individuums anzusetzen. Systematische Fehler entspringen logischen Fehlvorstellungen, die durch eine individuelle Unterstützung der Lehrperson zu einem vertiefenden Verstehen der Mathematik führen. Dies geschieht unter anderem durch das Herstellen von Abgrenzungswissen, welches ein vernetztes Denken unterstützt. Die Behandlung der aktuellen Forschung zeigt auf, dass sehr häufig als Flüchtigkeitsfehler betitelte falsche Rechenergebnisse sehr wohl einen logischen Hintergrund haben. Gerade bei den schriftlichen Rechenverfahren ist der Anteil an systematischen Fehler erschreckend groß, weshalb ein gezieltes Ansetzen am Fehlerwissen dringend erforderlich ist, um ein auswendiggelerntes Abarbeiten von Formeln und Verfahren zu verhindern. Außerdem zeigt dieses Kapitel auf, dass Lehrpersonen häufig nicht über ausreichend theoretisches Wissen bei der Fehlerdiagnostik verfügen und auch die Anwendung einer Fehlervermeidungsdidaktik noch sehr gebräuchlich ist. Dabei häuft sich die Forderung nach einem verstärkten Aufgreifen der diagnostischen und methodischen Fehlerbehandlung bereits in der Ausbildung von Lehrerinnen und Lehrern.

Das nächste Kapitel behandelt daher eben diese problematische oder positive Umsetzung einer Fehlerkultur von Lehrkräften. Zu Beginn wird auf die Fehlerdidaktik eingegangen, wobei auch die oben bereits erwähnte Fehlervermeidungsdidaktik genauer erklärt wird. Anschließend greift diese Arbeit problematische Verhaltensweisen von Lehrpersonen in Fehlersituationen auf und beschreibt einige Methoden, welche als negativ einzustufen sind. Ferner erfolgt eine Beleuchtung der positiv besetzten Verhaltensmuster. Hier wird zuerst beschrieben, was eine gute Fehlerkultur ausmacht, was zu einer Erläuterung expliziter Methoden zum Umgang mit Fehlern bzw. zur Förderung einer guten Fehlerkultur führt. Gerade in Fehlersituationen wirkt sich die nonverbale Mitteilung der Lehrkraft enorm auf die Wahrnehmung der fehlerbesetzten Situation der Kinder und damit die Emotionen, die mit dem Fehler verbunden werden,

aus. Deshalb wird das folgende Kapitel mit einer kurzen Ausführung über nonverbale Kommunikation in Fehlersituationen abgeschlossen.

5 Der Fehler im Mathematikunterricht

Das vorliegende Kapitel befasst sich mit der Fehlerkultur an sich. Dabei werden zuerst die drei bedeutendsten Arten der Fehlerdidaktik erklärt. Im Anschluss geht es um die Lehrperson und ihren konkreten Umgang mit Fehlersituationen, wobei zuerst auf eine negativ besetzte Fehlerkultur und ihre Umsetzungsarten eingegangen wird. Darauf aufbauend beschäftigt sich das nächste Unterkapitel mit den Parametern einer positiven Fehlerkultur. Da nicht nur konkrete Methoden, sondern auch die nonverbalen Mitteilungen der Lehrperson nachweislich erheblichen Einfluss auf das Fehlerklima der Klasse haben, wird auch dieser Aspekt kurz angesprochen. Hierzu erfolgt jedoch nur eine kurze Abhandlung, da eine umfassende Behandlung den Umfang dieser Arbeit überschreiten würde.

5.1 Fehlerdidaktik

Nachstehend werden die drei wichtigsten didaktischen Vorgehensweisen im Kontext Fehlerkultur erläutert.

5.1.1 Fehlervermeidungsdidaktik

Diese Form der Didaktik sieht den Fehler als Makel, der dementsprechend sanktioniert, korrigiert oder ignoriert wird. Fehler sind vermeidbar und stören die Wegfindung zur korrekten Lösung (Spychiger, Fehlerkultur und Reflexionsdidaktik, 2010, S. 14f). Aus diesem Grund wird der Unterricht so gestaltet, dass Fehlersituationen so wenig wie möglich vorkommen, was meist in einer stark von der Lehrperson gesteuerten Unterrichtssituation resultiert. Diese Form des lehrerzentrierten Unterrichts ist dabei meist in kleine Schritte und für alle Lernenden erreichbare Ziele gegliedert. Fehler werden bei der Vermeidungsstrategie eher als Grundlage für Beurteilungen wahrgenommen. Ein wichtiger Faktor bei der Gegenüberstellung dieser gegenteiligen Formen der Didaktik ist der Faktor Zeit. Herrscht eine Atmosphäre der Fehlervermeidung wird den Kindern nicht ausreichend Zeit für eine korrekte Antwort bzw. vor allem für eine Korrektur der fehlerhaften Lösungsansätze gegeben. Häufig kommt es dann zum sogenannten Bermuda-Dreieck, welches untenstehend noch erläutert wird (Oser, Hascher, & Spsychiger, 1999, S. 164ff).

5.1.2 Fehlerermutigungsdidaktik

Bei der Fehlerermutigungsdidaktik gilt der Fehler als unumgänglich und hilfreich auf dem Weg zur Wissensaneignung. Es herrscht ein offenes und positives Fehlerklima, in dem Fehler

thematisiert werden. Sie stellen eine Herausforderung dar an der die Kinder wachsen können. Zu einem Konzept der Fehlerermutigung gehört auch, dass die Lehrkraft nicht unfehlbar ist, sondern offen mit ihren eigenen Fehlern umgeht. Positive und negative Rückmeldungen von Schülerinnen und Schülern werden ernst genommen und helfen der Lehrkraft bei der Entwicklung eines professionellen Selbst (Spychiger, 2010, S. 14f). Lernprozesse erfolgen dabei offen und mit einer stärkeren Entscheidungsorientierung und Selbstbestimmung von Schülerinnen und Schülern. Die Kinder haben ausreichend Zeit ihre Lösungsansätze zu überdenken bzw. zu überarbeiten falls keine effektive Strategie gewählt wurde (Oser & Sychiger, 2005, S. 164f).

5.1.3 Fehleraufsuchdidaktik

Dieses Konzept basiert auf der Fehlerermutigungsdidaktik und zeichnet sich durch den Fokus auf bereits Bekanntes aus. Hier werden Vorerfahrungen genutzt, verbessert und weiterentwickelt (Spychiger, 2010, S. 14f). Im Lernprozess werden Fehler durch das Ausschließen von falschen Wegen zur Entwicklung von verbesserten Lösungsansätzen genutzt. Lösungswege werden diskutiert und auf ihre Effektivität hin überprüft, vorhandenes Wissen wird kritisch betrachtet. Der Schwerpunkt liegt auf einer ständigen Weiterentwicklung von vorhandenen Konzepten (Oser, Hascher, & Sychiger, 1999, S. 164ff).

5.2 Problematische Verhaltensweisen der Lehrperson

Nachstehend werden die häufigsten negativen Verhaltensmuster von Lehrpersonen in Fehler-situationen vorgestellt.

5.2.1 Bermuda-Dreieck

Dieses auch als Adressatenwechsel bezeichnete Phänomen ereignet sich meistens im Frontalunterricht, wenn die Lehrperson eine Frage oder eine Problemstellung an die Schülerinnen und Schüler stellt. Dabei werden die nicht korrekten Antworten von Kindern übersprungen, damit ein anderes Kind die richtige Antwort geben kann. Begleitet wird das Aufrufen des nächsten Kindes meist mit Aussagen wie: „Kann jemand helfen?“ oder „Nicht ganz richtig.“ Es entsteht einerseits aus der Intention heraus den Unterrichtsfluss nicht zu unterbrechen und andererseits auf Grund des Bestrebens die Lernenden bei einer falschen Antwort nicht zu beschämen. Nachfolgende Grafik zeigt, wie diese in der Praxis vielfach auftretende Unterrichtssituation aussehen kann (Oser & Sychiger, 2005, S. 162ff).

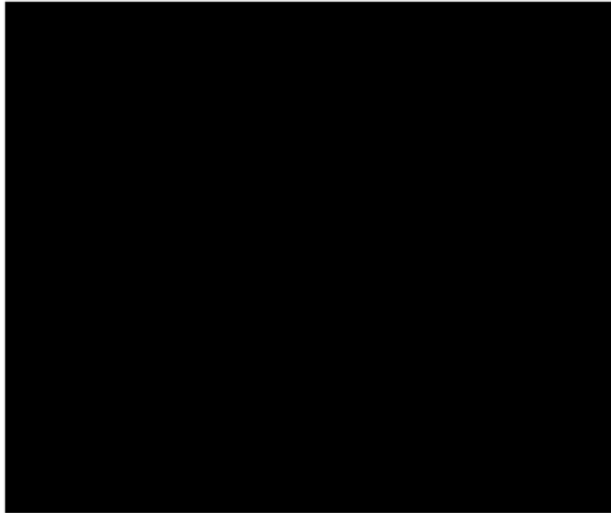


Abbildung 16 Bermuda-Dreieck (Oser & Spychiger, 2005, S. 163)

Folgende Unterrichtssituation wird dazu von Hammerer (2005, S. 368ff) geschildert:

In einer ersten Klasse Volksschule werden Additionen im Zahlenraum Zehn behandelt. Die Lehrerin fragt die Kinder „Wieviel ist drei plus vier?“ Etliche Kinder zeigen auf und die Lehrerin wählt eines aus. Es nennt Acht als Ergebnis, worauf die Lehrperson leicht das Gesicht verzieht und in die Klasse hineinfragt: „Wer kann helfen?“ Daraufhin wählt die Lehrkraft ein anderes aufzeigendes Kind, welches dann auch die korrekte Antwort geben kann. Dieses Kind wird mit den Worten „Brav!“ gelobt, bevor die nächste Aufgabe an die Klasse gestellt wird. Jenem Kind, dass die falsche Antwort gegeben hat, ist damit aber nicht geholfen. Es fühlt sich in seinem Nichtwissen bestätigt und unter Umständen auch dafür beschämt. Die fehlerfreie Information kann in so einer Situation vom betroffenen Kind nur selten aufgenommen werden. Für den Großteil der Lernenden geht alles viel zu schnell, um etwas daraus zu lernen. Jenes Kind, dass die richtige Antwort geben konnte, wusste diese schon. Es konnte also ebenso keinerlei Nutzen aus diesem Szenario ziehen. Oser et al. (1999, S. 27ff) wählt für dieses Verhaltensmuster den Begriff Bermuda-Dreieck, weil das Lernpotenzial des Fehlers wie ein Flugzeug im Bermuda-Dreieck verschwindet. Im Zentrum des Unterrichtsgeschehens steht somit nicht das Lernen, sondern das Ergebnis bzw. Erfolg oder Versagen eines Kindes. Es handelt sich hier um eine Leistungsbeurteilungssituation, die einem effektiven Lernprozess im Wege steht. Ein derartiger Fehlerumgang birgt darüber hinaus die Gefahr eines aufkommenden Konkurrenzkampfes. Die Schülerinnen und Schüler erhalten auf Basis der Niederlage eines anderen die Chance auf Erfolg. Die Auswertung einer Studie von Heinze (2004, S. 240), in welcher mittels Videoaufnahmen Mathematikunterricht beobachtet wurde, bestätigte die Vermutung, dass in einem stark lehrerzentriert ausgerichteten Unterricht das Muster des Bermuda-Dreiecks häufig auftritt. Gemäß Heinze (ebd.) liegt dies daran, dass die Lehrkraft ihr dichtes Programm nicht

durch die Störung, welche Fehler verursachen, unterbrechen möchte. Eine derartige Unterrichtsführung zielt auf eine rasche und korrekte Antwort des Lernenden ab, damit der Unterrichtsfluss bestehen bleibt.

5.2.2 Publikmachen von Fehlern

Bei dieser Fehlermaßnahme werden Fehler von einzelnen oder mehreren Lernenden publik gemacht und der ganzen Klasse mitgeteilt, mit dem Ziel den anderen Kindern zu zeigen, wie es nicht gemacht werden soll. Insbesondere wenn eine negative Fehlerkultur im Klassenraum herrscht, fühlen sich die Schülerinnen und Schüler durch diese negativ besetzte, öffentliche Bekanntgabe des Fehlers oft lächerlich gemacht, verletzt, bloßgestellt oder frustriert. Als Folge ziehen sich die betroffenen Kinder aus dem Lernprozess zurück und entwickeln eine Angst vor weiteren Fehlern (1999, S. 25ff).

5.2.3 Schwachstellen antizipieren und Fehler vorwegnehmen

Dieses Verhaltensmuster kommt ebenfalls häufig bei einer Unterrichtsgestaltung nach der Fehlervermeidungsdidaktik vor. Die Lehrperson entwirft ihren Unterricht derart, dass Fehler nicht passieren können und weist Schülerinnen und Schüler dabei schon im Vorhinein auf Situationen mit Fehlerpotenzial explizit hin. Oftmals wird dabei mehr Zeit in die Erklärung von potenziellen Fehlersituationen und damit verbundenen falschen Lösungswegen investiert als in die Erörterung von korrekten Lösungsansätzen. Damit wird den Lernenden die Chance genommen sich eigenständig mit der Situation auseinander zu setzen und aus der Konfrontation mit Problemstellungen bzw. fehlerbehafteten Situationen zu lernen. Das von der Lehrkraft kommunizierte Fehlerwissen hat nach Oser et al. (1999, S. 25f) einen geringeren Effekt auf die Lernleistung als das selbstständige Erarbeiten der Problemstellung.

5.3 Fehler machen erwünscht – der Weg zu einer positiven Fehlerkultur

Nachfolgend werden nun Parameter für eine gute Fehlerkultur sowie ein positives und fehlerfreundliches Klassenklima herausgearbeitet.

Laut der Forschung von Oser et al. (1999, S. 48ff) hat das Verhalten der Lehrperson in Fehler-situationen erheblichen Einfluss auf die Nachhaltigkeit und Produktivität des Lernprozesses. Die befragten Schülerinnen und Schüler schätzten die Chance aus einem begangenen Fehler zu lernen ohne eine hilfreiche Unterstützung der Lehrkraft als äußerst gering ein. Wie ein lernförderlicher Umgang mit Fehlern aussieht, wird dabei anhand anschließender Merkmale festgesetzt (1999, S. 58f):

- „Grundsätzliche Gesprächsbereitschaft der Lehrperson

- *Individualisierung – Schülerinnen und Schüler werden in Fehlersituationen gemäß ihren persönlichen Eigenarten und Fähigkeiten behandelt*
- *-Angemessenheit der Körpersprache und nonverbalen Kommunikation, sie stimmt mit der verbalen Botschaft überein und ist fehlerfreundlich, z.B. ist die Lehrperson dem betreffenden Schüler zugewandt, hat Blickkontakt, hat die richtige Distanz*
- *Die Fehlersituation wird für das Lernen durch Einsicht genutzt*
- *Der Umgang mit dem Fehler ist kreativ, didaktisch einfallsreich, möglicherweise sogar lustvoll*
- *die Lehrperson ist bereit und fähig, sich im entwicklungspsychologischen Sinne in den Denkprozess des Schülers zu versetzen und daran anzuknüpfen*
- *die Lehrperson praktiziert Vertrauensvorschuss, sie geht im Prinzip davon aus, dass der Schüler oder die Schülerin den Fehler selbst findet und daraus lernen kann.“*

Schoy-Lutz (2005, S. 52ff) führt folgende Anforderungen für eine positive Fehlerkultur auf:

- *Aktiver Umgang mit Fehlern:* Fehler werden wertfrei thematisiert und diskutiert. Damit dies gelingt, eignen sich problemorientierte, kooperative und offene Unterrichtsformen, da während des lehrerzentrierten Frontalunterrichtes die Gefahr besteht, dass Kinder fehlerhaften Denkansätzen sich passiv zurückziehen und nicht am Lösungsfindungsprozess teilnehmen. Die Lehrperson gibt keine Lösungen vor, sondern lässt die Lernenden selbst nach einer geeigneten Lösungsstrategie suchen.
- *An individuelle Denkkonzepte anknüpfen:* Individuelle Denkvorgänge werden nachvollzogen, um die Fehlerursache eines systematischen Fehlers herauszufinden.
- *Sinnvolle Begründungen und Hilfesysteme verwenden:* Auf Grundlage einer kompetenten Diagnostik von Lehrpersonen werden sinnvolle Strategien zur Fehlerbehebung sowie Fördermaßnahmen, die direkt an der Fehlerursache ansetzen, erarbeitet.
- *Fehler prinzipiell erlauben:* Fehler sind Teil des Unterrichtes und werden als völlig normal angesehen. Jeder, auch die Lehrperson, macht Fehler.
- *Zugang zu Fehlern auf verschiedenen Wegen zulassen:* Die Schülerinnen und Schüler sollen Einsicht in die Sichtweisen, Lösungsstrategien und Fehler von anderen Kindern erhalten, um daraus lernen zu können. Nicht nur die Lehrperson kann ein Experte oder eine Expertin sein und Sachverhalte erklären, auch die Kinder können eigene und fremde Denkmuster nachvollziehen und begründen oder sich gegenseitig einen Lösungsansatz erläutern.

- *Fehler als Chance im Lernprozess betrachten:* Fehler gelten während Lernprozessen als Notwendig und werden als Chance und nicht als Makel betrachtet.
- *Kumulatives Lernen:* Lernprozesse knüpfen an Vorerfahrungen an und verbinden diese in sinnstiftender Weise mit neuem Wissen. Die Mathematik wird nicht als Auswendiglernen, sondern als vernetzte Wissenschaft von Mustern und Strukturen wahrgenommen.

Auf Basis dieser Aspekte sowie der aktuellen Literatur zur gegenständlichen Thematik werden untenstehend einige Methoden, die ein positives Fehlerklima bedingen, vorgestellt.

5.3.1 Rechnen auf eigenen Wegen

„Kinder denken anders ...

- *als Erwachsene denken,*
- *als Erwachsene es vermuten,*
- *als Erwachsene es möchten,*
- *als andere Kinder und*
- *als sie selbst.“*

Diese Ausführungen von Selter (2010, S. 2) machen deutlich, dass es notwendig ist auf die individuellen Rechenwege jedes einzelnen Kindes einzugehen, wenn das volle Potenzial aus systematischen Fehlern geschöpft werden soll. Untenstehend findet sich ein Beispiel, welches die Lösung der selben Rechnung auf unterschiedliche Weise darstellt.

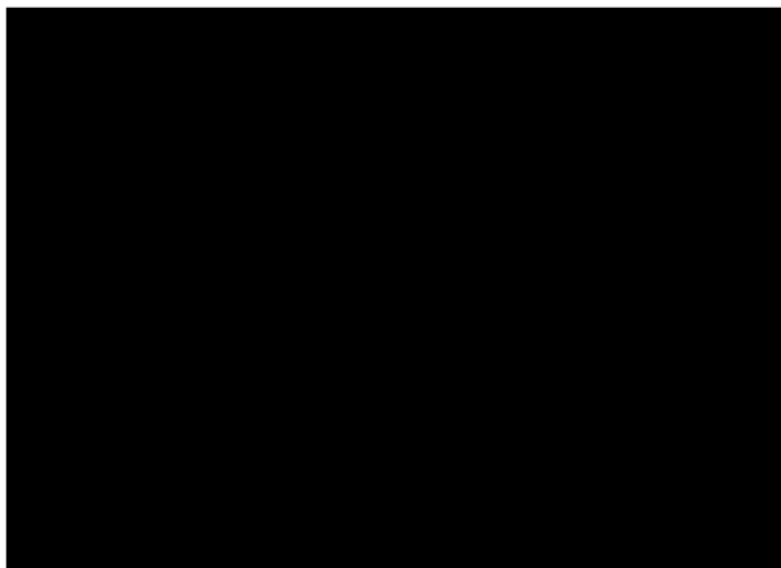


Abbildung 17 verschiedene Lösungswege $132 : 4 =$ (Fast, et al., 2010)

Obwohl alle drei Kinder zum korrekten Ergebnis kommen, ist der Weg dorthin jeweils ein gänzlich anderer. Während Noah die Rechnung begleitend mit der Aufteilung von Material löst,

erfordert die Lösung von Szofi ein gutes Stellenwertverständnis, damit der Rest dem Zweier korrekt als Zehner zugeordnet wird. Julius hingegen wählt die Zerlegung in die einzelnen Stellenwerte. Alle drei Vorgehensweise können jedoch dem schrittweisen Rechnen zugeordnet werden. Eine weitere Gemeinsamkeit ist, dass die Ergebnisse der Teildivision anschließend addiert werden (Götze, Zannetin, & Selter, Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders - Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht, 2019, S. 114ff).

Die nächste Grafik ist ein Abbild davon, wie unterschiedliche Kinder der gleichen Klasse die Rechnung $9 \cdot 8$ lösen:



Abbildung 18 verschiedene Lösungswege $9 \cdot 8 =$ (Selter, 2009, S. 3)

Um eben diese Vielfalt der Denkwege von Kindern zu veranschaulichen, haben Selter und Spiegel (1997, S. 14f) die Lösungswege aller Kinder einer dritten Klasse zur Aufgabe: „Im Kino können 216 Personen sitzen. Es sind schon 148 da.“ verglichen. Die Kinder wurden dabei angewiesen, den sogenannten Rechenstrich zur Lösungsdarstellung bzw. -entwicklung zu nutzen. Trotz der vorgegebenen Darstellungsart lösten die Kinder die Aufgabe recht unterschiedlich. Zur leichten Auffindbarkeit steht die Position der Kinder in der Grafik hinter dem Namen des Kindes in Klammern.

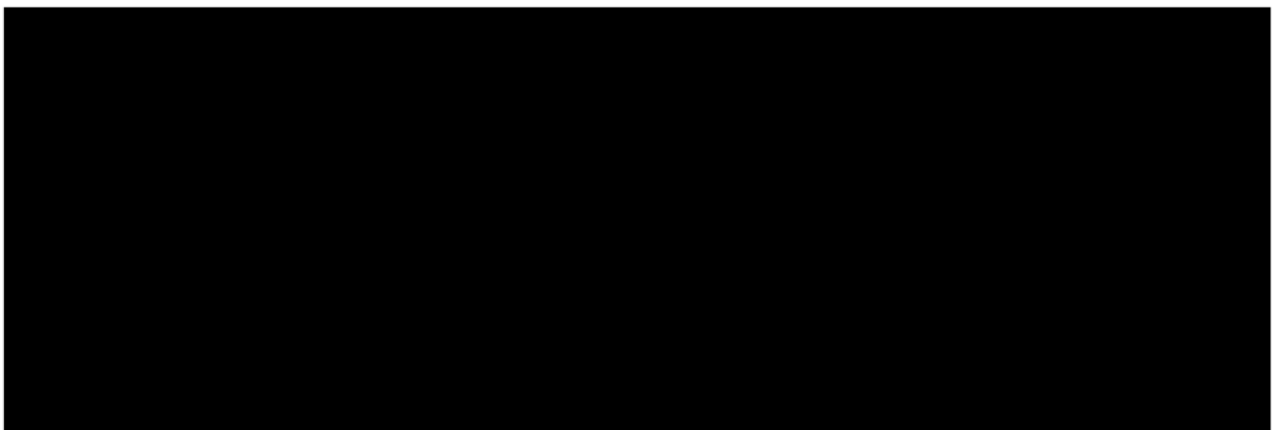


Abbildung 19 Rechenwege der ganzen Klasse (Selter & Spiegel, 1997, S. 14f)

Nadine (9.) nahm die für sie einfachere Rechnung $216 - 150$ zu Hilfe und addierte dann die fehlenden Zwei hinzu. Etliche Kinder subtrahierten schrittweise, aber auch hier sind verschiedene Vorgehensweisen zu erkennen. Kristina (1.) rechnete etwa stellenwertgerecht zuerst die

Hunderter, dann die Zehner und zum Schluss die Einer. Manuela (6.) und Patrizia (8.) teilten die Zahlen noch weiter auf. Simone (3.) hingegen spaltete die Zahlen so auf, dass sie mit einfacheren Zwischenergebnissen weiter rechnen konnte. Auch Oliver (11.) und Katrin (10.) wählten eine vergleichbare Strategie. Manche Kinder lösten die Aufgabe durch Ergänzen, wie zum Beispiel Stephanie (23.) oder Marc-André (22.) (Selter, 2010, S. 3ff).

Aufzeichnungen dieser Art dienen als Grundlage zur gemeinsamen Suche nach zielführenden Lösungsstrategien. Durch die Konfrontation und den Vergleich unterschiedler Strategien, können die Kinder lernen welche Strategien zu welchem Zeitpunkt angewandt werden können und sich im Endeffekt für einen ökonomischen Rechenansatz entscheiden. Dieser essenzielle Unterschied zwischen Lösungswegen bleibt für die Kinder unbemerkt, wenn der Unterricht auf einer reinen Ergebnisorientierung basiert (Schuhmacher, 2008, S. 55f).

5.3.2 Notation der Rechenwege

Wie bereits in Kapitel 2 ersichtlich, wird die Verbalisierung und Thematisierung von individuellen Denk- und Rechenwegen der Kinder in den Bildungsstandards sogar als eigener Kompetenzbereich gefordert. Die Nachvollziehbarkeit der Lösungswege ermöglicht einen verständnisvollen und diagnostischen Umgang mit Fehlern und die Erstellung einer individuellen Lernstandsdiagnose. Beides ist Voraussetzung für eine effektive, lernförderliche und vor allem nachhaltige Planung des Unterrichts. Wie bereits mehrfach während der gegenständlichen Arbeit aufgezeigt, sind Fehler von Schülerinnen und Schülern oftmals systematisch und verfügen über großes Entwicklungspotenzial, wenn die Fehlerursache gefunden werden kann. Um Fehlermuster und -ursache herauszufinden, ist die mündliche oder schriftliche Darlegung des Lösungsweges zwingend erforderlich. Zu beachten ist jedoch, dass das betreffende Kind auch über das sprachliche Vermögen zur Darlegung seiner Vorgehensweise verfügen muss. Als Unterstützung kann das Arbeiten oder Erklären mittels Material angeboten werden (Krauthausen & Scherer, 2003, S. 184f). Die Lehrperson erhält dadurch wichtige Einblicke in die Lösungsprozesse und bevorzugten Strategien des Kindes sowie in das Vorhandensein oder den Mangel von grundlegenden Kompetenzen und Einsichten (Laschkowski, 2004, S. 43f). Folgendes Beispiel verdeutlicht dies:

„Die Familie sitzt beim Abendbrot. Der dreieinhalbjährige Fabian zählt seine Häppchen. „Eins – zwei – drei – vier – fünf – sechs – sieben – acht – neun.“ Dann isst er ein „Häppchen“ auf und zählt erneut: „Eins – zwei – drei – vier – fünf – sieben – acht – neun.“ „Du hast die Sechs vergessen“, korrigiere ich ihn. „Es heißt doch fünf – sechs – sieben.“ Die erwachsene Person unterstellt Fabian falsches Denken. Daher verbessert sie ihn, indem sie die korrekte Zahlwortreihe vorsagt. Dass Fabian aber durch das Auslassen der „Sechs“ etwas ganz anderes ausdrücken

wollte, wird nur deshalb deutlich, weil er auf seiner Sichtweise beharrt. Erstaunt sieht er mich an und erklärt: „Nein, die hab’ ich nicht vergessen. Die ist doch schon in meinem Bauch.“ (Selter & Spiegel, 1997, S. 112).

Nachstehende Grafik zeigt am Beispiel des Zweitklässlers Achim wie aufschlussreich das Notieren der Rechenwege für die Lehrkraft sein kann. Achim wurde regelmäßig nach seinem Lösungsweg für die Aufgabe $8 \cdot 9 =$ gefragt, wobei die schriftlichen Ausführungen in einem Interview bei Bedarf noch zusätzlich mündlich von Achim ergänzt wurden (Selter, 2010, S. 2f).

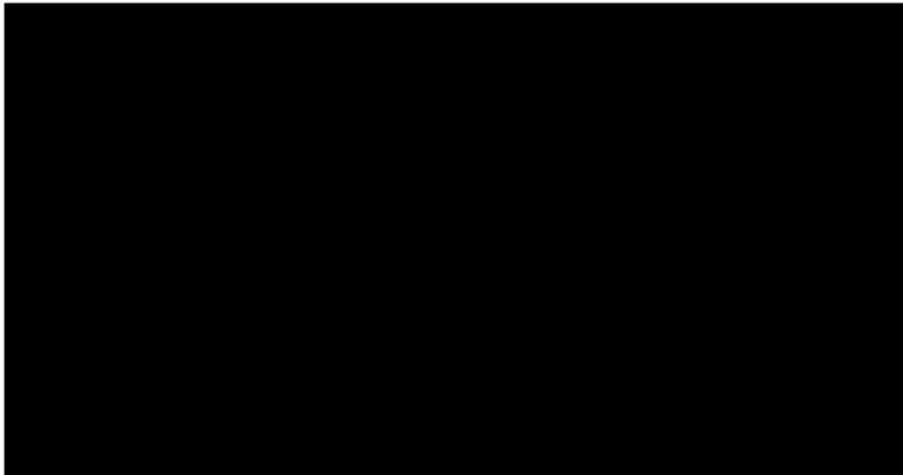


Abbildung 20 Notation der Rechenwege (Selter, 2010, S. 3)

Aus der Grafik ist ersichtlich, dass Achim enorme Lernfortschritte verzeichnet. Im März ermittelt er die Lösung noch zählend. Er rechnet zu Beginn $8 + 8 = 16$ und anschließend achtmal die Acht zum jeweiligen Ergebnis. Damit er weiß, wie oft er die Addition mit der Acht durchführen muss, streicht er die entsprechende Zahl oben durch. Er kommt zum korrekten Ergebnis.

Im April macht er jeweils acht kleine Striche, die er durch Punkte trennt und abschließend zusammenzählt. Selter (ebd.) ergänzt diese Ausführungen durch den Hinweis, dass der zweite Achter lediglich aus sieben Strichen besteht. Trotzdem kommt Achim zum richtigen Endergebnis. Selter führt dies darauf zurück, dass Achim die Ergebniszahl bereits kannte und deshalb jenen Punkt, der eigentlich zur Trennung der acht Striche diente, mitzählte.

Im Mai kann er bereits eine Verbindung zur Nachbaraufgabe $9 \cdot 9$ herstellen und diese auch korrekt lösen, jedoch noch keine Hilfestellung für die gestellte Rechnung darin erkennen. Er ermittelt die Ergebnisse der Achterreihe zählend oder addierend und schreibt sie nacheinander auf. Im Zuge des Interviews konnte er außerdem den Zusammenhang erkennen, dass $8 \cdot 9 = 72$ um neun weniger als 81 sind.

Im Juni nutzt er die Ableitungsstrategie bewusst, wenn auch nicht ganz korrekt. Achim kennt das Ergebnis der Nachbaraufgabe $9 \cdot 9$ und subtrahiert acht vom Ergebnis. Er kommt dem-

entsprechend zum falschen Ergebnis 73. Ohne die Notation des Rechenweges wäre der Lernfortschritt eher negativ auszulegen, da Achims Ergebnis diesmal nicht korrekt ist. Die Verschriftlichung des Lösungsprozesses zeigt jedoch klar, dass der Fortschritt trotz des inkorrekten Ergebnisses positiv zu beurteilen ist. Achim hat sogar enorme Fortschritte gemacht, da er eine zielführende und passende Strategie anwendet. Das nicht korrekte Ausgleichen des ersten Faktors könnte jedoch ein Hinweis darauf sein, dass Achim über keinerlei konkrete Vorstellung darüber verfügt, was beim Prozess der Multiplikation geschieht. Bei häufigerem Auftreten dieses Fehlermusters sollte ein Bearbeiten und Vertiefen der Multiplikation auf der Handlungsebene angedacht werden.

Ohne eine Verbalisierung wäre wohl auch der folgende Lösungsansatz den meisten Lehrpersonen unverständlich. Die Aufgabe: „Der Apotheker füllt 1,750 kg Salmiakpastillen in Tüten zu je 50 g. Wie viele Tüten erhält er?“ wurde wie folgt gelöst:

$$1,750\text{kg} : 50\text{g} =$$

$$2 \cdot 7 = 14$$

$$1 \cdot 1 = 1$$

$$2 \cdot 10 = \underline{20}$$

$$35$$

Antwort: Der Apotheker erhält 35 Tüten (Selter, 2010, S. 1)

Der Rechenweg lässt sich mit der Überlegung, dass 100g zwei 50gTüten sind, erklären. 700g sind demnach insgesamt $2 \cdot 7 = 14$ Tüten. Die fehlenden 50g der 750g werden durch den Zahlensatz $1 \cdot 1 = 1$ dargestellt. Die restlichen 1000g werden als $2 \cdot 10 = 20$ berechnet, da ein Tausender aus zehn Hundertern besteht. Die Teilsummanden ($14 + 1 + 20$) werden addiert und ergeben das Endergebnis (ebd.).

5.3.3 Ich-Du-Wir-Methode

Die Methode lässt sich in drei Phasen gliedern.

Während der Ich-Phase beschäftigt sich jedes Kind eigenständig mit der gestellten Problemstellung. In der Du-Phase werden die Gedanken mit einem anderen Kind ausgetauscht. Der Partner oder die Partnerin sollte im Idealfall per Zufallsprinzip ausgelost werden. So kann der Lösungsansatz in einem geschützten Rahmen besprochen und gegebenenfalls weiterentwickelt werden, bevor die letzte Phase, nämlich die Präsentation vor der ganzen Klasse oder einer Kleingruppe, anbricht. Diese letzte Phase wird als Wir-Phase bezeichnet.

Der Vorteil der Methode liegt in der Möglichkeit, dass jedes Mitglied der Klassengemeinschaft einen wichtigen Beitrag zur gemeinsamen Lösungsfindung leistet. Individuelle Denkwege werden zur Kenntnis genommen, nachvollzogen und in gemeinsamer Arbeit auf ihre Effektivität hin überprüft. Jeder Lernende erweitert sein Ideenspektrum um die Lösungsansätze und Denkwege der anderen Kinder. Andere Sichtweisen werden kennengelernt, akzeptiert und verglichen. Nicht-produktive oder fehlerhafte Lösungsansätze werden im gemeinsamen Gespräch verworfen oder verbessert (Bildungsstandards Mathematik, 2010, S. 10).

5.3.4 Tischset- oder Platzdeckchen-Methode

Diese oft mit dem englischen Begriff des Placemat betitelte Methode eignet sich ideal für die kooperative Besprechung unterschiedlicher Lösungsansätze in allen Unterrichtsfächern. Die Klasse wird in Dreier oder Vierer-Gruppen unterteilt, wobei jede Gruppe einen A3-Bogen, dessen Aussehen die nachfolgende Grafik abbildet, in die Mitte des Arbeitsplatzes legt.

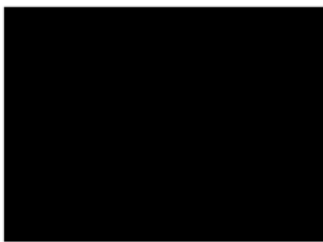


Abbildung 21 Tischset-Methode (Bildungsstandards Mathematik, 2010, S. 11)

Die von der Lehrperson gestellte Aufgabe wird zuerst unter Verwendung des vor dem Kind liegenden Tischdeckchens allein bearbeitet. Dabei notiert jedes Gruppenmitglied die Überlegungen samt Ergebnis in das vor ihm liegende Feld des Tischdeckchens. Im Anschluss wird das Blatt Papier so oft gedreht, bis jedes Gruppenmitglied alle Beiträge der anderen gelesen hat. Anhand aller Ausarbeitungen wird eine gemeinsame Lösung erarbeitet, welche in das mittlere Feld des Tischdeckchens geschrieben wird. Die Gruppenlösungen werden zum Abschluss der gesamten Klasse vorgestellt, wo nochmals jeder Lösungsansatz gemeinsam in der Klasse diskutiert wird (Bildungsstandards Mathematik, 2010, S. 11f).

5.3.5 Expertenrunden oder Strategiekonferenzen

Einzelne Kinder oder Gruppen präsentieren entweder dem gesamten Klassenverband oder einer kleineren Gruppe den Lösungsweg und die Ergebnisse zu einer von der Lehrperson gestellten Aufgabe. Die anderen Kinder geben konstruktive Kritik zum rechnerischen Vorgehen des Kindes oder der Gruppe, was dazu führt, dass sie ihre eigenen Strategien mit der präsentierten Lösung vergleichen und das vorhandene Repertoire an Lösungswegen erweitern (Bildungsstandards Mathematik, 2010, S. 12). Die Bildungsstandards (2011, S. 13) geben diese

Methode als förderlich für einen guten Fehlerumgang an, da das „[...] Nachdenken, Reden und Reflektieren über den Lösungsweg und die eventuell entstandenen Fehler Schüler/innen beim tieferen Durchdringen des mathematischen Sachverhalts“ unterstützen. Götze (2008) schlägt Strategiekonferenzen oder Partnerbesprechungen auch für die Korrektur von Hausübungen vor. Nachstehend findet sich ein Beispiel, wie eine Strategiekonferenz aussehen kann.

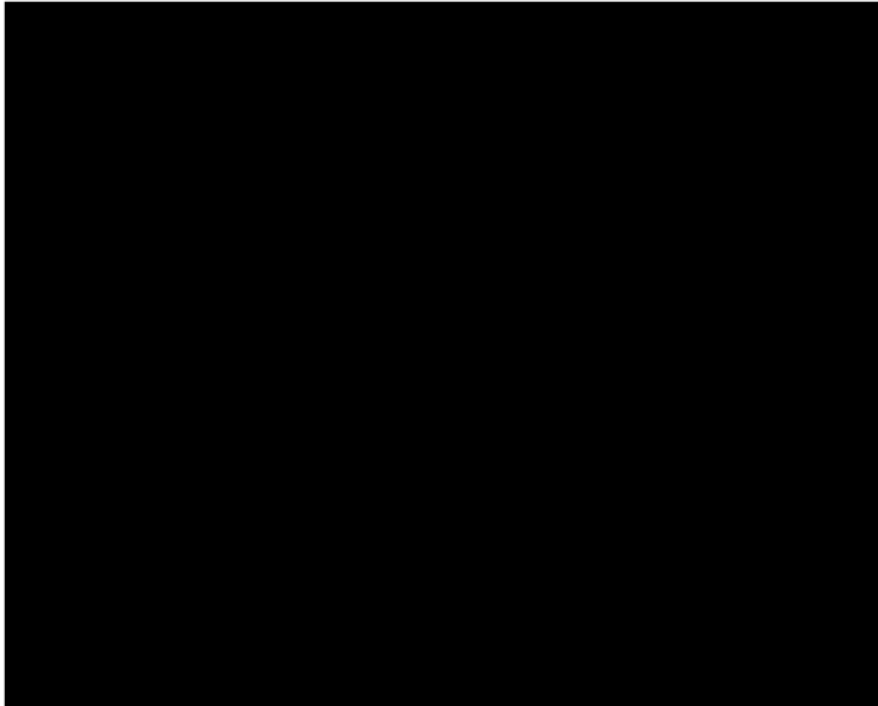


Abbildung 22 Strategiekonferenz (Fast, et al., 2010)

5.3.6 Konstruierte Fehler in vorgegebenen Rechenwegen entdecken

In der Aufgabensammlung zu den Bildungsstandards, welche lernförderliche Aufgaben vorstellt, finden sich einige Aufgabenstellungen, in denen das Finden und Korrigieren von Fehlern in fehlerhaft gerechneten Rechnungen gefragt ist. Dies lässt darauf schließen, dass dem eigenaktiven und selbstständigen Finden und Korrigieren von Fehlern große Bedeutung zukommt (Bildungsstandards Mathematik, 2011). Auch Schuhmacher (2008, S. 56) schlägt diese Vorgehensweise für einen fehlersensiblen Unterricht vor. Das selbstständige Korrigieren von Fehlern wirkt sich laut ihm positiv auf das Erleben der eigenen Kompetenz und die bereits gemachten Lernfortschritte aus. Diese Sichtweise teilt Weinert (1999, S. 1126). Durch die Überwindung des Hindernisses und das selbstständige Erarbeiten eines besseren Lösungsansatzes nimmt der oder die Lernende sich selbst als Ursache eines tieferen Verständnisses wahr. Durch die eigenständige Wahrnehmung und Korrektur von Fehlern und somit auch das direkte Erleben eines Lernfortschrittes wird innere Sicherheit und Selbstständigkeit erlangt. Schülerinnen und Schüler müssen das aktive Suchen und Verbessern von Fehlern erst lernen und einüben, um es dann auch bei eigenen Aufgaben umsetzen zu können. Die Wahrscheinlichkeit

der Anwendung einer bestimmten Problemlösestrategie wird von zwei Faktoren primär beeinflusst. Erstens muss der betroffenen Person die Effizienz der Strategie bewusst sein und zweitens müssen konkurrierende und inkorrekte Strategien unterdrückt werden (Schuhmacher, 2008, S. 64ff). Um herauszufinden, ob das Arbeiten mit konstruierten Fehlern im Unterricht tatsächlich die Aktivierung der korrekten und die Abschwächung inkorrekt oder konkurrierender Lösungsstrategien positiv beeinflusst, hat Robert Siegler (2002) eine Studie in Cambridge initiiert, in welcher die Strategien von Kindern der dritten und vierten Stufe der Grundschule erforscht wurden. Die Kinder erhielten Aufgaben, in welchen das korrekte Verständnis des mathematischen Gleichheitszeichens hinterfragt wurde. So mussten die Schülerinnen und Schüler beispielsweise die folgende Aufgabe lösen: „ $3 + 4 + 5 = \underline{\quad} + 5$ “. Der Großteil der Studienteilnehmerinnen und -teilnehmer konnte die Aufgaben nicht richtig lösen. Einige trugen an der Leerstelle die Ziffer „12“ ein, andere addierten alle Zahlen zusammen und trugen die „17“ ein. Nach Beantwortung der Aufgaben erfuhren die teilnehmenden Kinder, ob ihre Lösungen korrekt waren und wurden anschließend in drei Gruppen unterteilt. Die erste Gruppe wurde aufgefordert die eigenen Rechenergebnisse anhand ihrer Denkwege zu erklären, egal ob diese korrekt oder inkorrekt waren. Die zweite und dritte Gruppe erhielt jeweils fremde Rechenergebnisse, deren Rechenweg erklärt werden sollte. Die Kinder der zweiten Untersuchungsgruppe sollten anhand der Frage „*Was glaubst du, warum ich das weiß?*“ die korrekten Ergebnisse des Experimentators darlegen. Die dritte Gruppe wiederum bekam den Lösungsweg eines anderen Kindes und sollte herausfinden, warum dieser korrekt oder inkorrekt ist. Obwohl alle drei Gruppen im Abschluss an die Überprüfung bessere Leistungen erzielen konnten, wies die dritte Gruppe mit 70% korrekten Antworten beim zweiten Versuch deutlich größere Lernerfolge auf. Die erste und zweite Gruppe löste die Aufgaben erst beim vierten Versuch mit einer Fehlerquote von 50%. Bei den Kindern der ersten und zweiten Gruppe konkurrierten die inkorrekten Strategien demnach erheblich länger mit dem richtigen Lösungsweg. Dies zeigt, dass das Arbeiten mit korrekten oder inkorrekten Überlegungen anderer Personen enorm dabei hilft, zielführende Lösungsstrategien zu aktivieren und nicht adäquate Strategien zu unterdrücken. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass das Thematisieren von fremden sowie auch konstruierten Fehlern im Unterricht enormes Entwicklungspotenzial von Lernprozessen bietet. Erklären lässt sich dieser Effekt damit, dass einerseits eine größere Distanz zum Fehler aufgebaut werden kann und somit die Fehlleistung keinen demotivierenden Einfluss auf die Überlegungen der Kinder ausübt und andererseits die Lernenden eine andere Perspektive einnehmen müssen, um die fremden Denkwege analysieren zu können. Gerade für Kinder, die viele Fehler machen, kann das eine befriedigendere Art der Fehlersuche darstellen (Schuhmacher, 2008, S. 64ff). Idealerweise werden dabei einerseits typische und häu-

fige Fehler sowie andererseits Fehler, deren Untersuchung einen tieferen Einblick in die mathematischen Strukturen gewährt, zur Erörterung herangezogen. In Anlehnung an die Bildungsstandards schlägt Walther et al. (2011, S. 86) beispielhaft folgende Aufgabe vor: „ $73 - 54 = 21$ Wo steckt der Fehler? Anton sagt: „Ich habe $70 - 50$ gerechnet und dann $4 - 3$, das gibt doch 21.“ Was würdest du darauf antworten?“. Die nachfolgende Grafik zeigt eine Aufgabenstellung, die das Themenheft Mathematik „Operieren“ (2015, S. 79) zur Anwendung empfiehlt, da es sich um in der Praxis zahlreich vorkommende Fehler handelt. Die erste Aufgabe weist den sogenannten „Zwischennullfehler“ und die zweite Aufgabe den als „Endnullfehler“ bekannten Fehler auf. Bei der dritten Aufgabe wurde zuerst ein zu geringer Teilquotient bestimmt und anschließend noch einmal im selben Stellenwert dividiert. Als Lösungsstrategie wird an dieser Stelle das vorherige Bestimmen der Stellenzahl des Ergebnisses vorgeschlagen.

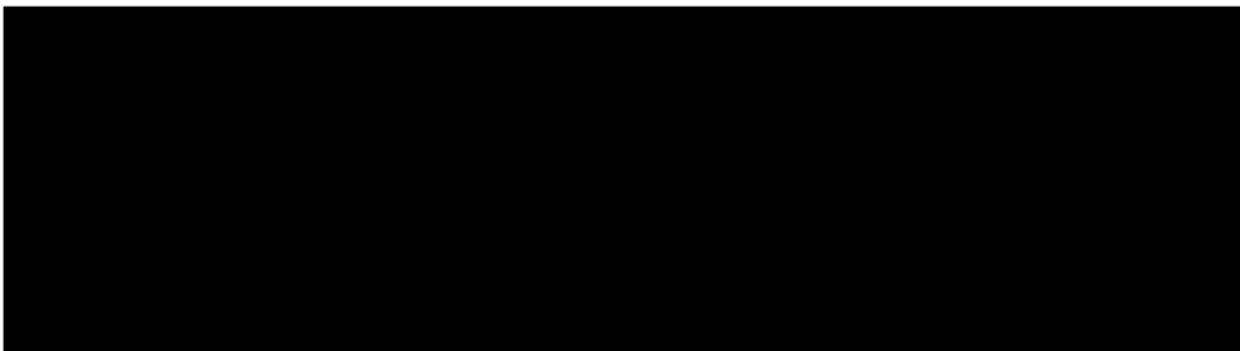


Abbildung 23 Konstruierte Fehler finden (Bildungsstandards Mathematik, 2015, S. 79)

Nachfolgende Grafik zeigt eine anspruchsvolle Aufgabenstellung, die sowohl das Erkennen von Mustern in der Mathematik als auch das Finden und Korrigieren von Fehlern fördert. Beim ersten Aufgabenbeispiel müssen die Kinder erkennen, dass sich immer der erste Summand um Zwei erhöht und der zweite Summand um Zwei verringert. Bei der Zahl 46 ist demnach ein Fehler zu finden. Beim zweiten Entdeckerpäckchen verringern sich Minuend und Subtrahend gleichermaßen jeweils um Drei. Die Zahl 48 bildet die Ausnahme. Bei beiden Rechenreihen bleibt das Ergebnis – außer bei der fehlerhaften Rechnung – immer gleich.

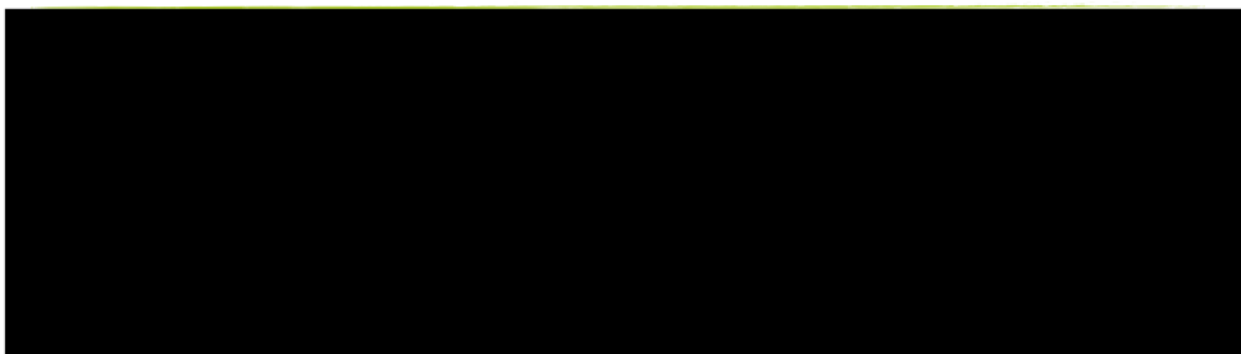


Abbildung 24 Mustererkennung (Zöchlinger, 2011, S. 87)

Zur praktischen Umsetzung oben genannter Studie empfiehlt Schuhmacher (2008, S. 57) das Arbeiten in Fehlergruppen. Dabei arbeiten Schülerinnen und Schüler mit gleichartigen Fehlertypen in Kleingruppen an fremden Fehlern und versuchen die Denkweise des rechnenden Kindes zu verbalisieren sowie die fehlerhafte Aufgabe zu korrigieren.

5.4 Nonverbale Kommunikation in der Fehlersituation

Körpersprachliche Elemente sind Begleiterscheinung beinahe jeder Fehlersituation. Auffallend häufig tritt dabei Lachen auf, und zwar gleichermaßen seitens Lehrkraft, fehlermachendem Kind und Mitschülerinnen und -schülern. Dabei muss das Lachen nicht zwingend negativ gefärbt sein. Vielmehr hat es verschiedene Bedeutungen, wie beispielsweise wohlwollend, befreiend oder überbrückend, aber eben auch zynisch, bloßstellend oder lustig machend (Spychiger, Oser, & Hascher, 1999, S. 50f). Humor ist nicht nur in einer Fehlersituation positiv einzuschätzen, sondern laut Helmke (2015, S. 163ff) generell ein wichtiger Faktor von gutem Unterricht. Obwohl die nonverbalen und körpersprachlichen Mitteilungen oft für die handelnde Person unbewusst ablaufen, erzielen sie gerade in Fehlersituationen eine enorme Wirkung auf das fehlermachende Individuum. Durch das unterbewusste Verarbeiten dieser Botschaften haben sie oftmals besonders hohen Einfluss auf das Klassenklima und die emotionale Atmosphäre im Klassenverband (Oser & Spsychiger, 2005, S. 172ff).

5.4.1 Lernförderndes körpersprachliches Verhalten

Das Ausdrücken von Interesse an der Antwort des Kindes und insbesondere auch an der Korrektur sind wichtig, um dem Kind zu vermitteln, dass die Lehrkraft dem Kind die korrekte Antwort zutraut. Vermittelt wird dies durch ein Hinwenden des Blickes zum antwortenden Kind. Das Öffnen der Hände, Ausbreiten der Arme oder die Gebärde „Hand am Kinn“ drücken Geduld und Offenheit für das Kind und seinen Fehler aus. Gegenseitiger Respekt ist für ein vertrauensvolles Klima unumgänglich. Aus diesem Grund ist es wichtig, dass die Lehrkraft den Raum der Schülerin oder des Schülers respektiert und ausreichend Distanz wahrt. Hilfreich kann es dabei zum Beispiel sein, wenn die Lehrperson einen Schritt zurücktritt, um Distanz zur Fehlerperson herzustellen. Bleibt die restliche Gestik offen und interessiert, gibt das dem Kind den notwendigen Raum, um nachzudenken und den Fehler nach Möglichkeit selbst zu verbessern. Bueler (2000) hat in einer groß angelegten Studie herausgefunden, dass sich Schülerinnen und Schüler umso mehr körperliche Distanz von der Lehrkraft wünschen, je älter sie werden (Oser & Spsychiger, 2005, S. 172ff). Je nach Situation kann ein Schritt auf das Kind zu auch als Ermunterung gelten. Die Lehrkraft muss demnach in der Lage sein individuell zu entscheiden, wieviel räumliche Nähe erwünscht ist oder nicht. Wichtig ist dabei, dass die Lehrperson

niemals von oben herab mit dem Kind spricht oder dieses räumlich vereinnahmt. Wird die räumliche Distanz verringert, sollte die Lehrkraft sich zum Kind setzen oder in die Knie gehen während sie spricht, um ein Gespräch auf Augenhöhe zu führen (ebd. S. 81f). Als besonders förderlich wird ein Lächeln der Lehrperson aufgenommen, da somit Wertschätzung geäußert wird.

5.4.2 Lernbehinderndes körpersprachliches Verhalten

Als besonders hinderlich für eine ein gutes Fehlerklima erweist sich das Abwenden des Blickes, da hiermit Missbilligung, Ungeduld und Desinteresse ausgedrückt werden. Ein Abstützen der Hände in die Hüfte oder das vor und zurück Wippen auf den Fußspitzen wird ebenfalls als ungeduldig gewertet. Ein Verstecken der Hände, zum Beispiel hinter dem Rücken sowie ein Verschränken der Arme wirken sich lernhemmend aus, ebenso wie ein Zurückwerfen des Kopfes mit nach oben gerecktem Kinn (ebd. S. 81f). Wird das Kind von der Lehrkraft ausgelacht, ist dies ebenfalls nicht sehr förderlich für ein fehlerfreundliches Klima. Zeigt die Lehrperson mit dem Finger auf die Fehlerperson oder wahrt sie zu wenig räumliche Distanz, wird dies von der fehlermachenden Person oft als respektlos oder gar als Angriff in den persönlichen Raum wahrgenommen. Wie oben bereits erwähnt ist es besonders wichtig dem Kind räumlich nicht zu nahe zu treten. Die Lehrkraft sollte nicht hinter oder direkt vor dem Kind stehen und von oben mit ihm sprechen. Hinderlich ist es außerdem, wenn die Lehrerin oder der Lehrer vorne am eigenen Tisch sitzen bleibt oder im Klassenzimmer auf und ab geht, während sie mit dem Kind die Fehlersituation bespricht (ebd. S.172ff).

5.5 Resümee

Das vorige Kapitel behandelte vorrangig Themenbereiche, die das Verhalten der Lehrperson selbst im Umgang mit ihren Schülerinnen- und Schülerfehlern betreffen. Es gibt eine Vielzahl an förderlichen Umgangsweisen mit Fehlersituationen, aber auch viele Methoden und Verhaltensmuster, die einen negativen Einfluss auf das Fehlerklima im Klassenverband haben. Von besonderer Bedeutung ist dabei jede Methode, die die Vielfältigkeit der Lösungswege und -strategien und vor allem auch die Vielfalt der Denkmuster von Kindern im Blick hat. Um diese zahlreichen möglichen Vorgehensweisen effektiv zu nutzen und außerdem als Lehrkraft Einblicke in den aktuellen Entwicklungsstand der Kinder zu erhalten, ist ein Verbalisieren, Argumentieren und Thematisieren von Rechenstrategien, Lösungsansätzen und Fehlern sinnvoll. Ein gutes oder schlechtes Fehlerklima ist außerdem stark von den Emotionen der Kinder beim Fehlermachen abhängig. Deshalb sind Mitteilungen auf nonverbaler Ebene ein essenzieller

Bestandteil von einer positiv besetzten Fehlerkultur. Diese bereits angesprochene emotionale Dimension des Fehlers wird im nachfolgenden Kapitel aufgegriffen.

6 Emotionale Aspekte des Lernens aus Fehlern

Das nachfolgende Kapitel behandelt die wichtigsten Aspekte von negativen Emotionen, welche beim Machen von Fehlern auftreten. Einen besonderen Stellenwert nimmt dabei jenes lernhinderliche Verhalten bei Lernenden ein, welches häufig aus dem Schutz des Selbstbewusstseins resultiert.

6.1 Zur Rolle der negativen Emotionen

Das Auftreten von negativen Emotionen, wie Scham oder Schuld korreliert mit der Abweichung einer Person von einer Norm, in diesem Fall der Klassennorm (Ehrle, 2019, S. 16f). Gerade Scham ist dabei eine Empfindung, die aus Fehlersituationen kaum wegzudenken ist. Sie steht in direkter Verbindung mit dem Selbstbewusstsein und dem Selbstwertgefühl (Oser & Spychiger, 2005, S. 76ff). „Shame is a complex emotion that is generated by a discrepancy between an individual's action and relevant social norms, and by a feeling that one is not valuable by others.” (Levorato & Donativ, 1999). Ein essenzieller Unterschied besteht dabei jedoch zwischen sich-schämen und beschämt-werden. Ersteres sind produktive bzw. als positiv anzusehende „Beschämer“ und zweiteres destruktive oder negative „Beschämer“. Negative Emotionen, wie Scham, Trauer, Schuld oder Wut können im Hinblick auf die Initiierung eines Lernprozesses durchaus positive Effekte hervorbringen. Produktive negative Emotionen verhelfen der oder dem Betroffenen zu einer intrinsischen Motivation sich selbst zu verbessern. Die Einsicht über den Fehler und der Wunsch diesen nicht mehr zu begehen sind Voraussetzungen, um daraus lernen zu können. Negative Beschämer entstehen aus einem nicht adäquaten Verhalten Außenstehender in der Fehlersituationen und führen meist zu einer Ablehnung von Veränderung bzw. der konstruktiven Beschäftigung mit jenem Fehler, welcher zu dieser Art von negativen Emotionen geführt hat. Der falsche Umgang mit dem Fehler führt zu einer Verletzung der Integrität der fehlermachenden Person, was zu einer Blockade des Verarbeitungs- und Verstehensapparates führt und damit Lern- und Gedächtnisprozesse verhindert. Denkfunktionen werden gedrosselt, Gedächtnisleistungen vermindert und Sinneswahrnehmungen eingeschränkt. Es findet eine affektive und kognitive Hemmung von Lernprozessen statt (Wuttke, Seifried, & Mindnich, 2008). Die negativ besetzten Emotionen werden im episodischen Gedächtnis gespeichert und lösen ein Vermeidungsverhalten aus, dass eine Konfrontation mit ähnlichen Situationen verhindern möchte. Ein bloßstellender, demütigender zynischer Fehlerumgang führt beispielsweise zu solchen negativen Gefühlen. *„Für Kinder ist Schule dann unbefriedigend, wenn der Stolz über das Erreichte und die Freude über das Gelun-*

gene und die überwundenen Schwierigkeiten und Fehler schwächer sind als die erlebte Unfähigkeit, wobei diese eben durch die Unterrichtssituation oft erst geschaffen wird.“ (Oser & Spychiger, 2005, S. 74f). Insbesondere folgende Verhaltensweisen bewirken, dass ein Fehlerlernen nicht möglich ist: Parteilichkeit, ein Kräfteressen bei Trotzverhalten, Körperstrafe sowie Spott, Abwertung, Hohn, Sarkasmus, etc.

Ohne Emotionen ist ein Aufbau von negativem Wissen nicht möglich (Ehrle, 2019, S. 16f). Das auch negative Emotionen wie die Angst vor dem Fehlermachen für aus Fehlern generierte Lernprozesse notwendig sind, zeigt die Studie von Oser et al (ebd.) Das erwartete Ergebnis, dass negative Gefühle wie Angst, Scham oder Wut in einer guten Fehlerkultur so gering wie möglich vorhanden sein sollten, traf nicht ein. Im Gegenteil erwiesen sich diese Emotionen als relevant beim Lernen aus Fehlern. Klassen, in denen eine ausgesprochen gute Fehlerkultur vorherrschte, wiesen negative Emotionen im mittleren Bereich auf. Eine gänzliche Abwesenheit solcher Emotionen fand man lediglich in Verbindung mit schlechter Fehlerkultur. Niedrige, aber auch hohe Werte korrelierten mit einer kontraproduktiven Fehlerkultur. Ein gewisses Maß an negativen Empfindungen fördert dementsprechend die Sensibilität gegenüber Fehlern und die intrinsische Motivation, diese in Zukunft nicht mehr zu begehen. Entsteht jedoch eine Atmosphäre der Gleichgültigkeit gegenüber dem Fehler, wird ein Lernen daraus unmöglich (Spychiger, Kuster, & Oser, 2006, S. 89ff). Als wichtige Variablen, damit diese negativen Emotionen einen positiven Effekt hervorrufen, nennt Oser et al. (2005, S. 89f) vor allem ein bestehendes Vertrauensverhältnis, einen objektiven Standpunkt, der ein Anerkennen des Fehlers ermöglicht sowie das Gefühl, dass die korrigierte Person durch die Fehlersituation nicht geschwächt, ausgenutzt bloßgestellt oder in ihrer Integrität angegriffen wird. Diese Form der Kritik führt zu produktiven negativen Emotionen, wie Selbstärger, und gestattet den Versuch durch Korrektur zukünftiges Handeln zu verbessern.

6.2 Vermeidungsverhalten als Motiv des Selbstwertschutzes

Wie bereits im Problemaufriss angedeutet, wirkt sich eine negativ besetzte Fehlerkultur oftmals erheblich auf das Selbstwertgefühl der Lernenden aus. Die Lernenden versuchen dann aktiv durch den Einsatz von verschiedenen Strategien einer selbstwertbedrohenden Situation auszuweichen. Covington (2004) vertritt die Ansicht, dass ein hohes Selbstwertgefühl großteils davon abhängt, ob die Person sich in akademischen Leistungssituationen fähig und kompetent fühlt. Das Streben nach guten Noten und einer positiven Rückmeldung dient dem Aufbau eines positiven Selbstbildes. Liegen die angestrebten Noten nicht in Reichweite einer Person, kommt es zu einer Prioritätenverschiebung. Lernende greifen dann auf Strategien zurück, die

den Selbstwert schützen. Ein Beispiel für eine solche Strategie ist das sogenannte „*Self-Handicapping*“. Dabei schaffen sich Lernende selbst ein Hindernis, welches die erwarteten negativen Leistungen erklärt, ohne den Selbstwert zu bedrohen. Der Misserfolg kann auf externe Faktoren zurückgeführt werden und greift den ohnehin zerbrechlichen Selbstwert nicht weiter an. Das zu späte Vorbereiten auf eine Prüfung ist beispielsweise ein derartiges Hindernis. Eine weitere Strategie ist die sogenannte Vermeidungsstrategie. Sie führt zu einer Vermeidung von Anstrengung und einem Ablehnen von herausfordernden Aufgaben und Problemstellungen. Die Kinder geben leicht auf und werten selbstwertbedrohendes Handeln, wie zum Beispiel das Suchen von eigenen Fehlern oder eben das Lösen einer komplizierten Rechnung ab. Die Suche nach Selbstwerterhöhung lässt die Kinder in Bereichen verweilen, die ihnen schaffbar und einfach vorkommen. Herausforderungen werden vermieden (Chott, 1999). Dies kann so weit gehen, dass Lernende ein Unterrichtsfach in seiner Gesamtheit ablehnen, wie das Beispiel von Matthias im Problemaufriss zeigt (Schlegel, 2004, S. 26ff). Ein weiteres Beispiel von Vermeidungsverhalten führt Chott (ebd. S.1) an. Er schildert folgende Situation. Die Kinder einer Grundschule sollen ihre Ergebnisse nach der Arbeitsphase an einigen Rechnungen selbstständig überprüfen. Die Lehrperson blendet die korrekten Ergebnisse an der Tafel ein und bittet die Kinder ihre richtigen Lösungen farblich zu kennzeichnen. Dabei kann beobachtet werden, dass einige Schülerinnen und Schüler ihre falschen Ergebnisse heimlich durch Richtige ersetzen und diese dann auch farblich als korrekt gerechnet kennzeichnen. Im beschriebenen Fall handeln die Kinder offensichtlich aus Angst vor negativen Emotionen. Mut ist laut Spychiger et al. (1999, S. 44f) nötig, um diese Angst vor dem Fehlermachen zu überwinden. Der Mut zum Fehlermachen ist dabei gleichzusetzen mit jenem Mut, der benötigt wird, um Neues zu wagen und auszuprobieren.

6.3 Resümee

Das vorhergehende Kapitel widmete sich den emotionalen Dimensionen beim Fehlermachen. Es zeigt auf, dass eine gute Fehlerkultur nicht durch ein Vermeiden von negativen Emotionen erreicht werden kann, sondern ein adäquates Mittelmaß dieser anstreben muss. Weder darf der Fehler als reiner Mangel oder Defizit wahrgenommen und dementsprechend sanktioniert werden, noch darf eine Kultur der Gleichgültigkeit gegenüber dem Machen von Fehlern herrschen. Schülerinnen und Schüler müssen bestrebt sein Fehler zu vermeiden. Treten dennoch Fehler auf, sind sie zu thematisieren und als Grundlage von Weiterentwicklung zu behandeln. Negative Emotionen sind also wichtig für eine Lernentwicklung auf Basis von aktuellen Lernständen. Besonderes Augenmerk ist dabei jedoch auf den Schutz des Selbstwertes zu legen.

Selbstwertbedrohende Situationen werden mit Hilfe von verschiedensten Strategien verhindert, was selten zu einem erfolgreichen Lernen führt. Die negativen Emotionen dürfen daher niemals derart hoch vertreten sein, dass das Selbstwertgefühl der Kinder leidet. Auch eine Atmosphäre, in der Angst oder Konkurrenzdenken vorherrschend sind, muss vermieden werden.

Das nachfolgende Kapitel beinhaltet die Forschung dieser Arbeit und beschäftigt sich konkret mit der Forschungsfrage.

7 Forschungsmethode

Das nachfolgende Kapitel befasst sich mit der gewählten Forschungsmethode für die empirische Forschung.

Hierfür wird die Forschungsmethode zuerst allgemein dargestellt. Darauf folgt eine Erläuterung des gewählten Forschungsinstruments, nämlich des Leitfadeninterviews. Nachfolgend werden auch die Interviewpartnerinnen und -partner vorgestellt.

7.1 Qualitative Inhaltsanalyse

Als Forschungsmethode wird die qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2015) gewählt. Dafür wird zuerst ein Kategoriensystem entwickelt. Dies ist nach Mayring ein zentraler Punkt der qualitativen Inhaltsanalyse. Einerseits sorgt die Arbeit mit einem Kategoriensystem für Vergleichbarkeit und Reliabilität bei der Ergebnisanalyse und andererseits werden durch das Bilden von Kategorien die Ziele der Analyse konkretisiert und verdeutlicht. Mithilfe der Kategorien wird das Interview nach für die Beantwortung der Forschungsfrage relevanten Aspekten durchsucht. Dadurch wird die erhaltene Informationsmenge reduziert und für die Analyse und Interpretation aufbereitet (ebd. S. 50ff). Für das konkrete Vorgehen wird folgendes Ablaufmodell empfohlen (ebd. S. 54ff):

1. *„Festlegung des Materials*
2. *Analyse der Entstehungssituation*
3. *Formale Charakterisierung des Materials*
4. *Festlegung der Analyserichtung*
5. *Theoretische Differenzierung der Fragestellung*
6. *Bestimmung der Analysetechnik*
7. *Definition der Analyseeinheiten*
8. *Durchführung der Materialanalyse (Pädagogische Hochschule Freiburg, 2020)“*

Begonnen wird mit der Definition des der Analyse zugrundeliegenden Materials. Unter die Analyse der Entstehungssituation fällt unter anderem die genaue Darstellung der am Interview teilnehmenden Personen und ihrer themenspezifischen Voraussetzungen sowie eine Beschreibung der Interviewsituation und Atmosphäre. Unter Punkt drei versteht Mayring die Angabe, in welcher Form das Material vorliegt. Im gegenständlichen Fall handelt es sich dabei

um die transkribierte Abschrift der Interviews. Darauf folgt die Festlegung der Analyserichtung, bei der entschieden wird, welche Aspekte des Rohmaterials analysiert werden. Dabei wird beispielsweise der thematische Gegenstand des Materials, die emotionale Verfassung des Textverfassers oder die Wirkung auf die Zielgruppe untersucht. Punkt fünf hat die Theorie- und Regelgeleitetheit der Interpretation im Fokus. Damit meint Mayring, dass die Fragestellung der Forschung vorab genau festgelegt, theoretisch an die bisherige Forschung angeknüpft und in Subfragen untergliedert werden muss. Im nächsten Schritt wird die Analysetechnik festgelegt. Zur Auswahl stehen drei Techniken, nämlich Zusammenfassung, Explikation und Strukturierung. Bei der Zusammenfassung wird das Material auf die wesentlichsten Inhalte reduziert, wodurch ein besserer Überblick über das Grundmaterial ermöglicht wird. Die Explikation zielt darauf ab, zu einzelnen fraglichen Textpassagen Zusatzinformationen zu besorgen, um das Verständnis der betroffenen Textstelle zu erweitern. Bei der Strukturierung erfolgt die Analyse entweder anhand herausgefilterter Inhalte oder auf Grund von festgelegten Kriterien. An dieser Stelle wird auch das Kategoriensystem entwickelt. Bei der Festlegung der Analyseeinheiten wird die Kodiereinheit, welche die kleinste Texteinheit einer Kategorie bestimmt sowie die Kontexteinheit, welche im Gegensatz dazu den größten Textbestandteil festlegt, gewählt. Die Auswertungseinheit ist für die Reihenfolge, in der die Textteile ausgewertet werden, zuständig. Abschließend erfolgt die Materialanalyse durch eine Interpretation der Ergebnisse im Hinblick auf die Fragestellung (Mayring, 2015, S. 55-69).

7.2 Forschungsinstrument

Als Forschungsinstrument wurde das problemzentrierte Interview gewählt.

Der dafür verwendete Interviewleitfaden gliedert sich in fünf Kategorien, die sich jeweils mit forschungsrelevanten Inhalten befassen. Die dadurch gewonnenen Daten werden zur Beantwortung der Forschungsfrage: *„Wie können Fehler im Mathematikunterricht der Grundschule lernförderlich genutzt werden?“* und der Subforschungsfragen herangezogen und analysiert. Die Subforschungsfragen lauten wie folgt:

- *Über welche Konzepte verfügen Lehrkräfte im Unterricht im Umgang mit auftretenden Fehlern?*
- *Wie unterscheiden Lehrkräfte beim Umgang mit Fehlern von Lernenden zwischen Lern- und Beurteilungssituationen?*
- *Welchen Stellenwert nimmt die Thematik in der Ausbildung zur Lehrkraft ein?*

Untenstehende Tabelle zeigt genau auf, welchen Bereich jede der fünf Kategorien umfasst.

Kategorie 1	Umgang in (konkreten) Fehlersituationen
Kategorie 2	Ausbildung
Kategorie 3	Unterscheidung von Lern- und Beurteilungssituationen
Kategorie 4	Methoden und Unterrichtsformen
Kategorie 5	Beispielaufgaben / Diagnosekompetenz

Tabelle 2 Kategoriensystem

Das Leitfadeninterview besteht aus den folgenden Fragen, welche der jeweiligen Kategorie farblich zugeordnet sind.

Sind Sie der Meinung, dass Fehler förderlich für den Lernprozess von Schülerinnen und Schülern sein können? Bitte begründen Sie Ihre Meinung.	<i>Die ersten Fragen dienen der Schaffung eines angenehmen Einstieges. Die Lehrperson kann dabei noch recht allgemein über Ihre Ansichten zum Thema erzählen. Dadurch soll eine positive Atmosphäre geschaffen werden und nebenbei etwas über die allgemeine Einstellung der Lehrkraft zum Fehler als Lernchance herausgefunden werden.</i>
Wie kann es ihrer Meinung nach gelingen, dass Schülerinnen und Schüler aus gemachten Fehlern etwas lernen?	
Inwiefern wurde das Thema in Ihrer Ausbildung oder während von Ihnen gemachten Fort- oder Weiterbildungen behandelt?	<i>Cerny (2013, S. 83) stellt in Ihrer Publikation die Hypothese auf, dass die Fehlerkultur und ihre Auswirkungen in der Ausbildung zum Grundschullehrenden nur einen äußerst geringen Stellenwert einnimmt.</i>
	<i>Mit dieser Frage soll herausgefunden werden, ob die gegenständliche Thematik ausreichend in der Ausbildung behandelt wird. Außerdem wird eventuell ersichtlich, ob die Thematik in der neuen Ausbildung verstärkt oder vermindert thematisiert wird.</i>
Unterscheiden Sie beim Umgang mit Fehlern zwischen Situationen, in denen das Thema erst gelernt wird und Situationen, in denen das Thema eigentlich schon gekannt werden sollte?	<i>Helmke (2015, S. 230ff) spricht sich in seinem Werk zur Unterrichtsqualität für eine strikten Trennung von Lernprozessen und der Beurteilung von Leistung aus. Auch in den Kriterien der SQA – Schulqualität Allgemeinbildung (BMBWF, 2016) findet sich die Forderung nach Abgrenzung von Lern- und Leistungssituationen,</i>
Wie sieht das bei Tests/Schularbeiten aus?	

Nutzen Sie Formen der Überprüfung des Lernstandes ohne Beurteilung?

damit Potenziale von Fehlersituationen voll ausgeschöpft werden können.

Wie würden Sie die Gestaltung Ihres Unterrichts beschreiben? Insbesondere im Hinblick auf Organisationformen oder Methoden, aber auch von Ihnen gesetzte methodische Schwerpunkte.

Diese Frage soll allgemein herausfinden, wie die Lehrkraft Ihren Unterricht gestaltet.

Laut Oser et al. (2005) findet in stark lehrerzentrierten Unterrichtsformen häufiger eine Fehlervermeidungsdidaktik statt und auch Methoden, die sich negativ auf die Fehlerkultur auswirken, wie beispielsweise das sogenannte Bermuda-Dreieck oder Antizipieren von Schwachstellen finden sich vermehrt während des Frontalunterrichts.

Außerdem lautet eine Hypothese von Cerny (2013, S. 85), dass sich offene Unterrichtsformen im Allgemeinen besser für einen lernförderlichen Umgang mit Fehlern von Schülerinnen und Schülern eignen.

Welche Methoden nutzen Sie, um Fehler und Ergebnisse im Mathematikunterricht zu besprechen?

Die offene Formulierung der Fragestellung hat den Zweck, dass die Interviewten zuerst frei über die Thematik sprechen können.

Setzen Sie während Ihres Mathematikunterrichts gezielte Angebote, damit die Kinder den Umgang mit Fehlern üben können?

Beim nächsten Fragenblock wird analysiert, ob verschiedene Methoden, die sich für eine gute Fehlerkultur eignen, bekannt sind bzw. angewandt werden.

Finden Sie es wichtig, dass Schülerinnen und Schüler ihre Denk- und Rechenwege beim Berechnen einer mathematischen Aufgabe anderen erklären bzw. aufschreiben können?

Das Verbalisieren und Thematisieren von individuellen Denk- und Rechenwegen wird in den Bildungsstandards gefordert und sogar als eigener Kompetenzbereich angeführt. Es ist außerdem essenziell einerseits für eine kompetente Diagnose von individuellen Lernständen und andererseits für das Erkennen von Fehlermustern. Gerade systematische Fehler erschließen sich oftmals erst, wenn die Schülerin oder der Schüler erklärt, wie sie gerechnet hat und warum (Selter, 2010).

Wenn ja, wie setzen sie dies um?

Lassen Sie Kinder Mathematikaufgaben gegenseitig oder selbstständig kontrollieren? Wenn ja, was ist Ihnen dabei wichtig? Wie gehen Sie vor?

Weinert (1999, S. 126) und Schuhmacher (2008, S. 56) teilen die Auffassung, dass ein selbstständiges Korrigieren von Fehlern, egal ob eigene oder fremde Fehler, sich positiv auf den Lernprozess des Kindes auswirkt.

Auch die Bildungsstandards (2011, S. 13) empfehlen Methoden wie die Strategiekonferenz oder die Platzdeckchen-Methode als förderlich für einen guten Umgang mit Fehlern.

Arbeiten Sie mit konstruierten Fehlern im Unterricht?

Die Studie von Robert Siegler (2002) hat gezeigt, dass das Arbeiten mit konstruierten Fehlern sehr wirkungsvoll ist. Gerade Kinder, die viele Fehler machen, profitieren durch die dadurch aufgebaute Distanz sowie durch die Möglichkeit, fremde Denk- und Lösungsstrategien kennen zu lernen. Auch die Bildungsstandards (2011) haben in ihre Aufgabensammlung etliche Aufgaben mit konstruierten Fehlern aufgenommen.

Wie gehen Sie mit Fehlern während des Frontalunterrichts um? Bitte nennen Sie ein Beispiel.

Wie werden Fehler in Gruppen- oder Partnerarbeiten behandelt? Bitte nennen Sie auch hier ein Beispiel.

Die nachfolgenden Fragen dienen der Analyse, wie Lehrpersonen mit häufig auftretenden Fehlersituationen umgehen.

Wie gehen Sie mit Fehlern um, die während der alleinigen Bearbeitung von Aufgaben passieren? Bitte nennen Sie ein Beispiel.

Ich nenne Ihnen nun einige beispielhafte Fehlersituationen. Ich würde gerne Ihren Umgang mit solch einer Situation erfahren:

Beispiel 1:

Sie wiederholen gerade ein Thema. Ein Kind zeigt auf und gibt die falsche Antwort. Wie reagieren Sie?

Die Auswertung einer Studie von Heinze (2004, S. 240) bestätigte die Vermutung, dass in einem stark lehrerzentriert ausgerichteten Unterricht das Muster des Bermuda-Dreiecks häufig auftritt.

Die Frage untersucht wie Lehrpersonen mit einer Situation, in der das Bermuda-Dreieck häufig auftritt, umgehen. Dabei wird bewusst die Bezeichnung für dieses

Beispiel 2:

Ein Kind rechnet an der Tafel und macht einen Fehler. Wie reagieren Sie?

Phänomen weggelassen, damit die Lehrkraft ohne Beeinflussung erklärt, wie solche Fehlersituationen von ihr gehandhabt werden.

Bei diesem Beispiel ist interessant, ob die Lehrperson dem Kind ausreichend Zeit lässt die Lösung selbst zu finden. Laut Oser et al. (1999, S. 164ff) ist der Faktor Zeit ein wichtiger Aspekt bei der Definition der verschiedenen Formen der Didaktik betreffend den Fehler. Die Fehlervermeidungsdidaktik zeichnet sich dadurch aus, dass die Lernenden nicht ausreichend Zeit bekommen, den Fehler selbst zu finden bzw. zu korrigieren. Vielmehr kommt oftmals das Bermuda-Dreieck zur Anwendung.

Bei der Fehleraufsuch- und der Fehlerermutigungsdidaktik hingegen hat das Kind genug Zeit um sich selbst mit der Lösung der fehlerhaften Antwort oder Aufgabe auseinanderzusetzen.

Beispiel 3:

Das Kind berechnet während des Unterrichts eine Aufgabe wie folgt:

$$7 \cdot 6 = 41$$

Wie gehen Sie vor?

- ➔ Das Kind erklärt seinen Rechenweg so: „ $7 \cdot 6$ kann ich durch $7 \cdot 5$ berechnen. $7 \cdot 5$ plus 6 sind $7 \cdot 6$.“

Das Fehlermuster ist der nicht korrekte Ausgleich des zweiten Faktors. Die Ursache liegt hier in der falschen Anwendung einer Ableitungsstrategie, bedingt durch das Denken in Reihen. Das Kind hat keine Vorstellung davon, was bei der Rechenoperation auf der Handlungsebene tatsächlich geschieht und weiß daher nicht, dass $7 \cdot 6$ durch $7 \cdot 5$ plus $7 \cdot 1$ abgeleitet wird. Wiederholte konkrete Handlungserfahrungen der Multiplikation könnten für das benötigte Verständnis sorgen. Wenn das Kind tatsächlich $7 \cdot 5$ Plättchen legt, versteht es welcher Faktor ausgeglichen werden muss (Götze, Zannetin, & Selter, 2019, S. 80f)

Was sagt Ihnen das? Wie würden Sie mit diesem Kind weiterarbeiten?

Durch diese Frage soll herausgefunden werden, ob die Lehrperson das Muster des Fehlers erkennt bzw. ob Sie auf die Idee kommt, das Kind zu fragen, wie es gerechnet hat.

Beispiel 4:

Fast 80% der Fehler bei schriftlichen Rechenverfahren sind systematische Fehler (Selter, 2010, S. 3). Die

Das Kind berechnet während des Unterrichts eine Aufgabe wie folgt:

$$\begin{array}{r} 6 \quad 3 \quad 4 \\ - \quad 2 \quad 9 \quad 3 \\ \hline 4 \quad 4 \quad 0 \end{array}$$

Wie gehen Sie vor?

schriftliche Subtraktion weist eine besonders hohe Fehleranfälligkeit auf, weil nur wenige Schülerinnen und Schüler den Algorithmus hinter dieser Operationsart tatsächlich verstanden haben (Radatz, Schipper, Ebeling, & Dröge, 1999).

Bei diesem konkreten Fall wurde von links nach rechts gerechnet. Dieses Fehlermuster ist als „Rechenrichtungsfehler“ bekannt. Es bleibt oft lange unentdeckt, weil es erst beim Rechnen mit Übertrag zu fehlerhaften Ergebnissen führt. Ursache ist eine falsch eingelernte Anwendung des Verfahrens. Möglicherweise ist zusätzlich ein unzureichendes Stellenwert- oder Operationsverständnis vorhanden.

Durch diese Frage soll ebenfalls herausgefunden werden, ob die Lehrperson das Muster des Fehlers erkennt bzw. ob Sie auf die Idee kommt, das Kind zu fragen, wie es gerechnet hat.

Auf den ersten Blick scheint es hier zu einem Rechenfehler gekommen zu sein. Auf Nachfrage erklärt das rechnende Kind jedoch, dass es wie folgt gerechnet hat: „Ich habe das über 10 - 4 berechnet“. Das Kind hat also eine Rechenstrategie angewendet. Es nutzt als Grundlage zur Berechnung die Nachbaraufgabe 10 - 4. Anschließend rechnet es jedoch nicht weiter, sondern schreibt das Zwischenergebnis als Lösung auf. Es handelt sich um ein gängiges Fehlermuster (Götze, Zannetin, & Selter, Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders - Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht, 2019, S. 76, 188).

Mit diesem Beispiel soll herausgefunden werden, ob die Lehrperson das Kind nach seinem Rechenweg fragt.

Anschließend wird analysiert, ob die Lehrperson das Fehlermuster erkennt.

Beispiel 5:

Das Kind berechnet während des Unterrichts eine Aufgabe wie folgt:

$$„11 - 4 = 6“$$

Wie gehen Sie vor?

➔ Das Kind erklärt seinen Rechenweg so:

- „Ich habe das über 10 - 4 berechnet.“
-
-

Was sagt Ihnen das?

Denken Sie, dass Ihre Schülerinnen und Schüler versuchen Fehler während des Mathematikunterrichts zu vermeiden? Bitte begründen Sie Ihre Meinung.

Mit dieser Frage soll herausgefunden werden, welche Form der Didaktik die Lehrkraft beim Fehlermachen verfolgt.

So zeigt Chott (1999, S. 1f) beispielsweise anhand eines häufig in der Praxis anzutreffenden Fallbeispiels, wie sich eine fehlervermeidende Unterrichtsdidaktik auswirken kann. Dabei sollen die Kinder ihre zuvor in Einzelarbeit errechneten Ergebnisse mit an der Tafel eingeblendeten Lösungen vergleichen und die richtigen Ergebnisse farbig kennzeichnen. Einige Schülerinnen und Schüler radieren ihre falschen Lösungen heimlich nachträglich aus und ersetzen sie durch das korrekte Ergebnis.

Gibt es von Ihrer Seite noch etwas, dass Sie zu diesem Thema erwähnen möchten?

Diese abschließende Frage lässt Raum für zusätzliche themenspezifische Ausführungen, die der interviewten Person noch wichtig sind. Sie gibt außerdem die Möglichkeit Themen aufzugreifen, die im Interviewleitfaden nicht thematisiert wurden.

7.3 Analyse der Entstehungssituation

Für das Interview wurden zehn Lehrpersonen ausgewählt. Alle Interviews fanden im Zeitraum zwischen November 2020 und Jänner 2021 statt. Zwei der Befragungen wurden am jeweiligen Schulstandort und acht Interviews im privaten Umfeld durchgeführt. Sieben der acht Interviews wurden auf Grund der aktuellen Corona-Situation telefonisch geführt. Obwohl es bei einigen Interviews kleinere Störungen gab, war die Atmosphäre bei allen Befragungen äußerst angenehm und entspannt.

In der untenstehenden Tabelle finden sich nähere Rahmeninformationen zu den interviewten Personen. Um die Anonymität der interviewten Personen zu wahren, werden sie nachstehend ausschließlich als „Lehrperson“ bezeichnet. Die Nummerierung erfolgte anhand der Reihenfolge der geführten Interviews.

Inter-viewperson	Dienstjahre	Zusätzliche thematisch passende Ausbildungen	Klassenführend	Form / Ort des Interviews	Besonderheiten/Störungen während der Befragung
Lehrperson 1	1 Jahr	Schwerpunkt Mathematik bei der Ausbildung zur Primarstufenlehrerin	Nein	im privaten Umfeld persönlicher Kontakt	keine
Lehrperson 2	13 Jahre		Momentan nicht. Davor 11 Jahre klassenführend tätig.	Videotelefonat	Katze hat kurz gestört
Lehrperson 3	36 Jahre		Ja	Telefonat	keine
Lehrperson 4	30 Jahre	Montessoripädagogin	Seit 2020/21 nicht mehr	in der Volksschule persönlicher Kontakt	1 x Kinder, die dachten sie haben in dem von uns benutzten Raum Lernstunde. 2x eine Kollegin, die kurz etwas von uns brauchte.
Lehrperson 5	30 Jahre	Professorin für Mathematik an der KPH	Ja	Telefonisch	keine
Lehrperson 6	35 Jahre		Nein	Telefonisch	keine
Lehrperson 7	3 Jahre		Ja	Telefonisch	keine
Lehrperson 8	27 Jahre	ECHA-Ausbildung (Hochbegabung)	Ja	in der Volksschule persönlicher Kontakt	Kurze Unterbrechung, um die Türe zu schließen, da die Kinder von der Pause gekommen sind.
Lehrperson 9	6 Jahre		Ja	Telefonisch	keine

Lehrperson	26 Jahre	ECHA-Ausbildung (Hochbegabung)	Ja	Telefonisch	keine
10					

Tabelle 3 Übersicht Interviewpartnerinnen und – partner

7.4 Resümee

Im obigen Kapitel findet sich eine Erklärung der gewählten Forschungsart sowie die Darstellung des Interviewleitfadens und der gebildeten Kategorien. Die Auswertung der Interviews erfolgte mit Hilfe der Reduktion der Datenbasis. Die transkribierten Interviews wurden im Hinblick auf themenrelevante Informationen untersucht und diese dann der passenden Kategorie zugeordnet.

Den Abschluss des Kapitels bildet eine Aufschlüsselung einiger relevanter Daten betreffend die Interviewpartnerinnen und -partner.

Das nachfolgende Kapitel umfasst nun die Auswertung und Interpretation der empirischen Forschung.

8 Empirische Forschung

Das folgende Kapitel beinhaltet den empirischen Forschungsteil der gegenständlichen Arbeit.

Es befasst sich somit mit der Auswertung und Ergebnisanalyse der Interviews, welche anschließend zur Beantwortung der Forschungsfragen führen.

8.1 Kategorie 1 - Umgang in (konkreten) Fehlersituationen

Die Kategorie 1 umfasst den allgemeinen Umgang der Lehrperson mit verschiedenen fehlerbehafteten Situationen. Ein besonderer Fokus liegt dabei auf der Frage, ob die Lehrkraft bei einem gemachten Fehler auf den bereits zurückgelegten Denkweg der Schülerin oder des Schülers eingeht.

Diese Kategorie behandelt außerdem die Frage, ob Grundschullehrende Fehler überhaupt als förderlich für das Lernen wahrnehmen und wie dieses Lernen aus Fehlern nach Meinung der Lehrkraft gelingen kann.

8.1.1 Kategorie 1 - Auswertung

Das erste Fragenkonvolut analysiert, ob Lehrpersonen der Meinung sind, dass Fehler förderlich für den Lernprozess von Schülerinnen und Schülern sind und wie ein Lernen aus Fehlern aus Sicht der befragten Lehrkraft gelingen kann.

Durchwegs alle befragten Lehrpersonen stimmten zu, dass Fehler lernförderlich sind und somit auch für einen nachhaltigen Lernprozess genutzt werden können. Diese Behauptung wurde nicht nur auf Fehler von Schülerinnen und Schülern eingeschränkt, sondern auch auf Erwachsene und damit auch die Lehrenden selbst ausgedehnt. Eine Lehrperson ist beispielsweise *„[...] davon überzeugt, dass das ein sehr förderlicher Weg ist im Lernprozess von Kindern, weil [sie] als Mama jetzt von einem kleinen Kind, dass am Tag 15-mal hinfällt beim Laufen lernen sieht [...], dass eigentlich dieses Überwinden von Hürden trotzdem ja auch zum Ziel führt. [...] Fehler gehören zum Lernprozess dazu.“* (D3 I9).

Einige Lehrpersonen äußerten jedoch im Schulalltag nicht immer ausreichend Zeit zu haben um das volle Potenzial von Fehlern nutzen zu können.

Eine klare Mehrheit beantwortete diese Fragen dahingehend, dass Fehler sich nur dann förderlich auf die Lernentwicklung auswirken, wenn sie effektiv und kompetent genutzt werden. Unter einer effektiven Nutzung verstanden sie, dass es für das Kind nachvollziehbar ist, warum der Fehler passiert ist und sich anschließend vertiefend mit dem korrekten Lösungsweg auseinandersetzt. Betont wurde dabei von allen Befragten, dass es unterschiedliche Fehlerarten

gibt, wovon nicht jeder für das Lernen aus Fehlern geeignet ist. Nur systematische Fehler, die logischen Gedankengängen entspringen, sind Fehler, die den Lernprozess anregen. Als Ursache für Fehler bei mathematischen Aufgaben wurde außerdem das Öfteren das fehlende sprachliche Vermögen des Kindes genannt.

Ein wichtiger Faktor für ein Lernen aus Fehlern ist laut den Befragten, dass die Atmosphäre in der Klasse derart ist, dass Kinder keine Angst davor haben, Fehler zu machen. Vielmehr sollte das Vertrauen da sein, dass Fehler ernst genommen und als etwas Positives angesehen werden. Eine gute Fehlerkultur ist also essenziell, wenn die Lernenden aus ihren Fehlern ein tieferes Verständnis des Lerninhaltes generieren sollen.

Um eine gute Fehlerkultur in der Klasse zu schaffen, bauten einige Lehrpersonen auch immer wieder eigene Fehler, zum Beispiel beim Rechnen an der Tafel oder am Smartboard ein. Dies diente dazu, einerseits den Schülerinnen und Schülern zu vermitteln, dass Fehler normal sind und auch Lehrpersonen passieren und andererseits die Aufmerksamkeit und die Strategien beim Fehlerumgang zu schulen. Auch das positive und konstruktive Besprechen von falschen Lösungswegen und Hilfestellungen kann so eingeübt werden.

Weiters stachen bei der Beantwortung der gegenständlichen Fragen besonders zwei Ansichten heraus. Das Lernen aus Ansichten, Denk- und Lösungswegen anderer Schülerinnen und Schüler einerseits und der Einbezug der Eltern betreffend den gewünschten Umgang mit Fehlern andererseits. Um das Vorherrschen eines förderlichen Lernklimas und einer guten Fehlerkultur zu gewährleisten, wurde häufig die Elternbildung als unumgänglich genannt. Laut einiger Respondentinnen und Respondenten ist es nahezu unmöglich eine lernförderliche Fehlerkultur in der Klasse herzustellen, wenn die Eltern den Kindern Fehlervermeidung lehren.

Ein weiterer Aspekt, der genannt wurde, ist die Fehlerdiagnose, welche sich am einfachsten durch das Verbalisieren und Notieren der Rechenwege der Kinder bewerkstelligen lässt. Die Diagnose des Fehlers ist schon allein deshalb von beträchtlicher Bedeutung, weil nur so herausgefunden werden kann, um welche Fehlerart es sich handelt und welche förderliche Weiterarbeit empfehlenswert ist.

Als besonders förderlich wurde darüber hinaus das Etablieren von Problemlösestrategien bei auftretenden Fehlern genannt. *„Fehler können förderlich sein, meiner Meinung nach, wenn die Kinder auch die Strategie vermitteln bekommen haben, wie kann ich einen Fehler korrigieren. Welche Hilfsmittel habe ich, um einen Fehler auszubessern. Das Kind muss merken, ich stehe jetzt an, es gibt jetzt ein Problem, das kann nicht stimmen – wie kann ich das Problem lösen. Es geht um Problemlösestrategien, meiner Meinung nach und Fehler sind diesbezüglich, dass muss man den Kindern auch so vermitteln, nichts Schlimmes. Das kann jedem passieren,*

aber ich muss lernen erstens einmal zu kontrollieren und wie kann ich, wenn ich bemerke da stimmt etwas nicht, das Problem lösen.“ (D4 I5). Dies könnte beispielsweise das Nachvollziehen mittels Hilfs- und Legematerial sein.

Abschließend betonten einige der Interviewpartnerinnen und –partner noch, dass der Fehler trotz seinem enormen Lernpotenzial niemals wichtiger als die korrekte Lösung sein darf. Der Fehler ist Ausgangspunkt für verstehendes und nachhaltiges Lernen, Ziel ist jedoch immer der korrekte und effizienteste Lösungsweg.

Wie gehen Sie mit Fehlern während des Frontalunterrichts um? Bitte nennen Sie ein Beispiel.

Bei vielen befragten Lehrkräften nimmt der Frontalunterricht nach eigener Aussage nur einen sehr geringen Anteil der Unterrichtszeit in Anspruch.

Der Großteil der befragten Lehrenden gab an, dass der falsche Lösungsweg gemeinsam im Dialog mit dem Kind durchdacht und korrigiert wird. „[...] dann frage ich noch einmal: „Okay, kannst du uns das noch einmal erklären? Wie hast du das gerechnet?“, meistens, also wirklich in 80% aller Fälle, kommt das Kind dann nochmal mit dem lauten Vorsprechen oder Mitsprechen eh selbst darauf, wo der Fehler ist.“ (D7 I33).

Teilweise werden die anderen Schülerinnen und Schüler um Hilfestellung und Tipps gebeten, wenn das Kind die Korrektur nicht selbstständig schafft. Dies aus der Überzeugung heraus, dass Kindern anderen Kindern Sachverhalte oft verständlicher erklären können als Erwachsene. Auch das Überprüfen der Aufgabe unter Zuhilfenahme von Material wurde genannt. Dabei werden häufig auch die anderen Kinder aufgefordert, die Rechnung ebenfalls zu legen und zu kontrollieren. Das fehlermachende Kind zeigt die Rechnung in diesem Fall mit dem großen Demonstrationsmaterial an der Tafel oder dem Smartboard vor.

Zwei Lehrkräfte nannten das Bermuda-Dreieck. Dieses wurde jedoch aus dem Bestreben heraus angewandt, das Kind aus dieser unangenehmen Situation schnell zu entlassen und es nicht bloßzustellen.

Aus demselben Grund, nämlich das Verhindern einer Bloßstellung eines Kindes, bekannten viele Lehrpersonen, dass sie im Frontalunterricht hauptsächlich Kinder an die Reihe nehmen, von denen sie denken, dass sie die korrekte Antwort geben können.

Wie werden Fehler in Gruppen- oder Partnerarbeiten behandelt? Bitte nennen Sie auch hier ein Beispiel.

Sämtliche Interviewpartnerinnen und -partner waren sich einig, dass sie die Schülerinnen und Schülern bei Partner- oder Gruppenarbeiten unterstützend begleiten. Sie versuchen den Lernenden als Mentorin oder Mentor zur Seite zu stehen und sie mit Hilfestellungen und Tipps

zu einer eigenständigen Lösung zu motivieren. Alle Lösungsideen der Kinder werden als gleichberechtigt in der Gruppe aufgegriffen und bei Uneinigkeit diskutiert. Eine befragte Lehrperson besteht dabei darauf, dass die Kinder ihre Lösungsvorschläge noch einmal mit Material demonstrieren und nachrechnen, bevor sie geäußert werden.

Sehr häufig wurden Rechenkonferenzen als Vorgehensweise genannt. Die Kinder stellen ihre korrekten und inkorrekten Lösungswege im Anschluss an die Gruppen- oder Partnerarbeit der restlichen Klasse vor. Im Plenum wird der gewählte Rechenweg dann besprochen und gegebenenfalls auch verworfen oder korrigiert. Eine Lehrkraft erklärte, dass sie die Gruppen im Anschluss an die gemeinsame Arbeit oft noch einmal mischt. Die gefundenen Lösungswege werden dann in der neuen Gruppe noch einmal diskutiert und so der Fehler aufgedeckt. Auch andere Lehrpersonen erklärten, dass sie gegebenenfalls auch andere Gruppen in die Lösungssuche der fehlermachenden Gruppe involviert, damit diese Hilfe bei der Fehleridentifikation erhalten. „[...] das habe ich schon so oft erlebt, dass die Kinder gegenseitig sich viel besser helfen können, weil sie Aufgaben ganz anders formulieren und deswegen ist Partnerarbeit oder Gruppenarbeit für mich auch sehr sehr wichtig und sehr konstruktiv. Weil einfach dieses Gespräch untereinander oft wirklich förderlich ist und auch den schwächeren Schülern einfach so verständlicher gemacht werden kann, wie der richtige Lösungsweg ist, weil es Schüler untereinander manchmal besser zusammenbringen, als dass ein Lehrer kann. Weil sich die Kinder wahrscheinlich in andere Kinder besser hineinversetzen können als die Lehrer.“ (D7 I39-40).

Besonders wichtig ist einer Vielzahl der Befragten, dass wirklich alle Gruppenmitglieder den Rechenweg verbalisieren und erklären können.

Wie gehen Sie mit Fehlern um, die während der alleinigen Bearbeitung von Aufgaben passieren? Bitte nennen Sie ein Beispiel.

Hinsichtlich der Vorgehensweise bei Fehlern, die während der alleinigen Bearbeitung von mathematischen Aufgaben passierten, unterschieden alle interviewten Lehrpersonen zwischen reinen Rechen- oder Flüchtigkeitsfehlern und logischen bzw. systematischen Fehlern. Bei zweitem äußerten sich sämtliche Lehrkräfte derart, dass das Kind aufgefordert wird zu erklären, wie es gerechnet hat. Die meisten Befragten lassen das Kind entweder bereits während der Erklärung des gewählten Rechenweges oder bei der anschließenden nochmaligen Bearbeitung der Aufgabe mit dem passenden Material arbeiten. Manchmal wird hierbei gar nicht angesprochen, dass eine Aufgabe fehlerhaft ist, sondern die Lehrperson bittet das Kind lediglich die Aufgabe mit dem Material zu kontrollieren.

Eine weitere Vorgehensweise wird in untenstehendem Zitat dargelegt: „Nein, also ich spreche das gezielt an. Ich mache es auch manches Mal so, ich sehe jetzt das Kind hat ein Problem, ich

unterbreche kurz und versuche - eben handle das jetzt nicht am Anfang nur alleine mit diesem Kind ab - Ich möchte nicht, dass das Kind denkt nur es selbst kann das nicht und die anderen können das alle, sondern ich mache eine Problemstellung für alle. Ich nehme das Beispiel - Ich gehe dann an die Tafel und versuche sie kurz zu unterbrechen und sage: „Bitte sehr, ich brauche jetzt eure Hilfe. Es ist diese Rechnung so und so. Wer kann mir bitte sagen, wie er es gelöst hat.“. Das heißt es werden dann auch die anderen aufgefordert ihren Rechenweg zu erklären, mündlich zu artikulieren und manchmal ist es auch eine Hilfestellung für schwächere Kinder, weil sie manchmal auch die Sprache der Kinder besser verstehen als die Sprache des Lehrers. Das heißt ich kümmere mich jetzt nicht nur um das Kind und fokussiere mich auf dieses Kind und versuche es am Platz allein zu erklären, sondern ich mache diese Rechnung als Problem für alle. Und wer es schon gelöst hat wird aufgefordert seinen Rechenweg zu erklären, wie er das gemacht hat.“ (D4 I66).

Auch eine weitere Lehrkraft gab an, dass sie, ohne auf den entdeckten Fehler hinzuweisen, die Schülerinnen und Schüler der Klasse manchmal auffordert, ihren gewählten Rechenweg zu erläutern, da dies jenen Kindern, die mit der Rechnung Schwierigkeiten haben, eine unauffällige Stütze sein kann.

Zwei Lehrpersonen, die sehr offenen Unterricht mit Wochenplänen praktizieren, sitzen während der alleinigen Weiterarbeit der Kinder ausschließlich an ihrem Platz. Haben die Kinder ein Problem kommen sie unaufgefordert zur Lehrperson, welche moderierend unterstützt. Die gemachten Aufgaben werden am Ende des Tages abgegeben und die Lehrkraft teilt sie am nächsten Tag wieder aus. Fehler werden mit einem Fineliner markiert und die Seite, an der Fehler zu finden sind, durch ein Post-It gekennzeichnet. Die Kinder korrigieren selbstständig. Ein paar ausgewählte Schülerinnen und Schüler lassen diese Lehrperson nach dem Austeilen der Hefte und Bücher im Anschluss zu sich kommen, um die gemachten Fehler – meist mit Material - gemeinsam zu besprechen. Bei Fehlern, welche in derselben Art häufiger vorgekommen, wird der betreffende Unterrichtsinhalt nochmals mit den betroffenen Kindern in der Kleingruppe durchgearbeitet. Tritt ein systematischer Fehler nur bei einem Kind auf, kommt dieses zur Lehrperson und der Fehler wird gemeinsam erörtert. Dabei fragt die Lehrkraft zuerst einmal das Kind nach seinem Rechenweg und lässt sich die Rechnung laut vorrechnen. Anhand der so erhaltenen Informationen wird die mathematische Aufgabe, meist unter Zuhilfenahme von Legematerial, korrigiert. Eine Lehrperson betonte, dass sie dabei die verschiedenen Denkwege und bevorzugten Rechenstrategien der Kinder so gut wie möglich berücksichtigt.

Viele Lehrpersonen sprachen die geringe Zeit, die ihnen während des Unterrichtsgeschehens zur Unterstützung und Förderung einzelner Kinder bereitsteht, an. „Obwohl ich ganz ehrlich

sagen muss, wenn die Kinder allein gearbeitet haben in einer Klasse und mein Spitzending waren 23 Kinder in einer vierten Klasse, da wo die Zahlen schon bis zur Million gehen, sprich du hast pro Rechnung vielleicht schon sechs, sieben Ziffern zu kontrollieren, muss ich ganz ehrlich sagen, ist es gar nicht großartig möglich, überhaupt irgendwelche Fehler aufzudecken im Einzelunterricht.“ (D3 I141).

Um dieses Zeitproblem zu umgehen lassen etliche Lehrkräfte den Denk- und Rechenweg bei der Rechnung aufschreiben. So kann es nicht passieren, dass aus Zeitmangel systematische Fehler zu lange nicht bemerkt werden und sie sich das falsche Rechenmuster verfestigt.

Wird so ein Fehler dann im Anschluss an den Mathematikunterricht bemerkt, wird er zu einem späteren Zeitpunkt, wenn die restliche Klasse an etwas anderem arbeitet, mit dem Kind noch einmal aufgegriffen und gegebenenfalls zusätzliche Förderung in die Wege geleitet.

Ein weiterer diesbezüglicher Ansatzpunkt ist ein Helfersystem. Das heißt, Kinder, die bereits fertig sind und sich mit dem Unterrichtsthema gut auskennen, helfen jenen, die Schwierigkeiten haben.

8.1.2 Kategorie 1 - Interpretation der Ergebnisse und Bezug zur Theorie

Die interviewten Lehrkräfte offenbarten großes Wissen betreffend die lernförderliche Fehlerbehandlung. Alle waren sich einig, dass Fehler bei der richtigen Nutzung großes Potenzial bei der Lernförderung entfalten können. Die Lehrpersonen erkannten richtig, dass Fehler jedoch nicht gleich Fehler ist und sich nicht alle inkorrekten Lösungswege für ein diesbezügliches Aufgreifen eignen. Vielmehr muss durch eine kompetente Fehlerdiagnose herausgefunden werden, warum der Fehler geschehen ist und wo das Kind Defizite aufweist. Nur dann ist eine adäquate Nutzung gewährleistet. Die Lehrpersonen wissen also wie wichtig eine fachkundige Fehlerdiagnose ist. Ob sie auch über die Kompetenzen verfügen, um diese durchzuführen, wird in der Auswertung von Kategorie 5 analysiert.

Prediger & Wittmann (2009, S. 6) sind der Meinung, dass es zu einem großen Teil an dem konkreten Umfeld, also wie die Lehrperson und die Mitlernenden auf Fehler reagieren, liegt, ob Fehler produktive Lerngelegenheiten beinhalten. Eine positive Fehlerkultur wurde auch von sämtlichen befragten Lehrkräften als unumgänglich für das Lernen aus Fehlern genannt.

Ein häufig genannter Aspekt, der in der Literatur im Zusammenhang mit der gegenständlichen Thematik nur selten aufgegriffen wird, ist die Elternbildung. Diesbezüglich wäre eine weitere Forschung anzuregen, welche untersucht, wie groß der Einfluss der Eltern auf die Fehlerkultur in der Klasse und das Lernen aus Fehlern ist.

Abschließend kann also gesagt werden, dass die Lehrpersonen das Potenzial des Fehlers erkennen und ihren Unterricht darauf abstimmen.

Betreffend den Fehlerumgang im Frontalunterricht kann positiv hervorgehoben werden, dass die meisten Interviewten den Kindern ausreichend Zeit gaben, eine selbstständige Fehlerkorrektur vorzunehmen. Dabei wurde das Kind nach seinem Rechenweg gefragt und auf diesen bei der Lösungssuche eingegangen. Die korrekte Lösung wurde weder von anderen Mitschülerinnen und -schülern noch von der Lehrkraft selbst genannt. Vielmehr wurden lediglich Hilfestellungen gegeben. Auch der Einbezug von Demonstrationsmaterial wurde als unterstützende Maßnahme angeführt.

Bei einigen Lehrpersonen kam jedoch auch das Bermuda-Dreieck zur Anwendung. Die betroffenen Lehrpersonen agierten so, weil sie das Kind vor dem Bloßstellen schützen wollten. Diesbezüglich sollte also vermehrt Aufklärung für Lehrpersonen stattfinden. Um dieses Phänomen gar nicht erst auftreten zu lassen, gaben viele Lehrpersonen an, dass sie im Frontalunterricht hauptsächlich Kinder an die Reihe nehmen, die die richtige Lösung nach Meinung der Lehrperson wissen sollten. Dieses Bestreben die Kinder zu schützen ist prinzipiell als sehr positiv zu werten. Negativ ist hier jedoch anzumerken, dass somit leistungsschwächere Kinder weniger in das Unterrichtsgeschehen integriert sind und die Gefahr besteht, dass diese Kinder nicht selbst nachdenken, sondern darauf warten, dass ein anderes Kind die Lösung findet. Außerdem birgt ein solches Vorgehen die Gefahr, dass leistungsschwächeren Kindern zu wenig Zeit gegeben wird, um die Aufgabe zu lösen.

Beim Fehlerumgang in Partner- und Gruppenarbeiten gaben alle Interviewpartnerinnen und -partner gleichermaßen an, ausschließlich moderierend in die Lösungsfindung einzugreifen. Der Fokus liegt bei allen Befragten in der Diskussion der Lösungswege der Schülerinnen und Schüler untereinander. Oftmals werden die in der Literatur und auch den Bildungsstandards (2010, S. 12) positiv hervorgehobenen Rechenkonferenzen durchgeführt. Das heißt, dass sich die Kinder im Plenum ihre Rechenwege vorstellen und vergleichend diskutieren. Auf diese Methode wird jedoch in Kategorie 4 noch näher eingegangen, weshalb sie hier nur kurz aufgegriffen wurde.

Bei der alleinigen Bearbeitung von mathematischen Aufgabenstellungen unterschieden alle Lehrpersonen zwischen verschiedenen Fehlerarten. Sie waren sich bewusst, dass es systematische Fehler mit logischem Hintergrund gibt und dass diese unbedingt analysiert und nachbearbeitet werden müssen, um langfristige Lernerfolge zu erzielen. Um dies zu bewerkstelligen wurde der Rechenweg des Kindes erfragt. An dieser Stelle wird Kategorie 5 noch ausführlicher

Aufschluss darüber geben, ob diese theoretischen Ansätze auch in der Praxis umgesetzt werden.

Die mangelnde Unterrichtszeit, um allen Kindern gerecht zu werden und eine fachgerechte Analyse und Korrektur von Fehlern durchzuführen, wurde von vielen Befragten angesprochen. Einige Lehrpersonen versuchten dem mit verschiedenen Strategien entgegenzuwirken. Andere gaben zu, dass sie noch kein Mittel zur Überwindung dieser zeitlichen Grenzen gefunden haben. Obwohl die Verbalisierung und Besprechung des Lösungsweges bereits allen Lehrkräften bekannt war, wurde die Notation des Rechenweges nur selten erwähnt. Diese könnte jedoch der Zeitproblematik entgegenwirken.

Ein handelndes Erarbeiten der Aufgaben mittels Material um einen tiefgehenden und verstehenden Einblick in das mathematische Themengebiet geben zu können, ist für alle befragten Lehrkräfte nicht nur bei der Fehlerbearbeitung unumgänglich. Spiegel & Selter (2018, S.37) erklären in ihrer Publikation, dass ein mangelndes konzeptionelles Verständnis die Fehleranfälligkeit bei mathematischen Rechen- und Problemlösungsvorgängen enorm erhöht. Schuhmacher (2008, S. 58ff) spezifiziert dies derart, dass mechanisch auswendiggelernte Regeln für Rechenoperationen und Lösungsverfahren meist schnell wieder vergessen werden und sich nicht auf neue Probleme übertragen lassen. Der einzige Weg, um nachhaltige Lernerfolge zu generieren, welche sich flexibel anwenden und somit auch auf neue Problemstellungen transferieren lassen, ist es das unverstandene Auswendiglernen durch konzeptuelles Verstehen von mathematischen Prinzipien und Strukturen zu ersetzen. Erst diese tiefe Einsicht in den mathematischen Sachverhalt befähigt die Kinder zu einem selbsttätigen Bemerken und Verbessern von Fehlern. Konzeptionelles Wissen gibt Einsichten darüber, welche Schritte und Vorgehensweisen zulässig sind und welche nicht. Folglich kann der Lernende die einzelnen Schritte auf sein mathematisches Wissen beziehen und auf diese Weise auch auf ihre Richtigkeit überprüfen.

Die Forschungsergebnisse betreffend Fehler bei der alleinigen Arbeit von Kindern können somit äußerst positiv gewertet werden. Die Lehrpersonen handelten nach gut reflektierten und fundierten Handlungsmustern, die sich mit den Anregungen der Literatur decken.

8.2 Kategorie 2 - Ausbildung

Kategorie 2 greift die Frage auf, inwiefern der lernförderliche Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht in der Ausbildung zur Grundschullehrerin oder zum Grundschullehrer thematisiert wird. Darauf aufbauend wird erörtert, ob es nach subjektiver Meinung der befragten Lehrkräfte ausreichend Fort- und Weiterbildungen zum gegenständlichen Thema gibt.

Weiters werden die Probandinnen und Probanden befragt, ob sie sich im Fehlerumgang kompetent fühlen oder ob sie sich noch weiteren Input wünschen würden, um Fehler lernförderlich nutzen zu können.

8.2.1 Kategorie 2 - Auswertung

Sämtliche Interviewpartnerinnen und -partner waren sich einig, dass der lernförderliche Umgang mit Fehlern vor allem im Mathematikunterricht zu wenig in der Ausbildung zur Grundschullehrerin bzw. zum Grundschullehrer behandelt wird. Auch Fort- oder Weiterbildungen, welche sich konkret mit der gegenständlichen Thematik befassen, werden laut Aussage der Befragten selten bis gar nicht angeboten. Einzig der positive Umgang mit Fehlern von Schülerinnen und Schülern wurde teilweise aufgegriffen, wie folgendes Zitat aufzeigt: *„[...]einfach dieser Umgang mit Fehlern, dass man jetzt nicht zum Kind zum 14. Mal sagt: „Du hast alles falsch!“, sondern dass man auch vielleicht eher hervorhebt: „Schau mal, das hast du schon richtig und da fehlt noch ein bisschen was. Das hast du noch nicht richtig.“ Aber dass man nicht nur: die Rechnung ist falsch - durchgestrichen, sondern eben auch hervorhebt, was jetzt schon richtig ist. Ich glaub das habe ich auf jeden Fall mitgenommen.“* (D2 I12-13)

Betreffend zusätzlich absolvierte Fort- und Weiterbildungen nannten die befragten Lehrpersonen insbesondere die folgenden drei, die den kompetenten Fehlerumgang lehrten: den ECHA-Lehrgang zur Begabungs- und Begabtenförderung – Specialist in Gifted Education, die Montessoriausbildung und die Ausbildung zu Lernberater/in Mathematik. Diese Weiterbildungen halfen den jeweiligen Lehrkräften ihren bisherigen Umgang mit Fehlern zu überdenken und anschließend erhebliche Verbesserungen bei der Fehlerbearbeitung im Unterricht vorzunehmen.

Gerade am Anfang ihrer unterrichtlichen Tätigkeit griffen die meisten Lehrerinnen und Lehrer auf selbst gemachte Erfahrungen während der eigenen Schulzeit zurück und setzten diese unreflektiert um. Erst nach einigen Dienstjahren änderte sich der Fehlerumgang allmählich. Als Gründe hierfür wurden, neben den bereits genannten Ausbildungen, die persönliche Weiterbildung anhand gemachter Unterrichtserfahrungen sowie mittels didaktischer Bücher und der Austausch mit anderen Lehrkräften genannt.

Bis auf eine Respondentin, die nach wie vor das Gefühl hat, stark in Verhaltensmustern aus ihrer eigenen Schulzeit festzustecken, fühlen sich jedoch alle befragten Lehrkräfte kompetent in der Handhabung von Fehlern. Trotzdem war der Wunsch nach vermehrten Ausbildungen zum Thema stark ausgeprägt.

8.2.2 Kategorie 2 - Interpretation der Ergebnisse und Bezug zur Theorie

Cerny (2013) stellte im Zuge einer Masterarbeit die Hypothese auf, dass Lehrpersonen in Österreich kaum über theoretisch fundierte Expertise zum Fehler im Unterricht verfügen, da während der Ausbildung der Umgang mit Fehlern von Schülerinnen und Schülern nur einen äußerst geringen Stellenwert einnimmt. Laut Cerny (ebd. S. 82 ff) fühlen sich die Lehrpersonen dennoch subjektiv äußerst kompetent und weisen auch einen auffallend reflektierten Fehlerumgang auf. Diese Kompetenz beruht auf, während ihrer langjährigen Unterrichtserfahrung erlernten und vielfältig erprobten, gut durchdachten Handlungsoptionen.

Diese Einschätzung kann hier bestätigt werden. Sämtliche Lehrkräfte fanden, dass der Fehler und sein Potenzial zur Lernförderung einen zu geringen Anteil in der Ausbildung zur Grundschullehrkraft einnehmen. Trotzdem verfügten die befragten Lehrpersonen fast alle über eine Expertise zum Umgang mit Fehlern, welche größtenteils durch autodidaktische Weiterbildung und Berufserfahrung erworben wurde. Sämtlichen Befragten ist die Bedeutung des Fehlers beim nachhaltigen Lernen bewusst, weshalb die bereits erworbene Kompetenz stetig durch Weiterbildung und Reflexion erweitert wird. Gerade in den ersten Unterrichtsjahren fehlte allen Interviewten jedoch diese Handlungssicherheit. Dies wird auch durch folgende Aussage einer Lehrkraft mit weniger als 10 Dienstjahren bestätigt: *„Also ich habe das Gefühl einfach, dass man aus der eigenen Schulzeit da sehr geprägt ist. Einfach das Fehler grundsätzlich schon negativ behaftet sind und dass man da einfach schon versuchen muss, den Kindern das anders zu vermitteln. Also ein paar Tipps und Tricks wären da sicher schon noch gut, wenn man noch in einer Fortbildung bekommen könnte. Wie man es wirklich gut nutzen könnte.“* (D10 I16-17).

Die während der Befragung gemachten Aussagen lassen darauf schließen, dass die Bedeutung eines positiven Lernklimas, in dem Fehler gemacht werden dürfen, teilweise in der Ausbildung aufgegriffen wird, jedoch nicht, wie ein konkret gemachter Fehler zur Diagnose bzw. nachhaltigen Weiterarbeit herangezogen werden kann. Es fehlte während der Ausbildung außerdem mehrheitlich die Bearbeitung von konkreten Methoden und Handlungsmustern, die einen förderlichen Umgang mit Fehlern unterstützen. An dieser Stelle kann jedoch positiv angemerkt werden, dass die beiden dienstjüngsten Lehrkräfte während der Ausbildung auf die Wichtigkeit von Fehlern beim Lernen hingewiesen wurden und dazu den Artikel „Mit Fehlern muss gerechnet werden“ (Selter, 2010) ausarbeiteten. Dieser Artikel handelt davon, dass Fehler oftmals systematisch sind und bei genauerem Nachfragen einer logischen Denkweise des Kindes entspringen. Zusätzlich lernten sie während ihrer Ausbildung einige Methoden kennen, welche auf das Verbalisieren verschiedener korrekter sowie inkorrektter Denk- und Rechenwege abzielen und somit die lernförderliche Nutzung des Fehlers begünstigen. Dies lässt den Schluss zu, dass diesbezüglich bereits eine vermehrte Aufnahme der Thematik in die Ausbildung zur

Grundschullehrerin bzw. zum Grundschullehrer in Österreich stattfindet. Trotzdem herrscht noch enormer Verbesserungsbedarf.

8.3 Kategorie 3 - Unterscheidung von Lern- und Beurteilungssituation

Die Interviewfragen, welcher dieser Kategorie zugeordnet sind, ermitteln ob Grundschullehrende eine Unterscheidung zwischen Situationen, in denen Schülerinnen und Schüler neues Wissen gerade erst erwerben bzw. einüben und Situationen, in denen Leistung abgeprüft und beurteilt wird, vornehmen. Weiters wird erörtert, ob Formen der Lernstandsüberprüfung mit oder ohne Beurteilung in den Unterricht integriert und inwiefern diese dann auch zur Optimierung des Unterrichts genutzt werden.

Diese Kategorie ist eng mit Kategorie 5 verbunden, da die hier erhaltenen Informationen teilweise Aufschluss darüber geben, ob Lehrkräfte den Fehler als Chance für die genaue Diagnose des Lernstandes nutzen.

8.3.1 Kategorie 3 - Auswertung

Unterscheiden Sie beim Umgang mit Fehlern zwischen Situationen, in denen das Thema erst gelernt wird und Situationen, in denen das Thema eigentlich schon gekonnt werden sollte? Wie sieht das bei Tests/Schularbeiten aus?

Fast alle Lehrkräfte gaben an, eine Unterscheidung zwischen Lern- und Beurteilungssituation vorzunehmen. Dies bedeutet nach Aussage der meisten Lehrpersonen, dass Fehlern in Erarbeitungsphasen meist mehr Zeit für eine tiefgreifende und nachhaltige Bearbeitung gewidmet wird. In bzw. nach Beurteilungssituationen werden oftmals nur noch gravierende systematische oder logische Fehler mit demselben Aufwand bearbeitet. Als Grund wird hier meist der Zeitfaktor angeführt, wie folgendes Zitat verdeutlicht: „Wenn natürlich in Situationen Fehler gemacht werden, wo man gerade etwas lernt oder erarbeitet, natürlich greift man den dann eher auf und geht zu den Kindern hin und bespricht das noch einmal. Die Zeit ist aber manchmal nach einer Schularbeit nicht da, außer vielleicht im Förderunterricht oder so aber ja.“ (D8 I18-19). Auf die Beurteilung hat dies jedoch nur bedingt Einfluss. Viele der Lehrkräfte, die nach eigener Aussage eine Abgrenzung vornehmen, tun dies nur bezogen auf die Art und Intensität der Beschäftigung mit gemachten Fehlern und korrekten bzw. inkorrekten Lösungswegen. Lern- und Erarbeitungssituationen werden dabei trotzdem oft ebenso in die Note aufgenommen, wie Situationen, in denen Leistung abgefragt und beurteilt wird.

Der größere Teil der Befragten gibt an, dass ausnahmslos alle Leistungen des Kindes in die Note integriert werden. Der Rest erklärt, dass die Erarbeitung von neuem Wissen kein Bestandteil der Note darstellt, da Fehler hier sogar von großem Nutzen für die ganze Klasse sein können. Dies zeigt beispielsweise folgendes Zitat: *„Ja, auf jeden Fall. Wenn sie es erst lernen, finde ich das sogar wichtig, dass sie Fehler machen, damit auch andere einmal sehen: ok das kann alles passieren. Das ist wichtig zu beachten. Bei einer Rechnung jetzt zum Beispiel, dass ich weiß, ok auf das muss ich besonders achten. [...] Beim Lernen wäre das sogar von Vorteil, wenn ein Kind den Fehler macht, damit man erklären kann: „Ah schau mal! Auf das muss man besonders achten.“ (D2 I15).*

Ein kleiner Teil der Befragten unterscheidet nicht zwischen Lern- und Beurteilungssituation. Dies unter anderem deshalb, weil diese Unterscheidung laut Aussage dieser Lehrkräfte zu Druck vor allem bei den leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern führt. In diesen Fällen werden Schularbeiten und Tests mit Beurteilung nur als ein kleiner Teil der Benotungsgrundlage angesehen und dies den Kindern auch so mitgeteilt. Fehler werden genau wie in der Erarbeitungsphase noch einmal aufgegriffen und eingehend analysiert. Aber auch verschiedene korrekte Lösungswege werden nochmals besprochen und verglichen.

Nutzen Sie Formen der Überprüfung des Lernstandes ohne Beurteilung?

Sämtliche befragten Lehrpersonen greifen auf Lernstandsüberprüfungen zurück.

Betreffend die Benotung dieser Lernstandsüberprüfungen sind zwei gegensätzliche Positionen zu erkennen. Einige Lehrkräfte vertreten die Meinung, dass auch solche kleineren Überprüfungen des aktuellen Wissenstandes in die Note einfließen sollten, da sie die Lehrkraft in ihrer Meinung zur Leistung des Kindes bestätigen und eine transparente Grundlage der Note, welche auch zur Vorlage der Eltern genutzt werden kann, darstellen. Bei jenen Lehrkräften, die diese Überprüfungen benoten, teilen sich noch einmal die Meinungen. Einerseits dient die Benotung nur der Lehrperson als Information und Notengrundlage. Die Kinder wissen dann nicht, dass diese Lernstandsüberprüfung ein expliziter Teil der Benotung ist und andererseits wird die Note, die bei der Überprüfung erlangt wurde, den Kindern zugänglich gemacht. Letzteres wurde jedoch nur von einem äußerst kleinen Anteil der Befragten geäußert.

Die andere Position ist, dass diese Lernstandsüberprüfungen nicht benotet werden sollten, da sie ausschließlich als Information für Lehrperson und Kinder betreffend den Leistungsstand des Kindes dienen sollte. Diese unbenoteten Lernstandsüberprüfungen ermöglichen es somit einerseits dem Kind seine Leistung korrekt einzuschätzen und damit auch seine Kompetenzen zur Selbsteinschätzung zu steigern. Dies zeigt folgende Aussage gut auf: *„Und das ist auch oft für die Kinder irrsinnig wichtig, wenn sie dann sehen - manche glauben: „Na das kann ich schon*

wunderbar!“, ja? Und dann sehen sie: „Oh da habe ich aber diesmal echt viele Fehler, Frau Lehrer!“, „Ja, klar. Aber wir arbeiten noch daran und schauen uns die Fehler an.“, und so weiter. Das ist auch eine gute Rückmeldung für die Kinder.“ (D9 I50). Andererseits befähigt sie Lehrperson und Kind herauszufinden, wo noch zusätzlicher Klärungs- oder Übungsbedarf besteht.

Gerade bei den Lernstandsüberprüfungen ohne Beurteilung wurde der Mathebriefkasten häufig als geeignete Methode genannt. Auch die Verwendung von Lernspielen am Computer ist äußerst beliebt, da die Kinder gar nicht merken, dass ihr Leistungsstand abgeprüft wird. Viele Interviewpartnerinnen und -partner greifen auch auf jene Lernstandsüberprüfungen zurück, die nach jedem Lernkapitel in den verwendeten Mathematikbüchern beinhaltet sind.

Eine Lehrkraft berichtete, dass sie die unbenotete Lernstandsüberprüfung den Eltern vorlegt, um ihnen anhand dieser gezielte Übungsaufträge für die Kinder geben zu können: „Die wird nicht benotet, gar nichts. Sondern diese Lernstandserhebung, ich schaue sie mir an, ich gebe sie aus und sie wird mit den Kindern gemeinsam besprochen. Jeder wo sind die Fehler – Legematerial. Das macht jetzt nicht nur der Schwache, das machen alle. [...] Und da wird über die Lernstandserhebung gesprochen und das wird auch den Eltern gezeigt und die unterschreiben das. Das heißt das ist Grundlage für mich sie direkt in ein Gespräch zu holen und zu sagen: „Schauen Sie her: Ihr Kind hat da und da eine Schwäche. Ich gebe Ihnen jetzt das Material für eine Woche mit, vielleicht könnten Sie sich einmal kurz Zeit nehmen und das üben und legen.“ (D4 I46).

8.3.2 Kategorie 3 - Interpretation der Ergebnisse und Bezug zur Theorie

Wie bereits im Theorieteil dieser Arbeit dargestellt, finden sich in der Literatur zahlreiche Forderungen einer strikten Trennung von Lern- und Beurteilungssituationen, damit Potenziale von Fehlersituationen voll ausgeschöpft werden können. So betont Helmke (2015, S. 230ff) in seinem Werk zur Unterrichtsqualität den Nutzen einer klaren Trennung des Lernprozesses von der Beurteilung einer erbrachten Leistung. Auch in den Kriterien der SQA – Schulqualität Allgemeinbildung (BMBWF, 2016) findet sich diese Empfehlung zur Abgrenzung von Lern- und Leistungssituation. Diese Trennung nehmen zwar fast alle befragten Lehrpersonen vor, allerdings nur hinsichtlich der Zeit, die in die Besprechung und Korrektur gemachter Fehler investiert wird. Bei der Benotung findet eine derartige Abgrenzung nur selten statt. Nur wenige Lehrpersonen lassen die Leistung während der Erarbeitung von neuen Inhalten nicht in die Note einfließen. Gerade diese Loslösung der Erarbeitungsphase von jeglichem Beurteilungsdruck ist jedoch für die Erschaffung einer lernförderlichen Fehlerkultur von großer Bedeutung.

Laut den Ergebnissen dieser Studie nehmen sich jedoch gerade jene Lehrkräfte, die laut eigener Aussage Lern- und Beurteilungssituation nicht getrennt betrachten, in jeder Situation Zeit Fehler von Lernenden zu analysieren und diese für eine nachhaltige Entwicklung von Lernprozessen heranzuziehen. Auf Basis der Ergebnisse der gegenständlichen qualitativen Forschung wäre eine tiefergehende Untersuchung der Fragestellung, wie sich die mangelnde Trennung der Beurteilungs- und Lernsituation betreffend die Benotung auf die Fehlerkultur und diesbezügliche Atmosphäre in der Klasse auswirkt, anzuregen.

Alle Lehrpersonen gaben an, Lernstandsüberprüfungen im Unterricht anzuwenden. Beinahe alle Probandinnen und Probanden nutzen diese Überprüfungen als Information über den aktuellen Leistungsstand der Schülerinnen und Schüler. Die diesbezüglichen Aussagen lassen darauf schließen, dass der Fehler als Diagnosechance für die individuelle Förderung der einzelnen Lernenden sowie die Planung eines differenzierenden Unterrichtes verwendet wird. Ob diese Förderung anhand einer kompetenten Diagnose von Fehlermuster und -ursache geschieht, kann in dieser Kategorie noch nicht festgestellt werden. Dieser Frage wird sich in Kategorie 5 ausführlicher gewidmet.

Es kann somit positiv vermerkt werden, dass bei allen Befragten regelmäßige Bestandsaufnahmen der Kinder gemacht werden, was die Möglichkeit auf ein differenziertes Gesamtbild der Kompetenzen jedes einzelnen Kindes ermöglicht. Etliche Interviewpartnerinnen und -partner gaben dabei auch explizit an, diese Lernstandsfeststellungen derart zu gestalten, dass Einblicke in die Denk- und Lösungswege und somit nicht nur in die bereits erreichten Kompetenzen der Kinder, sondern auch in ihre bevorzugten Lösungsstrategien erhalten werden. Dies ist laut Götze et al. (2019, S. 164ff) ein wichtiger Bestandteil, um den vielschichtigen Entwicklungsprozessen der Kinder im weiteren Unterricht gerecht werden zu können und ein zu schnelles Abhandeln und Abschließen des jeweiligen Lernstoffes zu verhindern, wovon vor allem Helmke (2015, S. 230ff) eindringlich warnt.

Trotzdem muss an dieser Stelle erwähnt werden, dass einige der Respondentinnen und Respondenten diese Lernstandsüberprüfung - teilweise sogar für die Kinder sichtbar – benoten, was einer urteilsfreien Überprüfung des Leistungsstandes als Information für alle Beteiligten und somit einem positiven Umgang mit gemachten Fehlern im Wege stehen könnte.

8.4 Kategorie 4 - Methoden und Unterrichtsformen

Die Kategorie Methoden und Unterrichtsformen befasst sich einerseits allgemein mit dem Unterricht der befragten Lehrperson. Es soll herausgefunden werden, welche Vorlieben die Probandin oder der Proband hinsichtlich Unterrichtsmethoden und -formen hat sowie wo die

Lehrkraft methodische Schwerpunkt in ihrer Klasse bzw. während ihrer unterrichtlichen Tätigkeit setzt. Diese Informationen können dann mit der Fehlerkultur bzw. dem Umgang dieser Lehrperson mit Fehlern in Bezug gesetzt werden, gewähren so einen tieferen Einblick in den Unterricht der befragten Person und offenbaren eventuell Gründe für das Handeln dieser in konkreten Fehlersituationen.

Andererseits werden in der gegenständlichen Kategorie Methoden und Unterrichtsformen bezogen auf das Lernen und Arbeiten aus und mit Fehlern analysiert. Dabei soll konkret herausgefunden werden, wie die befragte Person mit Fehlern im Unterricht arbeitet und ob sie dabei gewünschte Handlungsweisen im Umgang mit dem Fehler mit den Kindern der Klasse einübt. Weiters wird untersucht, ob die im Theorieteil vorgestellten Methoden, welche sich nachweislich förderlich auf das Lernen aus Fehlern auswirken, in der Unterrichtspraxis Anwendung finden.

Ein weiterer Aspekt, der im Zuge dieser Kategorie untersucht wird, ist die Frage, welcher Fehlerdidaktik sich die Lehrkraft zugehörig fühlt. Versucht sie Fehler zu vermeiden oder werden Fehler teilweise sogar forciert, da sie als nützlich und hilfreich beim Wissenserwerb angesehen werden. Dabei wird auch erfragt, wie die Schülerinnen und Schüler aus der Sicht ihrer Lehrkraft zum Machen von Fehlern stehen. Da die betroffenen Kinder im Zuge dieser Arbeit nicht persönlich befragt wurden, muss an dieser Stelle betont werden, dass es sich lediglich um den subjektiven Eindruck der Lehrperson handelt.

8.4.1 Kategorie 4 - Auswertung

Der erste Teil der Auswertung von Kategorie 4 befasst sich allgemein mit Methoden und Unterrichtsformen im Mathematikunterricht, wobei ein verstärkter Fokus auf jenen Methoden und Unterrichtsformen liegt, die den Umgang mit Fehlern betreffen.

In der gegenständlichen Befragung kann eine klare Präferenz von offenen Unterrichtsformen erkannt werden. In den meisten Fällen arbeiten die Lehrkräfte mit Wochenplänen, wobei die Kinder individuell im Mathematikbuch weiterarbeiten dürfen. Zusätzlich werden bestimmte Schwerpunkte zur gemeinsamen Erarbeitung einer Thematik gesetzt. Sobald das Thema verstanden wurde, dürfen die Kinder meist selbstständig weiterarbeiten und nur jene, die noch Unterstützung benötigen, erhalten diese in der gemeinsamen Erarbeitung mit der Lehrkraft.

Der kleinere Teil der befragten Lehrerinnen und Lehrer unterrichtet bevorzugt im Frontalunterricht. Die Erarbeitung der Themen des Mathematikunterrichts werden dabei stark von der jeweiligen Lehrkraft angeleitet, um Fehler weitgehend zu vermeiden. Auch bei den vermehrt frontal unterrichtenden Lehrenden werden Schwerpunkte in der Unterrichtsarbeit gesetzt.

Ein solcher Schwerpunkt ist beispielsweise das Kommunizieren als mathematische Grundtätigkeit. Die Schwerpunktsetzung zielt darauf ab, die Kommunikationskompetenz im Bereich Mathematik zu erweitern, indem unter anderem präzise und fachlich korrekte Ausdrucksmöglichkeiten erarbeitet werden. Hierzu gehörte auch das nachvollziehbare Erklären von Rechenstrategien.

Bei annähernd allen Interviewten zählen Rechenkonferenzen und das Verbalisieren von verschiedenen Rechenwegen zu Hauptelementen ihres Unterrichts. Weiters betonten viele der Befragten die Bedeutung des Verständnisses von Rechenoperationen und deren Algorithmen. Aus diesem Grund arbeiten ausnahmslos alle befragten Lehrpersonen regelmäßig mit Legematerial, wobei das Montessorimaterial besonders häufig genannt wurde. Den befragten Lehrkräften sind außerdem die schrittweise Erarbeitung und das Festigen und Verankern von Grundlagen außerordentlich wichtig.

Auch Individualisierung und Differenzierung wird von vielen Lehrpersonen als Kernelement ihres Unterrichts angegeben. Zwei weitere Aspekte, die häufig genannt wurden, waren erstens das Schaffen eines lernförderlichen Klimas und einer guten Fehlerkultur sowie zweitens die Aktivität der Kinder im Unterricht. Auch die frontal unterrichtenden Lehrkräfte legten viel Wert darauf, dass die Kinder mittels Legematerial mitarbeiten und dem Unterricht nicht nur passiv beiwohnen.

Welche Methoden nutzen Sie, um Fehler und Ergebnisse im Mathematikunterricht zu besprechen?

Mit der gegenständlichen Frage soll nun gezielt herausgefunden werden, wie Lehrerinnen und Lehrer das Kontrollieren von mathematischen Aufgaben sowie den Umgang mit entstandenen Fehlern organisieren.

Beinahe alle befragten Lehrpersonen führen regelmäßig Rechenkonferenzen durch. Die Kinder arbeiten zuerst selbständig bzw. zu zweit oder in der Gruppe und präsentieren dann ihre Ergebnisse vor der Klasse bzw. vor einem anderen Kind oder einer Kleingruppe. Die verschiedenen Lösungswege werden dann in einer Gegenüberstellung besprochen.

Einige Lehrkräfte kreisen gefundene Fehler ein, damit das Kind diese selbstständig korrigieren kann. Systematische Fehler werden jedoch in allen Fällen nochmals mit dem Kind aufgegriffen. Das Verbalisieren des Rechenweges steht dabei im Vordergrund.

Treten Fehler gleicher Art vermehrt auf, werden diese von allen Lehrkräften nochmals aufgegriffen, wobei hier Unterschiede in der Durchführung zu verzeichnen sind. Die meisten Lehrkräfte würden das Problem in der Kleingruppe ausschließlich mit jenen Kindern bearbeiten,

die es auch betrifft. Einige wenige würden den verstärkt auftretenden Fehler mit dem gesamten Klassenverband nochmals durcharbeiten.

Sehr häufig wurde die Arbeit mit Material genannt, wobei besonders zahlreich auf das Montessorimaterial verwiesen wurde.

Eine befragte Lehrperson hält nicht viel davon Fehler und Ergebnisse zu zweit im Team zu besprechen und vor allem ist sie strikt dagegen, dass sich Kinder gegenseitig helfen. Sie denkt, dass die Kinder sich dabei eher behindern und nerven, anstatt sich zu unterstützen. Schwierigkeiten bei einer Aufgabe, Ergebnisse und Fehler werden entweder im Einzelgespräche mit der Lehrperson oder im Plenum bzw. mit der Gruppe behandelt.

Einige Lehrpersonen setzen hingegen Partnerkontrolle im Unterricht vielfach ein. Bei einem falschen Ergebnis müssen beide Kinder die Rechnung – meist mit Material – überprüfen, um herauszufinden, welches Ergebnis stimmt. Auch Selbstkontrolle beispielsweise mit Hilfe von Umkehraufgaben oder Hausaufgabenfolien sind wichtiger Bestandteil beim Kontrollieren von Ergebnissen.

„Die Kinder können es auch mit Bildern aufzeichnen oder dann auch wirklich in der Mathesprache sag ich jetzt einmal salopp übersetzen, weil Sie wissen eh die Kinder sagen oft: „Weil da hab ich jetzt das dazugezählt“, oder „Da habe ich jetzt plus gerechnet.“, und dann lasse ich auch immer diesen Darstellungswechseln einfließen, das man auch sagt: „Okay, ich habe dich verstanden. Und jetzt probieren wir es einmal in der richtigen Mathesprache - wie die Profis.“, und so weiter. Sie wissen eh halt altersadäquat. Dass man eben nicht nur hin gezeichnet oder verbalisiert hat in der Kindersprache, sondern dass die Kinder dann noch sagen okay das war eine Addition oder eine Subtraktion usw.“ (D9 I68).

Setzen Sie während Ihres Mathematikunterrichts gezielte Angebote, damit die Kinder den Umgang mit Fehlern üben können?

Diese Frage ist eng mit den obigen Ausführungen verbunden, wobei sich die gegenständliche Fragestellung vermehrt auf das Einüben des Fehlerumgangs konzentriert. Es geht dabei also weniger darum, wie mit Fehlern umgegangen wird, vielmehr wird analysiert, ob Lehrpersonen Strategien zur Fehlerbehandlung und zum Umgang mit Fehlern mit ihren Schülerinnen und Schülern gezielt üben.

Wie bereits bei den Methoden zur Fehlerbehandlung erwähnt, wenden alle befragten Lehrpersonen Rechenkonferenzen in verschiedenen Variationen an. Dabei wird der Umgang mit falschen Lösungswegen angesprochen und zielführende Wege zur Korrektur des Fehlers aufgezeigt.

Viele Lehrkräfte zeigen den korrekten Umgang mit Fehlern außerdem, indem sie selbst Fehler an der Tafel machen, welche dann von den Schülerinnen und Schülern entdeckt und konstruktiv diskutiert und ausgebessert werden. Generell wurde die Arbeit mit konstruierten Fehlern an dieser Stelle oft erwähnt.

Eine Lehrkraft weitete dieses Konzept noch weiter aus und macht die Kinder zu sogenannten Fehlerdetektiven: *„Also das heißt meine Kinder sind immer auf Fehlersuche. [...] Ich mache Fehler bewusst an der Tafel, weil ich sie nicht zu diesem stupiden Abschreiben erziehen möchte und da müssen sie schon Fehler suchen. Und wenn jetzt ein Fehler auftaucht dann entweder lasse ich es und schreibe es auf als stummen Impuls und warte was von den Kindern kommt oder ich sage: „Fällt dir etwas auf?“, und dann wird genau der Rechenweg zum Beispiel besprochen. Oder wenn ich in der Klasse wie eine Windmühle da rotiere dann lege ich wo den Finger drauf und meistens kommt: „Ah! Aha! Ich weiß ich schon!“, bei bereits Erlerntem oder wenn ein Kind nicht reagiert dann bespreche ich das im Einzelgespräch.“* (D9 I16).

Ein weiterer Ansatzpunkt ist das ständige Kontrollieren von korrekten und inkorrekten Aufgaben mit passendem Material. Die Aufgaben werden gelegt und damit nicht nur Fehler, sondern auch mathematische Vorgänge aufgedeckt.

Außerdem werden von einigen Lehrpersonen viele präventive Elterngespräche geführt. Den Eltern wird ein förderlicher Umgang mit Fehlern des Kindes gezeigt und sie werden bei Problemen mit einem bestimmten Themenbereich genau instruiert, wie mit dem Kind geübt und gearbeitet werden soll.

Ein Aspekt, der in diesem Zusammenhang ebenfalls oftmals angeführt wurde, ist die Stärkenförderung. Beinahe alle befragten Lehrpersonen legen ihren gesamten Unterricht darauf aus, dass den Kindern vermittelt wird, dass jedes Individuum andere Stärken und Schwächen hat. Jeder bringt andere Fähigkeiten in die Klassengemeinschaft ein. Aus diesem Grund wird der Unterricht der meisten befragten Lehrenden differenzierend und individualisierend gestaltet. Und zwar nicht nur im Hinblick darauf, dass leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler nicht überfordert werden, sondern auch dass leistungsstarke Kinder gefordert werden und sich entsprechend ihres Leistungsniveaus anstrengen müssen, um ihre Kompetenzen so gut wie möglich zu erweitern.

Eine Lehrkraft nannte außerdem die Tischset-Methode.

Denken Sie, dass Ihre Schülerinnen und Schüler versuchen Fehler während des Mathematikunterrichts zu vermeiden? Bitte begründen Sie Ihre Meinung.

Ein wichtiger Aspekt des Fehlerumgangs ist die Wahl der Fehlerdidaktik. Hierzu können folgende Angaben gemacht werden.

Beinahe alle Lehrkräfte fühlen sich entweder der Fehleraufsuch- oder der Fehlerermutigungs- didaktik zugehörig, da sie die Arbeit mit Fehlern konstruktiv in den Unterricht integrieren und Fehler als äußerst wertvoll für den Lernfortschritt erachten.

Etwa die Hälfte ist der Meinung, dass der Großteil der Schülerinnen und Schüler zwar grundsätzlich versucht den Fehler zu vermeiden, sie jedoch keine auch Angst davor haben einen Fehler zu machen. Einerseits wollen sie Fehler vermeiden und Aufgaben korrekt lösen, andererseits wissen sie, dass Fehler auch immer Weiterentwicklung bedeuten und es ganz normal ist, dass beim Lernen von neuen Inhalten Fehler passieren. Sie gehören also für die Kinder einfach zum Lernen dazu und sind Grundlage, um ein Thema verstehen zu können.

Eine der befragten Lehrpersonen ist der Meinung, dass die Kinder aus ihrer Klasse Fehlervermeidung nicht als oberste Priorität sehen, da sie ausreichend Lösungsstrategien kennen, um auf einen Fehler oder eine Unsicherheit bei einer mathematischen Aufgabe zu reagieren.

Sehr viele Interviewpartnerinnen und -partner äußerten dennoch, dass die Eltern einiger Kinder Fehler äußerst negativ betrachten und sich diese negative Haltung entgegen der eigentlich gewünschten Fehlerkultur in der Schule auf den Unterricht und die dortige Arbeit mit Fehlern auswirkt. Einige Lehrerinnen und Lehrer versuchen diesem Problem mittels Vernetzung mit den Eltern und Aufklärung dieser entgegenzuwirken.

Eine Lehrperson denkt, dass in ihrer Klasse Fehler recht positiv gesehen werden und – außer in Beurteilungssituationen – nicht vermieden werden: „[...] und Fehler sind eigentlich unsere Freunde. Auch das sage ich ihnen immer: wenn ein Tag nicht dein Freund ist, dann ist er dein Lehrer. Und genauso ist es. Und deswegen sollten wir eigentlich dankbar sein, wenn wir Fehler aufdecken, weil der uns dann nicht mehr passiert. Also das sage ich immer: „Dieses Kind hat uns jetzt geholfen, dass wir alle diesen Fehler jetzt nicht mehr machen.“, und bedanke mich dann auch dafür und das ist ganz ganz wichtig, dass man das von Anfang an so handhabt und da ein positives Klima hat, weil einfach die Motivation zur Mitarbeit für die Kinder dann viel größer ist, als wenn sie wissen: Okay, was wenn ich jetzt an der Tafel versage und bloßgestellt werde. Das ist natürlich dann eher nicht förderlich für den Unterricht und für die Motivation.“ (D7 I33).

Im Folgenden wird nun konkret auf bestimmte Methoden eingegangen, welche in der Literatur für einen lernförderlichen Umgang mit Fehlern aufgezeigt werden.

Finden Sie es wichtig, dass Schülerinnen und Schüler ihre Denk- und Rechenwege beim Berechnen einer mathematischen Aufgabe anderen erklären bzw. aufschreiben können?

Wenn ja, wie setzen sie dies um?

Das Verbalisieren von Rechenwegen wird von allen Befragten einheitlich befürwortet. Etliche Lehrpersonen legen sogar ihren Hauptfokus im Mathematikunterricht auf das Besprechen des Rechenweges des Kindes. Viele Lehrerinnen und Lehrer betonten die Wichtigkeit sich auch in der Mathematik sprachlich präzise und korrekt ausdrücken zu können. Dies einerseits um eine mathematische Problemstellung verstehend begreifen zu können und andererseits um sich bei Problemen gezielt Unterstützung holen zu können. Auch für die Korrektur eines etwaigen Fehlers ist die Kompetenz einen mathematischen Sachverhalt erklären zu können äußerst bedeutend. *„Wenn ich jetzt einen Fehler mache und ich kann das auch gar nicht irgendwie sagen, wo ich mich nicht auskenne, dann tue ich mir viel schwieriger, dass ich mit dem Fehler oder dem falschen Ergebnis umgehe, weil das ja eine gewisse Art von Hilflosigkeit in mir erzeugt. Weil wenn ich jetzt etwas rechnen soll und ich kann eigentlich der Lehrerin oder auch meiner Mama nicht sagen was ich da jetzt nicht verstehe, ja? Viele Kinder sagen halt: „Ich versteh es nicht. Ich kann es nicht! Ich check es nicht!“, ja? Das ist halt der Klassiker. Und wenn man dann sagt: „Na was verstehst du denn da nicht?“, dann: „Na ich weiß es nicht. Die ganze Aufgabe verstehe ich nicht. Ich kann das nicht!“, ja? Und deshalb glaube ich ist es wichtig, dass die Kinder einfach überhaupt gut sprachlich fähig sind. Ich glaube das ist eines der Wesentlichsten Punkte überhaupt, dass sie sich sprachlich gut ausdrücken können, dass sie auch einen Wortschatz haben und dass sie einfach auch herausfinden können, wo sie sich nicht auskennen. Scheitert es daran, dass sie gar nicht wissen wie die Rechnung geht zum Beispiel bei einer Sachaufgabe. [...]. Deswegen denke ich, dass es eine der Kernkompetenzen ist, dass man Verbalisieren kann auch im Mathematikunterricht und dass man das Ausdrücken kann, wo man sich gerade nicht auskennt, weil das halt dann auch den Fehler auch leichter behebbar macht und weil man dann wahrscheinlich auch gar nicht so oft Fehler macht, weil man vielleicht früh genug schon an einer Weggabelung kurz fragt, ja?“ (D3 I87).*

Ein häufig genutztes Unterrichtstool ist dabei die Rechenkonferenz, in der entweder in der Gruppe oder im Plenum verschiedene korrekte sowie inkorrekte Lösungsstrategien diskutiert und verglichen werden. Dabei wird von den Schülerinnen und Schülern verlangt zu erklären, wie sie gerechnet haben und warum sie ihre Lösungsstrategie gewählt haben. Auch korrekte Lösungswege werden dabei auf Effizienz und Zielgerichtetheit untersucht.

Betreffend das schriftliche Festhalten von Denkwegen sind erhebliche Unterschiede in der Nutzung zu verzeichnen. Viele der befragten Lehrpersonen wenden diese Methode nicht an, einige dafür sehr häufig. Einige Lehrkräfte gaben an, dass das von ihnen genutzte Mathematikbuch das Aufschreiben von Denkwegen oftmals fordert. Außerdem verlangen etliche Lehrkräfte das Notieren des Denkweges vor einer Rechenkonferenz, damit die Kinder ihre Rechenstrategien im Anschluss sicher vorstellen können.

Als Vorteile nannten die Lehrkräfte unter anderem, dass es aufgrund von Zeitbarrieren nicht immer möglich ist während des Unterrichtsgeschehens alle Kinder nach ihren Rechenwegen zu fragen und gemachte Fehler fachmännisch zu analysieren. Wenn die Kinder ihren Denkweg jedoch aufschreiben, kann die Lehrperson sich auch außerhalb des Unterrichts damit befassen. Bei gravierenden Fehlern kann sie sich somit zu einem späteren Zeitpunkt ausreichend Zeit für die weitere Bearbeitung des Fehlers nehmen. Außerdem erhält die Lehrkraft zahlreiche Informationen über Leistungsstand, bevorzugte Rechenstrategien und eventuelle Schwierigkeiten bei einer mathematischen Thematik. *„Ich finde es sehr wichtig, dass sie es erklären bzw. aufschreiben können, weil auch wenn man es nicht glaubt, die Sprache in der Mathematik ist sehr wichtig. Und zwar weil ich weiß, wenn es mir ein Kind erklären kann, hat es es verstanden. Und wenn es mir nicht erklären kann, dann kann es an den Deutschkenntnissen liegen, aber es kann auch daran liegen, dass das Kind es wirklich nicht verstanden hat. Und da gibt’s ganz viele verschiedenen Möglichkeiten. Das Simpelste wäre einfach „Erkläre wie du gerechnet hast.“ [...] Ich habe aber dann gemerkt, dass die Kinder vor allem in der Volksschule ganz viel Unterstützung, also vorgebastelte Puzzleteile zu den Sätzen, brauchen, wenn sie jetzt eben ein mathematisches Phänomen erklären müssen, damit sie da irgendwas zu Papier bringen. Egal wie gut sie es können. Was man aber schon merkt, wenn die Kinder das einmal geübt haben und auch verstanden haben, dann geht das für die Kinder ziemlich leicht dann. Aber sie müssen es auf jeden Fall üben und man muss es ganz ganz viel besprechen.“* (D2 I45-46).

Als Nachteil wird genannt, dass Schülerinnen und Schüler viel Übung und Unterstützung benötigen, um Denkwege nachvollziehbar aufzuschreiben. Diese Zeit wollen sich nicht alle interviewten Lehrpersonen nehmen.

Lassen Sie Kinder Mathematikaufgaben gegenseitig oder selbstständig kontrollieren? Wenn ja, was ist Ihnen dabei wichtig? Wie gehen Sie vor?

Selbstkontrolle ist bei beinahe allen befragten Lehrpersonen zumindest ein kleiner Teil des Unterrichts. Häufig findet sich diese im Stationenbetrieb sowie bei der Arbeit mit Karteikarten, Steckkarten, Klammerkarten, Logicos, Computerspielen etc. Es werden aber durchaus auch Arbeitsblätter mit der Lösung auf der Rückseite oder einem Lösungsblatt, dass sich nach Fertigstellung des Arbeitsblattes geholt werden kann zur Selbstkontrolle präsentiert. Auch die Arbeit mit Tipps und Hilfestellungen wurde erwähnt. Dabei darf ein Kind, wenn es Probleme beim Lösen einer Aufgabe hat zur Tafel gehen, auf der dann entweder die Lösung oder ein Tipp, wie die Aufgabe gelöst werden kann, zu finden ist. Dies befähigt die Kinder zur selbstständigen Weiterarbeit und verhindert, dass sie die Lösung einfach ohne nachzudenken abschreiben.

Lediglich eine Lehrkraft spricht sich gegen klassische Selbstkontrollmöglichkeiten aus, da sie ausschließlich gegenseitiges Kontrollieren mit anschließender Diskussion, also verschiedene Varianten von Rechenkonferenzen, sinnvoll findet.

„Wenn Kinder jetzt selbstständig kontrollieren in Form einer Selbstkontrolle, die beim Rechnen dann vorhanden ist, und da wird eben kontrolliert und die Lösungen miteinander verglichen oder eben dann man spricht dann auch von sogenannter Fehlerkosmetik, ja? Fehlerkosmetik, das heißt die Kinder sehen ah das stimmt nicht, das wird schnell wegradiert und das neue hingeschrieben, also da finde ich die Selbstkontrolle nicht jetzt so, dass das für die Kinder lernförderlich ist, ja? Es kommt eben auf die Aufgaben an, ja? Wenn sich die Kinder dann mit dem auf eine andere Weise auseinandersetzen nach dieser Selbstkontrolle oder nach dieser gegenseitigen Kontrolle mit anderen Kindern über die Lösungswege diskutieren, dann ist das schon wieder eine andere Sicht, ja? Also die alleinige Korrektur des Fehlers bringt Kinder nicht weiter, davon bin ich überzeugt, ja? Das bringt Kinder nicht weiter. Das bringt auch uns Erwachsenen nicht weiter, nur zu wissen: das stimmt nicht. Das bringt niemanden weiter, da muss man einfach dahinter schauen.“ (D5 I35-37).

Bezüglich des gegenseitigen Kontrollierens unterscheiden sich die Antworten sehr. Etliche Lehrpersonen halten nichts von dieser Art der Überprüfungen. Eine Lehrperson begründet dies beispielsweise so: *„Bin ich aber auch nicht so der Fan, weil das ist oft: wenn der Freund dann da herumschmiert, dann ist es oft schwerer auszuhalten, als wenn ich das mache. Finde ich. Habe ich irgendwie bemerkt, ja? Das ist eigentlich so eine Sache. Wenn jetzt meine beste Freundin auf meinem Zettel herumschmiert und dann sagt: „Falsch! Falsch! Falsch!“, irgendwie fühlt sich das nicht so gut an, wie wenn die Frau Lehrerin sagt: „Du schau, das ist nicht so...“, finde ich halt. Das steht dann so dazwischen irgendwie: „Und du hast mir gestern zu viel angestrichen.“, irgendwie so. Das sind halt die Erfahrungswerte. Man hat oft so eine Idee als Lehrer wie man es machen könnte und dann merkt man: „Nein, das fühlt sich gerade nicht so gut an.““ (D1 I129).*

Zwei Lehrkräfte geben an, Partnerkontrolle erst ab der Grundstufe II durchzuführen, dann jedoch regelmäßig.

Wie bereits bei der Frage betreffend die Verbalisierung und Notation der Rechenwege beschrieben, arbeiten viele Lehrkräfte mit Rechenkonferenzen, in denen die Kinder einander gegenseitig Feedback zur gelösten Aufgabe geben. Aber auch in Gruppenarbeiten wird ein derartiges Vergleichen der gewählten Lösungswege und -strategien häufig im Unterricht eingesetzt. Einige Lehrkräfte fordern die Schülerinnen und Schüler auch nach der alleinigen Arbeit

an mathematischen Problemstellungen immer wieder dazu auf, diese nun mit einem anderen Lernenden oder in der Gruppe auf Prägnanz und Richtigkeit des Rechenweges zu überprüfen.

Andere Lehrpersonen integrieren die Partnerkontrolle regelmäßig in ihren Unterricht - teilweise mit und teilweise ohne Lösungsblatt. Dies wurde unter anderem dadurch begründet, dass die Kinder damit das Finden und Suchen von Fehlern einüben, was beim Kontrollieren von eigenen Ergebnissen äußerst wichtig ist.

Ebenfalls angeführt wurde das sogenannte Tutoren- oder Helfersystem, bei welchem Kinder, die mit einem bestimmten Thema der Mathematik Schwierigkeiten haben, sich bei Mitschülerinnen und -schülern Hilfe holen dürfen. Die Zuteilung nimmt die Lehrkraft gemeinsam mit dem Kind vor. In einem Fall kontrollierten die Tutoren vor Unterrichtsbeginn gemeinsam mit dem zugeteilten Kind die Hausübung und versuchten Nicht-Verstandenes nochmals zu besprechen und zu erklären.

Arbeiten Sie mit konstruierten Fehlern im Unterricht?

Die Arbeit mit konstruierten Fehlern wird von der Mehrheit der befragten Lehrkräfte in den Unterricht miteinbezogen. Eine Vielzahl davon baut auch immer wieder selbst Fehler ein, um die Aufmerksamkeit der Kinder sowie die Fehlersuchkompetenz und den Umgang mit auftretenden Fehlern zu schulen. Außerdem möchten die betreffenden Lehrkräfte den Kindern auf diese Art vermitteln, dass Fehler etwas völlig Normales sind und wirklich jedem passieren können.

Betreffend den Einbezug von fehlerhaften Beispielen aus der Klasse gibt es verschiedene Positionen. Die Mehrheit bezieht auch Fehlerbeispiele aus dem Unterrichtsalltag in die Bearbeitung mit ein. Ein Großteil davon nutzt die Fehler von Schülerinnen und Schülern jedoch ausschließlich in anonymisierter oder leicht veränderter Form, damit kein Kind bloßgestellt wird. Einige Lehrpersonen greifen jedoch durchaus auch nicht anonymisierte Fehlerbeispiele von Kindern während des Unterrichts zur gemeinsamen Betrachtung auf, da es die Klasse gewohnt ist, korrekte und inkorrekte Lösungen zu analysieren und auch mittels Material zu kontrollieren.

Jene Lehrpersonen, die nicht mit konstruierten Fehlern arbeiten, nannten zwei Gründe. Einerseits wollen sie damit verhindern, dass sich die Lernenden die fehlerhaften Rechenarten einprägen und andererseits soll das fehlermachende Kind nicht beschämt werden.

Eine Lehrperson beschrieb, dass sie ihren Schülerinnen und Schülern auch manchmal selbst falsche Aufgaben erstellen lässt. Diese fehlerhaften Aufgaben müssen dann von einem anderen Kind auf Fehler durchsucht und anschließend korrigiert werden.

8.4.2 Kategorie 4 - Interpretation der Ergebnisse und Bezug zur Theorie

Obwohl der Großteil der befragten Lehrpersonen offene Unterrichtsformen klar präferiert, gab es auch einige Lehrkräfte, die dem Frontalunterricht den Vorzug geben. Cerny (2013, S. 85) stellte in ihrer Publikation die Hypothese auf, dass sich offene Unterrichtsformen im Allgemeinen besser für einen lernförderlichen Umgang mit Fehlern von Schülerinnen und Schülern eignen. Bei einem frontalen Unterricht mit starker Steuerung durch die Lehrperson gibt es nach Heinze (2004, S. 240) zu wenig Raum für die sinnstiftende Diskussion von Fehlern. In der Regel passieren den Schülerinnen und Schülern bei geschlossenen Fragestellungen auch weniger Fehler als bei der Bearbeitung von komplexen, offenen Problemstellungen. Laut Oser et al. (2005) findet in stark lehrerzentrierten Unterrichtsformen häufiger eine Fehlervermeidungsdidaktik statt und auch Methoden, die sich negativ auf die Fehlerkultur auswirken, wie beispielsweise das sogenannte Bermuda-Dreieck oder Antizipieren von Schwachstellen finden sich vermehrt während des Frontalunterrichts.

Für diese Hypothesen spricht, dass etliche der befragten frontal unterrichtenden Lehrkräfte versuchen durch die stark angeleiteten Unterrichtssequenzen Fehler gar nicht erst entstehen zu lassen. Diese fehlende Konfrontation mit Fehlern könnte einem verstehenden Lernen im Weg stehen. Trotzdem traten nicht alle Merkmale einer Fehlervermeidungsdidaktik auf. Der Faktor Zeit ist beispielsweise eines der wichtigsten Merkmale einer Fehlervermeidungsdidaktik. Die betroffenen Lehrpersonen lassen ihren Schülerinnen und Schülern jedoch meist ausreichend Zeit, um Fehler selbst zu korrigieren. Das Bermuda-Dreieck kam bei beiden Unterrichtsformen gleichermaßen vor.

Interessant ist, dass auch die frontal unterrichtenden Lehrpersonen großen Wert darauflegen, dass die Kinder sich durch Legematerial und das Aufschlüsseln der Hintergründe einer Rechnung aktiv am Unterricht beteiligen.

Besonders positiv ist hier hervorzuheben, dass ein Großteil der Befragten enormen Wert auf die Förderung von sprachlichen Kompetenzen im Mathematikunterricht legt. Beinahe allen Lehrkräften ist die entscheidende Bedeutung einer korrekten mathematischen Ausdrucksweise für das Verständnis mathematischer Sachinhalte sowie das Arbeiten mit korrekten und inkorrekten Rechenstrategien bewusst. Nur wer Erklären kann, wo die Schwierigkeiten bei einer mathematischen Aufgabe liegen, kann sich konkrete Hilfe holen. Auch die Fehlerdiagnose der Lehrkraft ist nur möglich, wenn das fehlermachende Kind in der Lage ist, seinen Denkweg präzise und verständlich aufzuschlüsseln. Dafür braucht es eine Sprachkompetenz, die den Kindern erstmals vermittelt werden muss. Nur so ist es den Kindern darüber hinaus möglich ihren Rechenweg anderen schriftlich oder mündlich mitteilen zu können. Krauthausen & Scherer (2003, S. 184f) sind der Ansicht, dass die Nachvollziehbarkeit der Lösungswege

der Grundstein für einen diagnostischen Umgang mit Fehlern ist. Dieser ist wiederum Voraussetzung für eine effektive, lernförderliche und vor allem nachhaltige Planung des Unterrichts. Dies ist jedoch nur möglich, wenn Kinder auch über die benötigten sprachlichen Voraussetzungen verfügen. Auch Laschkowski (2004, S. 43f.) betont, dass nur das Verbalisieren und Notieren von Rechenwegen den Lehrpersonen Einblick in allfällige Fehlermuster und -ursachen gibt.

Alle befragten Lehrkräfte finden es wichtig und sinnvoll, dass Kinder immer wieder aufgefordert werden ihren Rechenweg zu erklären. Spätestens wenn Fehler auftauchen, die die Lehrkraft nicht einordnen kann, wird nach dem Denkweg gefragt. Ob dies dann auch im Unterrichtsgeschehen tatsächlich wie beschrieben umgesetzt wird, zeigt die Analyse von Kategorie 5 auf.

Auch das Aufschreiben von Denk- und Rechenwegen wird von etlichen Lehrkräften in den Unterricht integriert. Bei einigen wird es sogar recht häufig genutzt. Dennoch liegt der Schwerpunkt bei allen befragten Lehrpersonen klar bei der Verbalisierung des Rechenweges. Ein paar der interviewten Lehrpersonen begründete dies damit, dass die Notation der Rechenwege mit den Kindern vielfach eingeübt und erprobt werden muss, damit es sich gewinnbringend einsetzen lässt. Auch eine Lehrperson, die diese Methode besonders häufig in den Unterricht integriert und von ihrer Sinnhaftigkeit und ihrem Nutzen überzeugt ist, räumte ein, dass ein langer Weg des Übens und viel Vorgabe, zum Beispiel in Form von Satzfragmenten, notwendig sind, damit Volksschulkinder ihren Denkweg präzise und verständlich notieren können.

Beinahe alle befragten Lehrpersonen führen regelmäßig verschiedene Formen von Rechenkonferenzen durch. Diese in der Literatur auch Expertenrunden oder Strategiekonferenzen genannte Methode wird auch in den Bildungsstandards (2011, S. 13) für einen guten und förderlichen Fehlerumgang empfohlen.

Die Arbeit mit konstruierten Fehlern wird von der Mehrheit der befragten Lehrkräfte in den Unterricht miteinbezogen. Eine Vielzahl davon baut auch immer wieder selbst Fehler ein, um die Aufmerksamkeit der Kinder sowie die Fehlersuchkompetenz und den Umgang mit auftretenden Fehlern zu schulen. Außerdem möchten die betreffenden Lehrkräfte den Kindern auf diese Art vermitteln, dass Fehler etwas völlig Normales sind und wirklich jedem passieren können. Dies ist als äußerst positives Ergebnis zu werten.

Die Studie von Robert Siegler (2002) zeigte auf, dass sich die Arbeit mit konstruierten Fehlern förderlich auf den Lernerfolg der Kinder auswirkt. Gerade Kinder, die viele Fehler machen, profitieren durch die dadurch aufgebaute Distanz sowie durch die Möglichkeit, fremde Denk- und Lösungsstrategien kennen zu lernen.

Auch Schuhmacher (2008, S. 56) ist der Ansicht, dass sich das selbstständige Korrigieren von Fehlern positiv auf das Erleben der eigenen Kompetenz und die bereits gemachten Lernfortschritte auswirkt und ein tieferes Verständnis des Lerngegenstandes erreicht wird. Die Bildungsstandards (2011) habe in ihrer Aufgabensammlung ebenfalls eine Vielzahl an Aufgaben mit konstruierten Fehlern aufgenommen.

Eine weitere Methode, die in der Literatur vielfach zur förderlichen Fehlerbehebung empfohlen wird, ist die Tischset-Methode. Diese wurde jedoch lediglich von einer Lehrperson im Unterricht eingesetzt.

Selbstkontrollemöglichkeiten werden von den Lehrkräften nur teilweise genutzt. Dies widerspricht der Aussage von Cerny (2013, S. 82ff), welche in ihrer Forschung herausgefunden hat, dass Lehrpersonen dieser Art des Kontrollierens eine große Bedeutung in der nachhaltigen Fehlerbearbeitung beimessen.

Abschließend verwiesen einige der befragten Lehrkräfte auf das Problem, dass Eltern oftmals großen negativen Einfluss betreffend den Umgang mit Fehlern auf ihre Kinder ausüben. Viele Eltern sind in einer Fehlervermeidungsstrategie verhaftet und lehren die Kinder, dass Fehler negativ behaftet anzusehen sind. Dies steht der Entstehung einer positiven Fehlerkultur im Klassengefüge oftmals im Weg. Etliche Lehrkräfte setzen daher auf eine vermehrte Elterneinbindung und -bildung. Dieser Aspekt einer guten Fehlerkultur wird in der Literatur noch wenig Beachtung geschenkt und es wäre an dieser Stelle eine weitergehende Untersuchung, wie sich das Fehlerdenken der Eltern auf die Fehlerkultur in der Klasse auswirkt sowie auch wie Eltern positiv in den Prozess der Schaffung einer lernförderlichen Fehlerkultur eingebunden werden können, anzuregen.

8.5 Kategorie 5 - Diagnosekompetenz insbesondere im Hinblick auf konkret gestellte fehlerhafte Aufgaben

Die aktuelle Kategorie befasst sich überwiegend mit der Diagnosekompetenz von Grundschullehrenden. Es stellt sich unter anderem die Frage, ob Lehrpersonen der Grundschule Fehler als Diagnosechance sehen, um den weiteren Lernweg der Schülerinnen und Schüler individuell und auf jeden einzelnen Lernenden abgestimmt zu gestalten und so das volle Potenzial gemachter Fehler ausschöpfen.

Dabei wird analysiert, ob Lehrpersonen Fehlermuster und -ursachen erkennen und inwiefern die Diagnose anschließend in die weitere Unterrichtsplanung einfließt. Dies geschieht vorherrschend auf der Grundlage von einigen fehlerhaften Beispielen, welche den befragten Lehrkräften gezeigt werden.

Diese Kategorie steht in enger Verbindung zu Kategorie 1, dem Umgang in konkreten Fehler-situationen. In Kategorie 1 wurde unter anderem bereits festgestellt, dass Lehrende der Grundschule den Fehler als förderlich für den Lernprozess ansehen. Ob sie einen Fehler auch je nach Situation, in welcher er passiert ist, unterscheiden, wurde ebenfalls bereits in Kategorie 1 abgehandelt.

8.5.1 Kategorie 5 - Auswertung

Der Frage, ob Lehrpersonen auch bei Schülerinnen- und Schülerfehlern während des Frontalunterrichts nach der Fehlerursache forschen und den Fehler dementsprechend als Lern- und Diagnosechance nutzen, wurde anhand der untenstehend ausgearbeiteten Fragen nachgegangen. Die beiden Fragen zielen zusätzlich darauf ab herauszufinden, ob das Bermuda-Dreieck in diesen Situationen Anwendung findet. Ein weiterer bedeutsamer Aspekt ist hier der Faktor Zeit. Lässt die Lehrkraft dem Kind ausreichend Zeit, um eine fehlerhafte Aufgabe zu korrigieren? Denn nur dann ist eine hinreichende Analyse und nachhaltige Bearbeitung des Fehlers möglich. Die beiden Fragen wurden bewusst derart formuliert, dass die Befragten nicht darauf schließen können, welche Antwort erwartet wird bzw. erwünscht ist.

Sie wiederholen gerade ein Thema. Ein Kind zeigt auf und gibt die falsche Antwort. Wie reagieren Sie?

Einige Lehrkräfte konnten diese Frage nicht beantworten, da Frontalunterricht kaum bis gar nicht in ihrem Unterricht vorkommt. Bei jenen, die Frontalunterricht nutzen, konnte folgende Tendenz bei der Vorgehensweise herauskristallisiert werden.

Nur sehr wenige der Lehrkräfte ließen dem Kind nur wenig bis gar keine Zeit die richtige Lösung zu finden. In diesen Fällen fand das Bermuda-Dreieck Anwendung und die Lehrkräfte nahmen nach kurzer Zeit ein anderes Kind an die Reihe, welches mit der korrekten Lösung aushelfen sollte. Positiv muss hervorgehoben werden, dass nur bei einer Lehrkraft im Anschluss an die Nennung des korrekten Ergebnisses keine Erklärung der Aufgabe und des passenden Lösungsweges erfolgte.

Ein Großteil gab dem Kind ausreichend Zeit seine Antwort zu korrigieren. Erst wenn die alleinige Korrektur misslang, wurden verschiedene Hilfestellungen angeboten. Eine solche unterstützende Maßnahme war beispielsweise das Verwenden von Legematerial. Hier waren zwei Muster erkennbar. Entweder rechnete nur das betroffene Kind die Aufgabe mit Legematerial nach oder der gesamte Klassenverband. Eine weitere genannte Unterstützungsmaßnahme war das Geben von Tipps entweder von der Lehrkraft selbst oder einem anderen Kind der Klasse.

Eine Lehrperson erklärte, dass sie darauf achtet, dass sie „[...] nicht bei einer einzigen Lösung dann stehen bleibt und die bewertet sondern, dass man versucht möglichst alle Kinder oder zumindest einen Großteil der Kinder über deren Meinung zu befragen und dann nicht dem Kind so konkret sagt: „Na deines hat gestimmt. Deine Antwort war richtig und deine war falsch.“, sondern aus den Ergebnissen, aus den Antworten der Kinder dann selber als Lehrerin eine Gesamtantwort formulieren und ich denke, dass die Kinder dann selbst wissen: „Ah! Das war auch mein Gedanke, denn die Frau Lehrerin oder der Herr Lehrer jetzt selbst gemacht hat.“, oder „Da war mein Gedanke gar nicht dabei.“, ja? [...] Aber ich würde auf keinen Fall ein Kind drannehmen und zu dieser Aussage dann ein Ja oder Nein hergeben, denn es ist immer so wenn man sagt jetzt einer wird befragt oder eine und alle anderen kommen nicht zum Zug.“ (D5 I42).

Auch das nächste Zitat zeigt einen ähnlichen Umgang mit der beschriebenen Situation auf: „Das heißt, es ist dieselbe Vorgehensweise, wie wenn ein Stoff neu erarbeitet werden würde. Einfach damit die schwächeren Kinder keine Frusterlebnisse haben, weil es wären dann beim Wiederholen so ziemlich immer die gleichen Kinder, die da die Misserfolge hätten. Das heißt: Rechenweg aufgeschrieben - Rechenweg besprochen - Lösungswege der anderen Kinder einholen. Das gleiche wie bei einem neu erarbeiteten Stoff.“ (D 9 I94).

Ein Kind rechnet an der Tafel und macht einen Fehler. Wie reagieren Sie?

Auch diese Frage konnte aus obigen Gründen nicht von allen Interviewpartnerinnen und -partnern beantwortet werden. Falls im Unterricht an der Tafel gearbeitet wird, dann eher im Verlauf des Wochenplans, wobei die Tafel dann meist eine Station ist, an der mehrere Kinder gleichzeitig arbeiten. Passiert hier ein Fehler, betreut die betreffende Lehrkraft das Kind im leisen Einzelgespräch, bis die korrekte Antwort gefunden wurde.

Jene Lehrkräfte, bei denen die Arbeit an der Tafel häufiger vorkommt, waren sich in ihrer Vorgehensweise zumeist einig. In den meisten Fällen wird der Fehler zuerst zwischen der Lehrkraft und dem jeweiligen Kind langsam aufgearbeitet. Das fehlermachende Kind sollte sich dabei manchmal das passende Material holen und mit diesem die Aufgabe noch einmal überprüfen.

Die restliche Klasse darf zwar auf den Fehler aufmerksam machen und gegebenenfalls Hilfestellung geben, jedoch nicht die korrekte Antwort verraten. Eine Unterstützung für das Kind an der Tafel könnte beispielsweise wie folgt aussehen: „[...] „Du hast jetzt von oben nach unten gerechnet, und bei der Subtraktion beginnt man ja aber unten.“, oder „Du hast vergessen den Zehner weiterzuzählen. Probiere es noch einmal!“, also das ist nicht so dass das Kind dann einfach die Lösung sagt, sondern einfach so Tipps in kleinen Schritten gibt, um das Kind an der Tafel selbst anzuleiten den richtigen Weg zu finden.“ (D7 I37).

Eine Lehrkraft bezog die übrige Klasse mit Legematerial in den Lösungsprozess ein: „Manchmal kommt dann auch: „Das ist nicht richtig!“, „Wieso kannst du das behaupten?“, ist dann mein Gegenargument und dann sage ich: „Okay, wir werden uns das anschauen. Was meinst du?“. An das Kind, dass an der Tafel rechnet: „Was meinst du? Hast du richtig gerechnet?“. Oft kommt dann: „Das weiß ich nicht.“, ja? Dann sage ich: „Okay, du gehst zum Smartboard und legst die Rechnung und ihr bitte als Gegenbeweis, ihr legt es am Platz. Und erst dann, wenn du es gelegt hast und du bestätigst hast: meine Antwort war die richtige, erst dann zeigst du auf.““ (D4 I106-108).

Nachfolgend wird die Vorgehensweise der Befragten in Fehlersituationen sowie deren Kompetenzen bei der Fehleranalyse anhand von drei konkreten Beispielaufgaben, in welchen systematische oder logische Fehler auftreten, eruiert.

Beispielaufgabe:

$$7 \cdot 6 = 41$$

Das Fehlermuster bei dieser Rechnung ist der nicht korrekte Ausgleich des zweiten Faktors. Die Ursache liegt hier in der falschen Anwendung einer Ableitungsstrategie, bedingt durch das Denken in Reihen. Das Kind hat keine Vorstellung davon, was bei der Rechenoperation auf der Handlungsebene tatsächlich geschieht und weiß daher nicht, dass $7 \cdot 6$ durch $7 \cdot 5$ plus $7 \cdot 1$ abgeleitet wird. Wiederholte konkrete Handlungserfahrungen der Multiplikation könnten für das benötigte Verständnis sorgen. Wenn das Kind tatsächlich $7 \cdot 5$ Plättchen legt, versteht es welcher Faktor ausgeglichen werden muss (Götze, Zanetini, & Selter, 2019, S. 80f).

Alle Lehrkräfte gaben dem Kind zuerst einmal nur den Hinweis, dass bei dieser Rechnung etwas falsch ist und forderten es auf, sich die Aufgabe noch einmal anzuschauen. Bei der weiteren Vorgehensweise lassen sich zwei konträre Handlungsweisen identifizieren.

Viele Lehrkräfte halfen dem Kind nach eigener Aussage mit Tipps und Hilfestellungen, wie die Aufgabe zu lösen ist. Die meisten befragten Lehrpersonen wählten als Hilfestellung dabei das Rechnen mittels Königsaufgaben. Folgende unterstützende Erklärung wurde beispielsweise verwendet: „ $7 \cdot 6$ ist 41. Jetzt rechnest du mir einmal $6 \cdot 6$ und dann gibst du noch einmal 6 dazu. [...]“ (D7 I 55). Diese Lehrkräfte fragten das Kind also nicht nach seinem gewählten Rechenweg. Vielmehr gaben sie den, ihrer Meinung nach, sinnvollsten Weg vor, dem das Kind dann zur korrekten Lösung folgen sollte. Erst im darauffolgenden Dialog ließen einige dieser Interviewpartnerinnen und -partner sich die Denkweise des Kindes erklären und gingen bei der anschließenden gemeinsamen Lösungssuche auch auf diese ein. Manche Lehrkräfte erfragten die Denkweise des Kindes nicht und erfuhren somit auch nicht worin Fehlermuster

und -ursache bestanden. Erst nachdem ungefragt die Lösungsstrategie des Kindes offenbart wurde, erkannten sie, dass es sich bei dem Fehler um einen tiefgehenden Verständnisfehler des rechnenden Kindes handelt.

Die andere Vorgehensweise bestand darin, das Kind sofort aufzufordern seinen Lösungsansatz zu erklären. Die betreffenden Lehrkräfte griffen diesen dann bei der gemeinsamen Lösungssuche auch auf.

Fast alle befragten Lehrkräfte erkannten sofort nachdem der Denkweg des Kindes offengelegt wurde, dass bei diesem Fehler ein Problem bei den Grundlagen des Malbegriffes besteht. Der Fehler wurde im Endeffekt also von beinahe allen Lehrpersonen als gravierendes Verständnisproblem identifiziert, wie eine Lehrkraft nachfolgend aufzeigt: *„Ja, dann würde ich sagen, dann würde ich es auf alle Fälle legen, weil das ist ein grundsätzlicher Denkfehler. Also wenn das Kind glaubt es kann nur eins weniger tun, dann hat es den Malbegriff nicht verstanden. Dann hapert es ja ganz woanders eigentlich, ja? Also, weißt du was ich meine? Wenn das jetzt sagt: „Da nehme ich einfach Eins weniger und dann tue ich das dazu, weil Sieben mal Fünf kenne ich.“, dann hat das Kind vermutlich die Einmaleinsreihe genauso wie ein Gedicht auswendig gelernt.“ (D3 I 173).* Außerdem gab ein Großteil der Lehrpersonen an, dass sie nach Entdecken dieses Fehlers dem Kind konkrete Handlungserfahrungen der Vorgänge bei einer Multiplikation ermöglichen würden, wie das nachstehende Zitat verdeutlicht: *„[...] und wenn dieser Malbegriff bei den Kindern nicht verstanden ist, brauche ich gar nicht bei den Malreihen in der zweiten Schulstufe anfangen. Das heißt, da kommt jetzt wieder das handelnde Tun hinein. Hol mir $2 \cdot 3$ Würfel. Hol mir bitte $5 \cdot 2$ Äpfel, ja? Versteht es diesen Malbegriff - handelndes Tun, dann mit Fotobildern wo es Malbegriffe entwickelt und einkreist. Also das sind diese Vorläuferverständnisaufgaben. Die müssen einmal sitzen.“ (D4 I110).* Nur eine Lehrkraft nahm den Fehler nicht als derart schwerwiegend wahr.

Neben Legematerialien wurde auch das Arbeiten mit ikonischen Darstellungen, also Punktemustern sowie mit dem Hunderterpunktefeld als für die Weiterarbeit geeignet genannt.

Beispielaufgabe:

$$\begin{array}{r}
 6 \quad 3 \quad 4 \\
 - \quad 2 \quad 9 \quad 3 \\
 \hline
 4 \quad 4 \quad 1 \quad 0
 \end{array}$$

Bei diesem konkreten Fall wurde von links nach rechts gerechnet. Dieses Fehlermuster ist als „Rechenrichtungsfehler“ bekannt. Es bleibt oft lange unentdeckt, weil es erst beim Rechnen mit Übertrag zu fehlerhaften Ergebnissen führt. Ursache ist eine falsch eingelernte Anwendung des Verfahrens. Möglicherweise ist zusätzlich ein unzureichendes Stellenwert- oder Operationsverständnis vorhanden.

Bei dieser fehlerhaften schriftlichen Subtraktion versuchten sämtliche Lehrpersonen zuerst selbst herauszufinden, wie der Fehler zustande gekommen sein könnte, was jedoch nur einigen gelang. Ausnahmslos alle Befragten ließen das Kind anschließend die Rechnung laut vorrechnen, um so einen Einblick in seine Denkweise zu erhalten. *„[...] es geht wieder darum, dass ich zuerst einmal fragen würde: „Wie hast du gerechnet? Erkläre mir bitte die Rechenschritte.“, und wenn das Kind dann dazu spricht, dann wird man den Fehler am besten analysieren können.“* (D5 I70).

Bei der Diagnose der Fehlerursache und somit auch der weiteren Vorgehensweise nach der Identifikation der Fehlerursache wurden verschiedene Meinungen geäußert. Teilweise wurde erklärt, dass ein vermehrtes Einüben dieser Rechenoperation mit der ständigen Erinnerung an die korrekte Rechenrichtung, zum Beispiel durch kleine Pfeile, ausreichen würde.

Der größere Anteil der interviewten Personen fand jedoch, dass es sich um einen schwerwiegenden Verständnisfehler handelt, welcher durch verstehendes Aufschlüsseln der Rechenoperation oder des Stellenwertes gelöst werden muss. Folgendes Zitat einer Lehrkraft veranschaulicht diese Sichtweise: *„[...] eigentlich muss man sagen, auch wieder ein Klassiker für den ganzen Vorgang nicht wirklich verstanden, ja? Also für einfach Auswendiggelernt: bei Plus fängt man da an und bei Minus muss man da anfangen und beim Dividieren da. Aber eigentlich nicht verstanden, was da passiert. [...]“* (D 3 I189).

Bei der weiteren Vorgehensweise nach der Fehlerdiagnose herrschte absolute Einigkeit. Die Gesamtheit der befragten Lehrkräfte gab an, dass das betreffende Kind nur durch handelndes Auseinandersetzen mit der Operation ein anhaltendes Verständnis der Vorgänge bei dieser Rechenoperation erlangen kann. Wie genau diese handelnde Arbeit aussieht, erklärt eine Lehrperson wie folgt: *„[...] das heißt wir fangen einmal an mit den Einern und den Zehnerstangen und so weiter und dann sehe ich, dass ich die wechseln muss und tauschen muss. Und dann muss ich bei der kleinsten Einheit anfangen und deswegen fange ich bei den Einern an. Und das Verständnis muss da sein, und wenn das da ist, dann fängt das Kind auch richtig an. Das habe ich noch nie erlebt, dass ein Kind von links anfängt. Also das Verständnis dahinter muss natürlich da sein. Also da geht es nicht darum, dass das Kind einfach stumpfsinnig das weiß,*

dass es rechts beginnt, sondern es muss natürlich auch wissen, warum es rechts beginnt.“ (D 7 171).

Auch das wiederholte laute Verbalisieren des Rechenganges wurde als unterstützende Maßnahme, um diesen Fehler in Zukunft vorzubeugen, genannt.

Beispielaufgabe:

$$11 - 4 = 6$$

Auf den ersten Blick scheint es hier zu einem Rechenfehler gekommen zu sein. Auf Nachfrage erklärt das rechnende Kind jedoch, dass es wie folgt gerechnet hat: „Ich habe das über $10 - 4$ berechnet“. Das Kind hat also eine Rechenstrategie angewendet. Es nutzt als Grundlage zur Berechnung die Nachbaraufgabe $10 - 4$. Anschließend rechnet es jedoch nicht weiter, sondern schreibt das Zwischenergebnis als Lösung auf. Es handelt sich um ein gängiges Fehlermuster (Götze, Zannetin, & Selter, 2019, S. 76, 188).

Bei der Analyse des obigen Rechenbeispiels stellte sich heraus, dass auch hier fast alle befragten Lehrenden das Kind fragen würden, wie es gerechnet hat.

Lediglich eine Lehrperson würde das Kind nicht nach seinem Lösungsweg fragen, sondern von Anfang an mit Hilfe von Fingerbildern die Aufgabe noch einmal gemeinsam berechnen. Dabei gab die Lehrkraft den zu wählenden Lösungsweg vor. Die überwiegende Mehrheit jener Lehrkräfte, die sich für den Rechenweg des Kindes interessierten, würde Demonstrationsmaterial verwenden, anhand dessen das Kind seine Lösungsstrategie erklären kann. *„Also ich würde wahrscheinlich wieder, wenn das Kind das so macht, würde natürlich auch nachfragen, wie es auf den Lösungsweg überhaupt kommt. Ich würde schauen, ob es einfach nur ein Schlampigkeitsfehler ist, in dem Sinne, dass wenn das Kind dann noch einmal intensiv hinschaut und sagt: „Ah ja, Nein! Das ist ja Sieben.“, ja? Und was natürlich, weil es unter den Zehnern geht, bietet sich natürlich auch wieder an, dass man es handelnd macht, ja?“ (D3 I193).*

Sämtliche Lehrkräfte diagnostizierten, dass das Kind die Zahlenzerlegung anhand verschiedener Hilfsmittel vertiefend üben sollte. Genannte Unterstützungen waren beispielsweise Fingerbilder, Legematerial oder bildliche Darstellung mit Strichen, Zahlzerlegungshäuser sowie die Darstellung mittels Legeplättchen am Zwanzigerfeld.

Die klare Mehrheit der Befragten nahm die vom Kind gewählte Rechenstrategie beim gemeinsamen, korrigierenden Lösen der Aufgabe auf. Eine Lehrperson erkannte bei der gewählten Rechenstrategie *„[...] das ist eigentlich schon geschicktes Rechnen und im Prinzip ist das super,*

weil es immer leichter geht mit den geraden Zahlen beziehungsweise mit der Zehnerzahl.“ (D7 I79).

Auch beim nachfolgenden Zitat wird deutlich, dass die Lehrperson die gewählte Rechenstrategie als vorteilhaft ansieht und aufgreift: *„Okay, $10 - 4$ ist 6. Als Hilfsaufgabe wahrscheinlich, oder? Und dann hat es vergessen den Einer wieder dazu zu geben. Naja, da würde ich dann vielleicht mit dem Kind das besprechen und würde dann gleich ein paar so ähnliche Aufgaben hernehmen und die dann noch bearbeiten. Entweder mit dem Kind gemeinsam oder einmal ein paar alleine probieren lassen und einfach mich auf diese Rechenstrategie halt ein bisschen fokussieren.“ (D8 I110-115).*

Beim folgenden Zitat wird eine ähnliche Vorgehensweise beschrieben. Auch hier steht der zuvor erfolgter Denkweg des Kindes im Fokus: *„Dann würde ich sagen, dann schreiben wir einmal untereinander, wie so bei diesen Cluster-Aufgaben. Dass man hinschreibt $10 - 4$, ja? Das können wir dann jetzt einmal lösen. Das würde auch mit den Fingern gut gehen. $10 - 4$ ist ja 6 und dann würden wir darunterschreiben $11 - 4$ und mit dem Kind gemeinsam überlegen. Wenn ich zuerst 10 habe und von diesen 10 4 wegnehme, dann bleiben mir noch 6 übrig. Wenn ich aber von Anfang an schon 11 habe und auch wieder vier wegnehme, dann kann ja nicht auch jetzt in dem Zustand wieder 6 übrigbleiben. Also diese Gegenüberstellung von 10 weniger 4 zu 11 weniger 4 und das einmal mit zuerst – mit der Subtraktion, die davor liegt - das zuerst und das nachher finden und mit dem Kind noch einmal genau durch zu besprechen. Aber wie gesagt wieder parallel mit dem Zwanzigerfeld und mit Legeplättchen.“ (D5 I76).*

Jene Lehrkräfte, die auf die vom Kind gewählte Strategie bei der gemeinsamen Korrektur eingingen, betonten dem Kind gegenüber, dass die Ausgangszahl nicht verändert werden kann und der weggegebene Einser bei der Hilfsaufgabe nicht vergessen werden darf. Dies wurde beispielsweise durch praktische Beispiele verdeutlicht. *„Na stell dir einmal vor: ihr seid elf Kinder und ich bin die Frau Lehrerin und an der ersten Bushaltestelle steigen vier Kinder aus bei der Heimfahrt von der Theaterfahrt. Und ich zähle dann in XXX noch einmal nach, wie viele Kinder jetzt noch da sind. Ob eh alle gut ausgestiegen sind. Und ich komme dann zu dem Schluss, wenn Elf Kinder sind mit dem Bus gefahren und Vier sind ausgestiegen in XXX, dann muss ich ja dann wieder wissen wie viele Kinder in XXX dann noch sind. Und es stimmt ja nicht, dass nur Zehn mitgefahren sind. In unserem Bus waren ja Elf Kinder.“ (D3 I201).*

Im Gegensatz dazu gingen nur wenige Lehrpersonen nicht auf den Lösungsweg des Kindes ein. Sie bestanden vielmehr auf ihrer Lösungsstrategie, auch nachdem das Kind seinen Denkweg ungefragt zu erklären versuchte. Auf Nachfrage erklärten diese Lehrkräfte, dass sie hier keine andere Rechenstrategie als die gemeinsam gelernte zulassen würden. Diese Rechenstrategie

besteht bei allen drei Lehrkräften darin, zuerst zum Zehner zu rechnen und dann die verbleibenden Drei wegzunehmen.

8.5.2 Kategorie 5 - Interpretation der Ergebnisse und Bezug zur Theorie

Zu den ersten beiden Fragen in der gegenständlichen Kategorie erzielte die Untersuchung nur wenig relevante Informationen. Viele der befragten Lehrkräfte arbeiten nur äußerst selten im Frontalunterricht und lassen ferner die Kinder kaum bis gar nicht an der Tafel rechnen. Alle Lehrkräfte, die Schülerinnen und Schüler an der Tafel rechnen lassen, waren sich jedoch betreffend die Vorgehensweise beim Auftreten eines Fehlers weitgehend einig. Die Lehrpersonen versuchten das Kind im Einzelgespräch zum korrekten Lösungsweg zu leiten. Die restlichen Lernenden der Klasse durften die korrekte Lösung nicht verraten. Vielmehr fiel ihnen die Aufgabe zu, das betreffende Kind auf den Fehler aufmerksam zu machen und es eventuell unterstützend anzuleiten, wie es den Fehler korrigieren könnte. Dabei zeigten die Lehrpersonen beträchtliches Einfühlungsvermögen und versuchten zu verhindern, dass das an der Tafel arbeitende Kind sich unwohl fühlt. Darüber hinaus kam bei keiner der befragten Lehrkräfte in der beschriebenen Situation das Bermuda-Dreieck vor. Die Auswertung der Antworten zu dieser Frage lässt demnach den Schluss zu, dass diesbezüglich große Sensibilität vorherrscht, wie das nachfolgende Zitat veranschaulicht: *„Also ich würde nicht sagen: „Setz dich nieder. Nehmen wir die Susi dran, die weiß das und die soll es fertig machen.“, ja? Also ich würde dem Kind versuchen nicht einen Misserfolg da an der Tafel, noch dazu zur Schau gestellt an der Tafel – volle Präsentationsfläche. Das Kind dann ermutigen es weiterzumachen und vielleicht auch die Hilfe von den anderen einzubeziehen.“* (D3 I159).

Was den Faktor Zeit betrifft, kann festgehalten werden, dass dieser laut eigener Aussage der Befragten angemessen berücksichtigt wurde. Die Lernenden erhielten ausreichend viel Zeit, um dem Fehler allein auf den Grund zu gehen. Erst wenn dies nicht möglich war, durften andere Kinder unterstützend helfen. Auch danach räumten die Lehrkräfte dem an der Tafel arbeitenden Kind genügend Zeit ein, damit es die Aufgabe mit der erhaltenen Hilfestellung korrigieren konnte. Dies ist laut Oser et al. (1999, S. 164ff) ein wichtiger Aspekt bei der lernförderlichen Bearbeitung von Fehlern. Die Fehlervermeidungsdidaktik zeichnet sich beispielsweise dadurch aus, dass die Lernenden nicht ausreichend Zeit bekommen, den Fehler selbst zu finden bzw. zu korrigieren. Vielmehr kommt in solchen Situationen laut Oser et al. (ebd.) oftmals das Bermuda-Dreieck zur Anwendung. Dies kann in dieser Arbeit nicht bestätigt werden. Obwohl einige der interviewten Lehrkräfte sich eher der Fehlervermeidungsdidaktik zugehörig fühlen, ließen auch diese den Kindern genügend Zeit zur selbstständigen Korrektur.

Bei der Auswertung der zweiten Frage wurde die Ansicht von Oser et al. (ebd.) jedoch teilweise sehr wohl bestätigt, da einige wenige Lehrkräfte hier tatsächlich auf das Bermuda-Dreieck zurückgriffen. Dies resultierte jedoch immer aus dem Bestreben heraus, das Kind nicht zu beschämen, sondern schnell aus dieser unangenehmen Situation zu entlassen. Diese Ergebnisse decken sich auch mit jenen aus der Kategorie 1 der gegenständlichen Forschung. Es besteht demnach betreffend das Bermuda-Dreieck noch teilweise Aufklärungsbedarf.

Der Großteil der Befragten war sich jedoch den negativen Aspekten des Bermuda-Dreiecks absolut bewusst und versuchte dieses deshalb zu meiden. Auch die Bedeutung des Faktors Zeit war den meisten Lehrenden klar: Eine Lehrperson erklärte beispielsweise, dass die Aufgabe gemeinsam noch einmal berechnet wird „[...] aber nicht so, dass jetzt ein Zeitdruck entsteht. Wenn die anderen Kinder nebenbei schon aufzeigen und zum Hüpfen anfangen, dass sie es sagen wollen, dann sag ich meistens: „Warte jetzt! Lass dem oder derjenigen Zeit. Sie wird schon draufkommen!“, also die Zeit auch dann geben, wenn ein Fehler wirklich passiert ist.“ (D10 I76).

Auch folgendes Zitat lässt eine gute Reflexionskompetenz der Lehrerinnen erkennen: „Grundsätzlich ist es ja so, wenn Frontalunterricht gehalten wird oder im Frontalunterricht unterrichtet wird, dann werden Kinder mit einer Frage konfrontiert und ich habe mich selber dabei er- tappt - und das meist noch immer - dass man einfach zuerst zu wenig lang wartet und Kindern die Zeit einmal zum Nachdenken gibt ja? Das heißt auch bei Frontalunterricht, bei dem man ein neues Thema erarbeitet, da hat man vielleicht oft nicht so - das habe ich schon einmal erwähnt - die Zeit, die im Mittelpunkt steht, dass man sagt, man lässt den Kindern einmal Zeit.“ (D5 I42).

Die gestellte Malaufgabe zeigt auf, dass etliche Lehrkräfte die Diagnosechance des Fehlers nicht erkannten und die Kinder nicht nach ihren Denkwegen fragten. Durch die fehlende Nachfrage bemerkten sie nicht, dass der Fehler aus einem schwerwiegenden Grundlagenproblem resultierte. Die Chance einen verstehenden und tiefgreifenden Lernprozess anzuregen, wurde hier vertan.

Nach Offenlegung des Denkweges des Kindes stuften jedoch beinahe alle befragten Lehrenden den Fehler als gravierenden Mangel des Operationsverständnisses ein und gaben diesbezüglich an, mit diesem Kind einen Lernschritt zurückzugehen und den Malbegriff nochmals von Anfang an verstehend durcharbeiten. Die Lehrkräfte waren sich auch dahingehend einig, dass dafür eine handelnde Vorgehensweise ideal ist. Die Literatur stimmt mit dieser Klassifizierung des Fehlers überein und gibt auch dieselbe Empfehlung zur Weiterarbeit mit dem fehlermachenden Kind (Götze, Zannetin, & Selter, 2019, S. 80f).

Auch betreffend die schriftliche Subtraktion stimmte die gewählte Strategie nach der Fehleranalyse mit der von der Literatur empfohlenen überein. Götze et al. (2019) beschreibt, dass bei diesem als „Rechenrichtungsfehler“ bekannten Fehlermuster die Ursache meist in einem unzureichenden Operations- oder Stellenwertverständnis begründet liegt. Aus diesem Grund ist die handelnde Erklärung, was bei dieser Rechenoperation geschieht und was der Stellenwert bedeutet, ideal geeignet, um ein nachhaltiges Verständnis aufzubauen. Auch Radatz et al. (1999) betont in seinen Veröffentlichungen, dass viel zu wenige Schülerinnen und Schüler den Algorithmus hinter dieser Rechenoperation tatsächlich verstanden haben. Gerade deshalb weist die schriftliche Subtraktion auch eine so enorm hohe Fehleranfälligkeit auf. Gaidoschik (2011) spricht sich aus den eben genannten Gründen ebenfalls dafür aus, dass nicht das Auswendiglernen von Rechenverfahren, sondern vielmehr das Verstehen der dahinterliegenden Algorithmen im Vordergrund des Mathematikunterrichts stehen sollte. Ziel sollte ein erhöhtes Stellenwert- und Größenverständnis sowie ein kritisch hinterfragender Umgang mit der Verfahrensart sein. Demnach ist es einem Großteil der befragten Lehrkräfte gelungen, einen förderlichen Umgang mit dem begangenen Fehler zu praktizieren und damit weitere Fehler vorzubeugen.

Im Gegensatz zur Multiplikation im ersten Beispiel haben bei der schriftlichen Subtraktion alle Lehrkräfte nach dem Rechenweg des Kindes gefragt. Dies könnte darin begründet liegen, dass die Lehrenden sich bei diesem Beispiel nicht sicher waren, wie der Fehler zustande gekommen ist. Bei dem obigen Multiplikationsbeispiel hatten jene Lehrende, die nicht nach einer Erklärung des Kindes fragten, ein genaues Bild – auch wenn dieses nicht immer stimmte – warum ihrer Meinung nach, der Fehler passiert ist.

Beim letzten Rechenbeispiel erfragten beinahe alle Lehrpersonen die Denkweise des Kindes beim Berechnen der Aufgabe. Trotzdem wurde die vom Kind gewählte Strategie nicht von allen Lehrkräften bei der Lösungssuche aufgenommen. Einige der Befragten nutzten zur Fehlerbehebung trotzdem die von ihnen vorgegebene Rechenstrategie und erlaubten keine andere Vorgehensweise. Wie in Kapitel 5.3.1 dieser Arbeit ausführlich thematisiert wird, ist es jedoch notwendig auf die individuellen Rechenwege jedes einzelnen Kindes einzugehen, wenn das volle Potenzial aus systematischen Fehlern geschöpft werden soll (Selter, 2010, S. 2). Jene Lehrpersonen, die lediglich die im Klassenverband gelernte Rechenstrategie akzeptierten, arbeiteten im Unterricht vermehrt frontal. Cerny (2013, S.85) stellte die Hypothese auf, dass sich offene Unterrichtsformen im Allgemeinen besser für einen lernförderlichen Umgang mit Fehlern von Schülerinnen und Schülern eignen. Hierzu wäre eine weitere Forschung anzuregen,

die sich damit beschäftigt, ob Lehrpersonen, die bevorzugt frontal unterrichten, weniger individuelle Rechenwege und -strategien zulassen als jene, die offene Unterrichtsformen vorziehen.

Ein Großteil ging jedoch auf die bevorzugte Rechenart ein und lobte das geschickte Vorgehen des Kindes. Dies deutet darauf hin, dass die befragten Lehrpersonen die Bedeutung von verschiedenen sinnvollen Rechenstrategien weitgehend bewusst ist.

Die Ausführungen zu den drei Beispielrechnungen lassen darauf schließen, dass Lehrpersonen über ausreichend Kompetenzen bei der Fehleranalyse verfügen, jedoch den Wert des Fehlers als Lernchance nicht immer erkennen. Auch die Bedeutung der Notation oder Verbalisierung des Denkweges des Kindes beim Besprechen von korrekten oder inkorrekten Lösungsansätzen ist nach diesen Ergebnissen nicht allen befragten Lehrpersonen bewusst. Die überwiegende Mehrheit macht sich die Denkwegen des Kindes jedoch für einen lernförderlichen Umgang mit gemachten Fehlern zu nutze. Die so erhaltenen individuellen Informationen zum Lernstand des Kindes werden auch für die weitere Unterrichtsplanung verwendet, um einen differenzierenden und individualisierenden Unterricht gewährleisten zu können. Zu Recht heben Krauthausen et al (2003, S. 184f) hervor, dass die schriftliche oder mündliche Darlegung des Rechenweges unumgänglich ist, um Fehlermuster und -ursachen gesichert herauszufinden. Erst nach der oftmals, trotz mangelnder Nachfrage, gegebenen Erklärung des Rechenweges des Kindes erkannten die befragten Lehrkräfte, dass es sich bei den Beispielen um systematische und gravierende Fehler bei den Grundlagen handelte. Mit dieser Erkenntnis konnten dann auch alle Lehrkräfte die geeigneten Maßnahmen für das Kind einleiten. Da etliche der Respondentinnen und Respondenten bei manchen Beispielaufgaben jedoch nicht nach dem Lösungsweg gefragt hätten, wäre ihnen dieses Wissen und somit auch das enorme Entwicklungspotenzial entgangen.

8.6 Beantwortung der Forschungsfragen

Die Forschungsfragen können wie folgt beantwortet werden:

Wie können Fehler im Mathematikunterricht der Grundschule lernförderlich genutzt werden?

Einer der wichtigsten Faktoren, um das volle Lernpotenzial von Fehlern im Mathematikunterricht nutzen zu können, ist die fachkundige Fehlerdiagnose.

Fehler können bei kompetenter Diagnose als Grundlage für die individuelle Planung des Unterrichts sowie zusätzlicher gezielt eingesetzter Fördermaßnahmen dienen. Nur wenn Lehrkräfte über ein differenziertes Gesamtbild der Kompetenzen und Defizite ihrer Schülerinnen

und Schüler verfügen, kann der nachfolgende Unterricht nachhaltig und angepasst an die individuellen Bedürfnisse eines jeden Kindes gestaltet werden. Eine Förderung ohne solch eine fachkundige Diagnose ist nicht zweckmäßig und wird, vor allem wenn das Kind systematische Fehler begeht, eher zur Festigung des Fehlermusters beitragen.

Dafür benötigen die Lehrkräfte jedoch fundiertes Wissen einerseits über Fehlermuster und -arten und andererseits darüber, wie eine durchdachte Fehleranalyse erfolgen kann.

Eine Möglichkeit zur Fehleranalyse ist die Thematisierung der Denk- und Rechenwegen der Kinder. Durch diese Nachvollziehbarkeit der Denkweise des Kindes beim Berechnen einer Aufgabe wird es der Lehrkraft ermöglicht die Fehlerursache herauszufinden. Ist die Fehlerursache identifiziert, befähigt dies die Lehrkraft zu einer gezielten und nachhaltigen Fehlerbearbeitung.

Zusätzlich können dabei auch die bevorzugten Rechenstrategien der Kinder herausgefunden werden, denn laut Selter (2010, S. 2) ist es unumgänglich auf die individuellen Rechenwege jedes einzelnen Kindes einzugehen, wenn das volle Potenzial aus systematischen Fehlern geschöpft werden soll. In der Unterrichtspraxis lassen jedoch nicht alle Lehrpersonen diese individuellen Rechenstrategien zu. Vielmehr geben einige Lehrkräfte für eine Problemstellung die jeweilige Rechenstrategie vor und verlangen von den Kindern auch, ausschließlich diese anzuwenden.

Viele Lehrkräfte klagten über die mangelnde Zeit für die individuelle Diagnose und Behandlung von Fehlern. Insbesondere die Fehlerdiagnose und -analyse kosten viel Zeit, die während des Unterrichts häufig nicht zur Verfügung steht.

Dieses Problem könnte damit umgangen werden, dass die Kinder ihren Denkweg notieren, anstatt diesen der Lehrperson direkt zu erklären. Dies ermöglicht eine Fehleranalyse ohne Zeitressourcen des Unterrichts aufzubreuchen. Trotzdem findet die Notation von Rechenwegen im Gegensatz zur Verbalisierung dieser laut der gegenständlichen Forschungsergebnisse in der Unterrichtspraxis nur selten Anwendung. Nur einzelne Lehrkräfte gaben an, dass die Schülerinnen und Schüler der Klasse ihre Denk- und Rechenwege beim Lösen einer mathematischen Aufgabe schriftlich notieren sollen. Das Verbalisieren des Lösungsweges wird im Unterricht viel häufiger eingesetzt. Dabei werden jedoch Zeitressourcen der gemeinsamen Unterrichtszeit aufgebraucht.

Sind Fehlermuster und -ursache identifiziert und es handelt sich um einen gravierenden Verständnisfehler ist es von besonderer Bedeutung diesen nicht einfach zu berichtigen, sondern dafür zu sorgen, dass das Kind die mathematische Thematik von den Grundlagen an versteht.

Erhalten Schülerinnen und Schüler keine konkreten Informationen was sie falsch gemacht haben, wissen sie auch nicht wie eine ähnliche Aufgabe beim nächsten Versuch korrekt gelöst werden soll. Nur wer herausgefunden hat worin der Fehler besteht, kann die falschen Denkmuster identifizieren und verändern. Nicht das automatische Abspulen von eingelernten Rechenschritten, sondern das Verstehen der dahinterliegenden Algorithmen sollte also deutlich im Vordergrund stehen.

Darüber hinaus gibt es einige Methoden, die sich ideal für die lernförderliche und nachhaltige Bearbeitung von inkorrekten und auch korrekten Lösungswegen eignen. Eine davon ist beispielsweise die Tischset-Methode. Bei diesem methodischen Verfahren wird die von der Lehrperson gestellte Aufgabe zuerst unter Verwendung eines in fünf Teile untergliederten Blattes Papier, dem sogenannten Tischdeckchen, allein bearbeitet. Die anderen zwei oder drei Gruppenmitglieder bearbeiten dieselbe Aufgabe und notieren ihre Überlegungen samt Ergebnis in das jeweils vor ihnen liegende Feld des Tischdeckchens. Im Anschluss wird das Blatt Papier so oft gedreht, bis jedes Gruppenmitglied alle Beiträge gelesen hat. Anhand aller Ausarbeitungen wird eine gemeinsame Lösung angestrebt, welche im mittleren Feld des Blattes notiert wird. Die endgültige Gruppenlösung wird zum Abschluss der gesamten Klasse vorgestellt, wo nochmals jeder Lösungsansatz im Plenum diskutiert wird.

Im Rahmen der Interviews wurde diese Methode zur Besprechung von verschiedenen Lösungswegen jedoch lediglich einmal genannt.

Eine vergleichbares Unterrichtsinstrument ist die Ich-Du-Wir-Methode. Ähnlich wie bei der Tischset-Methode wird die gestellte mathematische Aufgabe zuerst vom Kind allein bearbeitet und anschließend mit einer Mitschülerin oder einem Mitschüler verglichen. Die beiden Kinder einigen sich auf den ihrer Meinung nach besten Lösungsweg und stellen diesen im Anschluss entweder einer Gruppe oder dem Klassenverband vor. Nun werden die korrekten und inkorrekten Lösungsstrategien konstruktiv besprochen und auf ihre Effektivität hin überprüft. Dabei ergibt sich im Idealfall ein ergiebiges Unterrichtsgespräch zur Thematik. Während der Interviews im Zuge der Forschung dieser Arbeit wurde diese Methode ausschließlich im Rahmen der Tischset-Methode erwähnt.

Eine Methode, die von fast allen befragten Lehrkräften im Unterricht genutzt wird, und die nachweislich eine lernförderliche Bearbeitung von korrekten und inkorrekten Lösungsstrategien ermöglicht, ist die Rechenkonferenz. Dabei präsentieren einzelne Kinder oder Gruppen entweder im Plenum oder einer kleineren Gruppe den Lösungsweg und die Ergebnisse zu einer von der Lehrperson gestellten mathematischen Problemstellung. Die anderen Kinder geben im Anschluss an diese Präsentation konstruktive Kritik zum rechnerischen Vorgehen des

Kindes oder der Gruppe. Dabei werden die verschiedenen gewählten Strategien geprüft und miteinander verglichen.

Die Arbeit mit konstruierten Fehlern ist ebenfalls eine Methode, die in der Literatur vielfach für einen nachhaltigen Fehlerumgang empfohlen wird. Auch in den Bildungsstandards finden sich derartige Aufgabenformate häufig.

Robert Siegler (2002) hat eine Studie initiiert, welche versuchte herauszufinden, ob das Arbeiten mit konstruierten Fehlern im Unterricht tatsächlich die Aktivierung der korrekten und die Abschwächung der inkorrekten oder konkurrierenden Lösungsstrategien positiv beeinflusst. Die Studie kam zu dem Ergebnis, dass das Arbeiten mit korrekten oder inkorrekten Lösungswegen anderer Personen enorm dabei hilft, effektive Lösungsstrategien im Gehirn verstärkt zu verankern und nicht zielführende Strategien zu unterdrücken. Dies zeigt, dass das Thematisieren von Fehlern im Unterricht enormes Potenzial zur Lernentwicklung bietet.

Die Analyse der Ergebnisse aus den Interviews zeigt klar auf, dass ein Großteil der befragten Lehrkräfte mit konstruierten Fehlern arbeitet und diese als sinnstiftende Ergänzung des Mathematikunterrichts sieht.

Eine der wichtigsten Aspekte, damit Kinder aus Fehlern lernen können ist dennoch die Schaffung einer guten Fehlerkultur, das heißt einer Atmosphäre in der Klasse, in der die Kinder keine Angst haben Fehler zu machen. Fehler sollten in der Klasse als Lernchance angesehen werden und somit immer zu konstruktiver Diskussion und Betrachtung führen. Nur dann können Kinder die offene Besprechung der eigenen Fehler auch derart annehmen, dass Lernprozesse angeregt werden.

Die nächste Subforschungsfrage ist eng an die aktuelle Fragestellung angelehnt, sie beschäftigt sich jedoch vermehrt mit konkret von Lehrpersonen angewandten bzw. gekannten Konzepten zum Fehlerumgang.

Über welche Konzepte verfügen Lehrkräfte im Unterricht im Umgang mit auftretenden Fehlern?

Diese Frage wurde teilweise bereits mit der obigen Frage beantwortet.

Eines der am häufigsten genannten Unterrichtskonzepte war die Generierung einer guten Fehlerkultur und somit einer fehlerfreundlichen Klassenatmosphäre. Außerdem legen so gut wie alle Befragten viel Wert auf eine gründliche und tiefgreifende Erarbeitung der mathematischen Grundlagen sowie ein verstehendes und somit nachhaltiges Erlernen der Rechenoperationen sowie der dahinterliegenden Algorithmen. Dies beugt einerseits Fehler vor und ermöglicht andererseits eine sinnvolle und effektive Beschäftigung mit dem Fehler.

Dies geschieht häufig unter Einbeziehung von Demonstrations- und Legematerial. Bei vielen Lehrkräften kommt das jeweilig passende Material vor allem auch bei der Fehlerbearbeitung bzw. Überprüfung von Aufgaben zur Anwendung. Die Kinder lernen sich selbst mit dem Material zu kontrollieren und haben so bei Schwierigkeiten stets eine Strategie zur Selbsthilfe parat

Resultiert der Fehler aus einem Grundlagenproblem, ist es den meisten befragten Lehrkräften besonders wichtig, dass das fehlermachende Kind die Chance bekommt, diese Grundlagen noch einmal von Anfang an verstehend zu begreifen.

Methoden, die von fast allen Lehrkräften umgesetzt werden, sind einerseits Strategie- oder Rechenkonferenzen, bei welchen verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungsstrategien in der Gruppe oder im Plenum gegenübergestellt und besprochen werden und andererseits die Verbalisierung von Rechenwegen. Die Thematisierung des Denkweges ist dabei ein Teil von Strategiekonferenzen, da sich die diversen Rechenstrategien nur so vergleichen lassen. Die meisten Lehrkräfte fordern ihre Schülerinnen und Schüler aber auch im alltäglichen Unterrichtsgeschehen regelmäßig auf ihren Denkweg entweder anderen Kindern oder der Lehrkraft aufzuschlüsseln. Gerade bei auftretenden Fehlern wird diese Methode gern genutzt, um eine notwendige Fehlerdiagnose durchführen zu können. Die Auswertung des Umgangs mit den praktischen Rechenbeispielen während dieser Befragung hat diesbezüglich jedoch aufgezeigt, dass Lehrpersonen in der Praxis nicht immer nach dem Lösungsweg fragen. Es kommt durchaus vor, dass Lehrpersonen, welche in der Theorie beim Fehlerumgang das Erfragen des Denkweges als Konzept nannten, bei den Beispielen den Rechenweg des Kindes nicht erfragten. Vielmehr gaben die betroffenen Lehrkräfte in diesen Fällen einen Rechenweg vor und korrigierten das falsche Ergebnis so gemeinsam mit dem Kind. Dadurch bemerkten diese Lehrpersonen auch nicht, dass es sich bei dem Fehler um einen schwerwiegenden Grundlagenfehler handelte. Durch die mangelnde Fehleranalyse konnte keine ausreichende Fehlerdiagnose stattfinden. Dies führte dazu, dass bei der Bearbeitung und Korrektur des Fehlers nicht das volle Entwicklungs- und Lernpotenzial ausgeschöpft werden konnte.

Die Notation von Rechenwegen wird nur teilweise eingesetzt. Einige wenige Lehrkräfte wenden dieses Konzept jedoch recht häufig an, auch deshalb, weil sich in vielen Mathematikbüchern bereits zahlreiche Forderungen zur Notierung des Denkweges finden.

Die Arbeit mit konstruierten Fehlern wird von einer klaren Mehrheit der interviewten Lehrerinnen und Lehrer im Unterricht genutzt, wobei etliche dieser Lehrpersonen auch eigene Fehler in den Unterricht einfließen lassen. Dies hat dreierlei Gründe. Erstens um die Aufmerksamkeit der Kinder zu fördern, zweitens um den Kindern zu zeigen, dass Fehler wirklich jedem

passieren können und drittens, um Strategien im Umgang mit dem Fehler einzuüben. Letzteres ist ein Konzept, das an dieser Stelle nochmals extra hervorgehoben werden sollte. Einige Lehrkräfte üben gezielte Strategien ein, die den Kindern verdeutlichen, wie sie im Falle eines Fehlers oder einer Schwierigkeit mit einer mathematischen Aufgabe handeln sollen. Als Strategie wurde dabei besonders häufig die Arbeit mit dem jeweiligen Material erarbeitet. Dies ermöglicht dem Kind einerseits die selbstständige Überprüfung der gerechneten Aufgabe und andererseits die Generierung eines tieferen Verständnisses der rechnerischen Vorgänge bei der Rechenoperation.

Selbstkontrolle wird bei fast allen befragten Lehrpersonen zumindest vereinzelt in der Unterrichtsplanung berücksichtigt. Gerade bei der Bearbeitung von Stationenbetrieben, Steckkarten, Klammerkarten, Logicos, Computerspielen und ähnlichem wird sie recht oft eingesetzt. Manche Lehrpersonen lassen die Kinder aber auch Arbeitsblätter selbst verbessern. Dies kann entweder mit einem Lösungsblatt, der Lösung am Arbeitsblatt direkt oder der Lösung bzw. einem Tipp zur Lösung der Aufgaben an der Tafel oder dem Smartboard erfolgen. Etliche Lehrpersonen legen dabei Wert darauf, dass die Kinder sich falsche Aufgaben lediglich kennzeichnen und dann selbstständig verbessern, um ein einfaches Austauschen von falschen Ergebnissen gegen korrekte Lösungen zu verhindern. Eine Lehrperson ist jedoch strikt gegen eine derartige Selbstkontrolle. Sie ist der Meinung, dass ein unreflektiertes Ausbessern ohne anschließende Diskussion der Aufgaben nicht zielführend ist. Nur der gemeinsame Austausch bringt echtes Verständnis der mathematischen Themenstellung.

Bei der Partnerkontrolle waren die Ergebnisse der Interviews recht unterschiedlich. Einige Lehrkräfte lehnen die Partnerkontrolle gänzlich ab, da sie keinen Nutzen in dieser Art des Kontrollierens erkennen können. Etliche Lehrkräfte integrieren die Partnerkontrolle hingegen vielfältig in ihren Unterricht. Oftmals wird die Partnerkontrolle ähnlich wie eine kleine Strategiekonferenz aufgebaut. Die beiden Kinder vergleichen also ihren Lösungsweg und einigen sich gemeinsam – meist mit Unterstützung des Materials – auf ein endgültiges Ergebnis. Manche Lehrpersonen sind dabei der Meinung, dass Partnerkontrolle erst ab Grundstufe II ernstzunehmend möglich ist.

Ein Konzept, auf das ebenfalls mehrere Lehrkräfte zurückgreifen, ist das sogenannte Tutoren- oder Helfersystem. Dabei holen sich Kinder bei Schwierigkeiten beim Lösen einer mathematischen Problemstellung Unterstützung von einem anderen Kind, das die gegenständliche Thematik gut beherrscht. Eine andere Variante davon, die ebenfalls in der Schulpraxis umgesetzt wird, ist die Kontrolle der Hausaufgaben mittels dieses Helfersystems. Die Kinder kontrollieren vor Beginn des Unterrichts mit einem ihnen zugeteilten Kind ihre Hausaufgaben. Bei ungleichen Ergebnissen werden diese besprochen und gemeinsam korrigiert. Ein Kind fungiert dabei

meist als Expertin oder Experte und erklärt dem anderen Kind wie korrekt gerechnet wird und wenn möglich, warum der Fehler entstanden ist.

Ein weiterer Aspekt, welcher oft genannt wurde, ist die Notwendigkeit der Elternbildung. Die negativen Fehlerkonzepte der Eltern wirken sich oftmals erheblich auf die Fehlerkultur der Klassengemeinschaft aus. Um dem entgegenzuwirken setzten einige Lehrkräfte auf vermehrte Einbeziehung der Erziehungsberechtigten. Bei gravierenden Schwierigkeiten bei einem mathematischen Themenbereich werden beispielsweise die Eltern mit konkreten Übungs- und Fehlerbehebungskonzepten ausgestattet. Andere Lehrkräfte setzen eher darauf, den Eltern einen positiveren Blick auf Fehler mitzugeben.

Der nächste Abschnitt beschäftigt sich mit der Beantwortung der Subforschungsfrage: „Wie unterscheiden Lehrkräfte beim Umgang mit Fehlern von Lernenden zwischen Lern- und Beurteilungssituationen?“.

Eine Unterscheidung wird unter anderem bezüglich Intensität und Art der Fehlerbearbeitung und -analyse vorgenommen. Viele der befragten Lehrkräfte geben an, dass sie dem Fehler während der Erarbeitung von neuen Lerninhalten mehr Zeit zur tiefgreifenden Bearbeitung zugestehen. Zahlreiche befragte Lehrende sehen Fehler in dieser Phase des Unterrichts außerdem als Chance um nachhaltige Lernprozesse anzuregen und erkennen somit den Nutzen von Fehlern für nachhaltige Lernprozesse. Fehler dürfen und sollen in dieser Phase passieren, um verstehendes Lernen anzubahnen.

Hinsichtlich der Benotung erklären nur wenige der interviewten Lehrerinnen und Lehrer eine derartige Unterscheidung zu tätigen. Vielmehr werden von einem Großteil der Befragten sämtliche Leistungen, die die Kinder in der Schule und teilweise auch bei Hausübungen erbringen, als Notengrundlage betrachtet. Die übrigen Lehrerinnen und Lehrer benoten die Phase der Erarbeitung von neuem Wissen nicht.

Die Gesamtheit der befragten Lehrkräfte wendet Lernstandsüberprüfungen zur Feststellung des aktuellen Leistungsstandes der Kinder an. Auch hier teilen sich die Meinungen bezüglich der Benotung jedoch. Bei einem Teil der Lehrpersonen hat diese Überprüfungen keinen Einfluss auf die Gesamtnote. Der andere Anteil integriert diese erbrachten Leistungen in die Beurteilung, da sie das Gesamtbild der Leistung des Kindes vervollständigen. Dabei gibt es jedoch eine nochmalige Unterteilung. Während einige wenige Lehrpersonen den Kindern die Note dieser Leistungsfeststellung bekannt geben, wird sie von anderen Lehrkräften lediglich in den eigenen Unterlagen notiert. Die Kinder erfahren hier nicht, welche Note sie bei dieser Überprüfung des Lernstandes erreicht hätten. Positiv kann angemerkt werden, dass alle Lehrkräfte regelmäßige Bestandsaufnahmen des tatsächlichen Wissensstandes der Kinder durchführen.

Dies ermöglicht eine individuelle Anpassung des Unterrichts an die Bedürfnisse der Lernenden.

Die mangelnde Unterscheidung von Erarbeitung und Beurteilung der zu erlangenden Kompetenzen muss hier jedoch negativ angeführt werden, da eine positive Fehlerkultur aus dem Wissen, dass Fehler nützlich und hilfreich beim Wissenserwerb sein können, resultiert. Fehler sollten in dieser Phase keine negativen Konsequenzen nach sich ziehen, die einen positiven und verstehenden Fehlerumgang behindern könnten.

Die Subforschungsfrage „Welchen Stellenwert nimmt die Thematik in der Ausbildung zur Lehrkraft ein?“ kann wie folgt beantwortet werden:

Die gegenständliche Forschung hat ergeben, dass die Thematik zwar einen recht geringen Stellenwert bei der Ausbildung einnimmt, jedoch merklich in den letzten Jahren ein vermehrter Fokus auf den Umgang mit Fehlern gesetzt wurde. Trotzdem gibt es hier noch starken Aufholbedarf. Vor allem die Diagnose von Fehlermustern und -ursachen, welche für die korrekte Weiterarbeit mit dem gemachten Fehler, aber auch für die weitere Entwicklung der differenzierenden Unterrichtsvorbereitung von enormer Wichtigkeit ist, wird in der Ausbildung noch stark vernachlässigt. Auch Fort- und Weiterbildungen zum konkreten Umgang mit Fehlern sind noch rar gesät. Diese Ergebnisse spiegeln sich auch in anderen Forschungen wider. Cerny (2013) fordert beispielsweise ebenfalls eine vermehrte Fokussierung der Lehrerinnen- und Lehrerausbildung auf dieses wesentliche Thema. Auch Flückinger (2006) spricht sich für ein verstärktes Aufgreifen der theoretischen Grundlagen bereits während der Ausbildung von Lehrkräften aus, da nur so eine entsprechende Umsetzung in der Praxis möglich ist.

Zusammenfassend kann also gesagt werden, dass die Bedeutung des Fehlers für eine nachhaltige Lernförderung, eine kompetente und tiefgreifende Analyse und Diagnose von Fehlern sowie darauf aufbauend ein lernförderlicher Umgang mit konkreten Fehlersituationen stärker in die Ausbildung zur Lehrkraft aufgenommen werden sollten, damit das Potenzial von Fehlern in der Unterrichtspraxis voll ausgeschöpft werden kann.

8.7 Resümee

Das gegenständliche Kapitel befasst sich mit der Auswertung der qualitativen Forschung. Diese Ergebnisanalyse erfolgt nach Kategorien, welche zu Beginn jeder Auswertung näher definiert werden. Im Zuge dieser Ausarbeitung wird auf einige Fragen aus dem Interviewleitfaden gesondert eingegangen. Darauf folgt eine Interpretation und Analyse der gemachten Aussagen, wobei auch ein Bezug zur Theorieausarbeitung hergestellt wird. Abgeschlossen wird dieses Kapitel durch die Beantwortung der Forschungsfragen.

Das nächste und abschließende Kapitel beinhaltet nun eine resümierende Darstellung der wesentlichsten Erkenntnisse der Arbeit auf Grundlage der Forschungsfragen.

9 Schluss/Fazit

Das Ziel der vorliegenden Studie war zum einen herauszufinden, wie Fehler im Mathematikunterricht der Grundschule zur Entfaltung von nachhaltigen Lernprozessen genutzt werden können und zum anderen über welche diesbezüglichen Konzepte Lehrpersonen in der Unterrichtspraxis tatsächlich verfügen, also wie kompetent Lehrpersonen im Umgang mit Fehlern agieren. Dabei wird auch auf den Stellenwert der aktuellen Thematik bei der Ausbildung zur Grundschullehrerin bzw. zum Grundschullehrer eingegangen.

Fehler entstehen häufig durch den Aufbau falscher Verbindungen oder Verknüpfungen. Neue Lerninhalte werden erheblich nachhaltiger im Gedächtnis verankert, wenn die Verankerung der neuen Wissensstrukturen auf bereits vorhandenen Strukturen aufbaut. Dies gilt auch für bereits aufgebaute falsche Wissensstrukturen. Die Beschäftigung mit Fehlern kann also äußerst förderlich für das Generieren von Wissen sein. Dies setzt jedoch voraus, dass die falschen Denkmuster identifiziert, verstanden und damit verändert werden. Ein Lernen aus Fehlern kann demnach nur durch die konstruktive Bearbeitung des Fehlers stattfinden.

Ein wichtiger Aspekt dieser Wissensgenerierung aus Fehlern ist, dass sich die Überwindung von Hürden förderlich auf die Lernmotivation auswirken kann. Die Motivation hat erheblichen Einfluss auf den Lernprozess, da eine erhöhte Motivation auch die Bereitschaft für einen vermehrten Einsatz und Zeitaufwand, um das Ziel zu erreichen, steigert. Ein Fehler motiviert Neues auszuprobieren und regt zum Weiterlernen sowie zum Suchen und Entdecken von Zusammenhängen an. Mangelndes konzeptionelles Verständnis von mathematischen Sachverhalten und reines Auswendiglernen von Rechenoperationen erhöhen die Fehleranfälligkeit bei Rechen- und Problemlösungsvorgängen enorm. Um nachhaltige Lernprozesse anzuregen und die Schülerinnen und Schüler dazu zu befähigen, Gelerntes flexibel anzuwenden, ist ein konzeptuelles Verstehen von mathematischen Prinzipien und Strukturen unumgänglich. Dieses vertiefende, konzeptionelle Wissen ermöglicht es auch, Fehler selbstständig zu entdecken und zu korrigieren, da es Aufschluss darüber gibt, welche mathematischen Vorgehensweisen zulässig sind und welche nicht. Dies führt nicht nur zu einem motivierteren Lernen, sondern auch zu nachhaltigeren Lernprozessen.

Damit Fehler diesen Effekt entwickeln können, dürfen sie während des Lernprozesses keine negativen Folgen haben. Ob Fehler produktive Lerngelegenheiten beinhalten, liegt also zu einem beträchtlichen Teil an dem konkreten Umfeld in Fehlersituationen, also dem Umstand wie die Lehrperson und die Mitlernenden auf Fehler reagieren. Eine positive Fehlerkultur ist dementsprechend von besonderer Bedeutung. Diese beinhaltet einerseits ein Lernklima in

dem Fehler konstruktiv betrachtet werden und willkommen sind sowie andererseits die Lernorientierung, die einen individuellen systematischen und konstruktiven Umgang mit dem jeweiligen Fehler und somit auch die Ausschöpfung seines gesamten Potenzials enthält. Dabei ist jedoch zu beachten, dass ein positives Lernklima nicht die völlige Abwesenheit von negativen Emotionen, wie Ärger oder Scham über einen gemachten Fehler bedeutet, da diese Emotionen durchaus ihren berechtigten Stellenwert im Lernen aus Fehlern einnehmen. Ohne negative Emotionen ist das Ziel, dass Lernende einen inneren Anspruch entwickeln das Richtige zu tun, nur schwer zu erreichen.

Solch eine positive Fehlerkultur benötigt eine klare Trennung von Lern- und Leistungssituationen. Diese Trennung findet in der Praxis nur bedingt statt. Die Mehrheit der befragten Lehrkräfte gab an, dass ausnahmslos alle Leistungen des Kindes in die Note integriert werden. Die restlichen Befragten nehmen die Erarbeitung von neuem Wissen nicht in die Benotung auf, da Fehler als nützlich für die ganze Klasse angesehen werden.

Wie kann so eine lernförderliche Nutzung des Fehlers im Mathematikunterricht der Grundschule nun aber konkret aussehen? Die Grundlage für eine derartige Nutzung ist die kompetente Diagnose des Fehlers, insbesondere von Fehlermuster und -ursache. Damit dies möglich ist, müssen Lehrpersonen jedoch über ausreichend Diagnosekompetenzen sowie über ein umfangreiches Wissen verschiedener Fehlerarten verfügen. So sind beispielsweise fast 80% der Fehler bei schriftlichen Rechenverfahren systematische Fehler, also Fehler die auf sinnvollen, aber fehlerhaften Vorstellungen beruhen. Sie eignen sich ideal für eine produktive Weiterarbeit zur Lernförderung.

Eine kompetente Fehlerdiagnose ermöglicht es Lehrkräfte darüber hinaus individuelle Lernstände aller Kinder wahrzunehmen und auf Basis dieses Wissen den weiteren Unterrichtsverlauf differenziert und individualisiert zu gestalten. Auf dieser Grundlage kann der Fehler auf Seiten von Lehrenden und Lernenden großes Potenzial zur Lernförderung entfalten.

Die Analyse der gegenständlichen Forschungsergebnisse zeigte auf, dass Lehrkräfte einen äußerst reflektierten und kompetenten Zugang zur Arbeit mit Fehlern aufwiesen. Diese Kompetenzen wurden zu einem großen Teil durch autodidaktische Weiterbildung und langjährige Berufserfahrung erworben. Den Lehrkräften ist die Bedeutung des Fehlers beim nachhaltigen Generieren von Lernprozessen vollkommen bewusst.

Die genannten Ergebnisse zeigen Parallelen zu den Forschungsergebnissen von Cerny (2013), welche die Hypothese aufstellte, dass Lehrpersonen einen äußerst reflektierten und kompetenten Umgang mit Fehlern aufweisen. Allerdings ergab diese Untersuchung, dass Lehrperso-

nen trotz dieser kompetenten Handlungsmuster im Umgang mit Fehlern kaum über theoretisch fundiertes Wissen diesbezüglich verfügen. Dem muss an dieser Stelle widersprochen werden. Im Gegensatz zu der Untersuchung von Cerny (ebd.) ergab die gegenständliche Forschung, dass Lehrpersonen nicht nur auf während ihrer Berufspraxis erlangte Erfahrungen zurückgreifen, sondern sich durch stetige, großteils autodidaktische Weiterbildung einiges an Wissen zum Umgang mit Fehlern angeeignet haben. Darüber hinaus ist den Lehrkräften bewusst, dass eine ständige Reflexion und Weiterbildung notwendig sind, um dem Fehler als Lernchance gerecht zu werden.

Die Handlungskonzepte im Umgang mit Fehlern der Lehrpersonen stimmen dabei vielfach mit jenen überein, die in der Literatur als besonders förderlich empfohlen werden.

Cerny (ebd.) verwies weiters auf die mangelnde Integrierung der gegenständlichen Thematik in die Ausbildung zur Grundschullehrkraft. Auch dieser Aussage schließt sich die aktuelle Arbeit an. Die gegenständliche Forschung ergab, dass der Fehler und sein Potenzial zur Lernförderung einen zu geringen Anteil in der Ausbildung zur Grundschulpädagogin bzw. zum Grundschulpädagogen einnehmen, obwohl diesbezüglich in den letzten Jahren eindeutige Verbesserungen wahrzunehmen sind. Trotzdem herrscht noch enormer Verbesserungsbedarf und wäre eine vermehrte Aufnahme des lernförderlichen Umgangs mit Fehlern in die Ausbildung zur Grundschullehrkraft wünschenswert.

Ein Aspekt, der in der Literatur kaum Erwähnung findet, den jedoch die Lehrpersonen häufig nannten ist die Elternbildung. Viele Lehrpersonen betonten den Einfluss der Einstellung der Eltern zum Machen von Fehlern auf die Fehlerkultur und das Arbeiten mit dem Fehler in der Klasse. Um ausreichend fundierte Erkenntnisse zu erlangen, inwieweit sich die Sicht auf Fehler der Eltern auf die Fehlerkultur in der Klasse und das Lernen aus Fehlern auswirkt, wären demnach weitere Untersuchungen anzuregen.

10 Literaturverzeichnis

- Ambrus, G., & Kinga, S. (20. 4 2016). *Fehleranalyse beim Lösen von offenen Aufgaben Ergebnisse einer.* Von Researchgate: <https://www.researchgate.net/publication/305922250> abgerufen
- Beyoglu, G., & Kötterheinrich, J. (2010). *Entwicklung und Erprobung von Lernmaterial für Studierende zum Thema: Schriftliche Addition.* Dortmund: TU Dortmund.
- BIFIE – Bundesinstitut für Bildungsforschung, I. &. (27. 7 2020). www.bifie.at/. Von <https://www.bifie.at/> abgerufen
- Bildungsministerium für Bildung, W. u. (11 2005). *Lerhplan der Volksschule - Zweiter Teil - Allgemeine Bestimmungen.* Von www.bmbwf.gv.at: https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/schulpraxis/lp/lp_vs.html abgerufen
- Bildungsstandards Mathematik. (2010). *Themenheft Mathematik "Kommunizieren".* Graz: Leykam.
- Bildungsstandards Mathematik. (2011). *Praxishandbuch für "Mathematik" 4. Schulstufe - Bildungsstandards - für höchste Qualität an Österreichs Schulen Information für Lehrer/innen.* (K. u. Bundesministerium für Unterricht, Hrsg.) Graz: Leykam.
- Bildungsstandards Mathematik. (2012). *Themenheft Mathematik "Modellieren".* (K. u. Bundesministerium für Unterricht, Hrsg.) Graz: Leykam.
- Bildungsstandards Mathematik. (2013). *Themenheft Mathematik „Problemlösen“ - Bildungsstandards – für höchste Qualität an Österreichs Schulen.* Graz: Leykam.
- Bildungsstandards Mathematik. (2015). *Themenheft Mathematik "Operieren" - Bildungsstandards für höchste Qualität an Österreichs Schulen.* Graz: Leykam.
- Blanck, B. (1 2006). Entwicklung einer Fehleraufsuchdidaktik und Erwägungsorientierung – unter Berücksichtigung von Beispielen aus der Grundschule. *Schweizerische Zeitschrift Bildungswissen*, S. 63-86.
- BMBWF. (06.. 07. 2016). *Über das Lernen.* Von https://www.sqa.at/pluginfile.php/806/course/section/352/%C3%9Cber%20das%20Lernen_20160706.pdf abgerufen
- Bueler, U. (2000). *In der Klasse stehen - Eine Untersuchung zur ninverbalen Kommunikation der Lehrperson, wenn eine Schülerin oder ein Schüler im schulischen Unterricht einen Fehler macht.* Schweiz: Universität Freiburg.

- Bundesministerium für Bildung Wissenschaft und Forschung. (06 2003). *Lehrplan der Volksschule - Siebenter Teil - Bildungs- und Lehraufgaben sowie Lehrstoff und didaktische Grundsätze der Pflichtgegenstände der*. Von www.bmbwf.gv.at:https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/schulpraxis/lp/lp_vs.html abgerufen
- Bundesministerium für Bildung, W. u. (11 2005). *Lehrplan der Volksschule - Erster Teil - Allgemeines Bildungsziel*. Von www.bmbwf.gv.at:https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/schulpraxis/lp/lp_vs.html abgerufen
- Bundesministerium für Digitalisierung & Wirtschaft. (27. 7 2020). www.ris.bka.gv.at. Von <https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=20006166> abgerufen
- Butterfield, B., & Metcalfe, J. (2006). *The Correction of Errors Committed with High Confidence*. New York: Columbia University.
- Cerny, M. (2013). *Fehler als Lernchance? Eine Problemanalyse anhand einer Befragung von Grundschulpädagoginnen und Grundschulpädagogen*. Krems: Donau-Universität Krems.
- Chott, P. (3 1999). Ansätze zur Förderung einer Fehlerkultur - Lernförderung in der Schule durch Fehlerprophylaxe und Fehlermanagement. *PädForum*, S. 238-248.
- Covington, M. (2004). Self-worth theory goes to college or Do our motivation theories motivate? In D. McInerney, & S. Van Etten, *Big Theories Revisited* (S. 91-114). Connecticut: Information Age Publishing.
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik. (30. 7 2020). *KIRA - Kinder rechnen anders*. Von <https://kira.dzlm.de/node/197> abgerufen
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik. (30. 7 2020). www.kira.dzlm.de. Von <https://kira.dzlm.de/node/198> abgerufen
- Ehrle, M. (2019). *Fehler machen erwünscht! Produktiver Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht*. Zürich: Pädagogische Hochschule Zürich.
- Fast, M., Koth, M., Laimer, G., Langer, R., Nösterer, F., Platzgummer, F., & Repolusk, E. (2010). *Bildungsstandards Mathematik - Unterrichtsvideos und Begleitmaterialien*. Wien: Kirchliche Pädagogische Hochschule Wien/Krems.
- Flückinger, A. (28. 1 2006). Formation au travail de l'erreur et didactique des mathématiques. *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften*, S. 43-61.

- Gaidoschik, M. (10. 2011). *das Recheninstitut*. Von recheninstitut.at/wp-content/uploads/2011/10/schriftliche-diviosn-VS-3.pdf abgerufen
- Gaidoschik, M. (10. 2011). *das Recheninstitut*. Von recheninstitut.at/wp-content/uploads/2011/10/schriftliche-diviosn-VS-4.pdf abgerufen
- Geering, P. (1995). Aus Fehlern lernen im Mathematikunterricht. *Eigenständig lernen*, S. 59-70.
- Gerster, H.-D. (1982). *Schülerfehler bei schriftlichen Rechenverfahren - Diagnose und Therapie*. Freiburg: Herder .
- Götze, D. (2008). „Lasst uns eine Mathekonferenz machen!“ Kommunikation unter Lernenden anregen, um Lösungswege anderer zu verstehen. *Praxis Mathematik - Heft 50*, S. 9-14.
- Götze, D., Zannetin, E., & Selter, C. (2019). *Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders - Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht*. Hannover: Kallmeyer in Verbindung mit Klett Friedrich Verlag GmbH.
- Götze, D., Zannetin, E., & Selter, C. (2019). *Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders - Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht*. Hannover: Kallmeyer in Verbindung mit Klett Friedrich Verlag GmbH.
- Hammerer, F. (2005). Der Fehler - eine pädagogische Schlüsselsituation und Herausforderung. In R. Fischer, & P. Heitkämper, *Montessori-Pädagogik - aktuelle und internationale Entwicklungen* (S. 367-382). Münster: Lit Verlag.
- Hartinger, A. (Oktober 1997). Aus Fehlern wird man klug - nur wie? *Grundschule*, S. 29-30.
- Hattie, J. (2014). *Visible Learning for Teachers - Maximizing impact on learning*. London New York: Taylor & Francis Ltd.
- Heinze, A. (3 2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. (G. f. Mathematik, Hrsg.) *Journal für Mathematik-Didaktik*, S. 221-244.
- Helmke, A. (2015). *Unterrichtsqualität und Lehrerprofessionalität: Diagnose, Evaluation und Verbesserung des Unterrichts*. Seelze-Velber: Klett Kallmeyer.
- Käser, U. (2011). Fehler begehen - Mathematik verstehen. In M. Helmerich, K. Lengnink, G. Nickel , & M. Rathgeb, *Mathematik verstehen - philosophische und Didaktische Perspektiven* (S. 167-179). Wiesbaden: Vieweg + Teubner Verlag .
- Krauthausen, G., & Scherer, P. (2003). *Einführung in die Mathematikdidaktik*. Heidelberg Berlin: Spektrum Akademischer Verlag GmbH.

- Laschkowski, W. (2004). Diagnostik. In B. Ganser, *Rechenstörungen - Hilfen für Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen der Mathematik* (S. 32-84). Donauwörth: Auer Verlag GmbH.
- Leuders, T., Hußmann, S., & Prediger, S. (Juni 2007). Schülerleistungen verstehen - Diagnose im Alltag. *Praxis Mathematik*, S. 1-8.
- Levorato, M., & Donativ, V. (23. 4 1999). Conceptual and LEXical Knowledge of Shame in Italian Children and Adolescents. *International Journal of Behavioral Development*, S. 873-897.
- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse : Grundlagen und Techniken*. Weinheim: Beltz.
- Müller, A. (1 2003). Fehlertypen und Fehlerquellen beim Physiklernen. Was weiß die Denkpsychologie? *Praxis der Naturwissenschaften - Physik in der Schule* , S. 11-18.
- Oser, F. (1994). Ist Fehler machen erlaubt? Zu einer Theorie des gesteuerten Irrtums. In H. Rothbucher, *Grenzen erfahren, Räume schaffen* (S. 26-45). Salzburg-Mayrwies: Druckerei Roser.
- Oser, F., & Spychiger, M. (2005). *Lernen ist schmerzhaft - Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur*. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.
- Oser, F., Hascher, T., & Spychiger , M. (1 1999). Lernen aus Fehlern - Zur Psychologie des "negativen Wissens". *Fehlerwelten: Vom Fehler machen und Lernen aus FEhlern*, S. 11-41.
- Pädagogische Hochschule Freiburg. (17. 09 2020). www.quasus.ph-freiburg.de. Von <https://quasus.ph-freiburg.de/3-die-qualitative-inhaltsanalyse-nach-mayring/>: <https://quasus.ph-freiburg.de/3-die-qualitative-inhaltsanalyse-nach-mayring/> abgerufen
- Padberg, F. (2002). *Didaktik der Bruchrechnung*. Heidelberg: Spektrum-Verlag.
- Padberg, F., & Christiane , B. (2011). *Didaktik der Arithmetik - Für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung*. München: Spektrum Akademischer Verlag.
- Prediger, S., & Wittman, G. (27. Juni 2009). Aus Fehlern lernen - (wie) ist das möglich? *Praxis der Mathematik in der Schule*, S. 1-8.
- Radatz, H. (1980). *Fehleranalysen im Mathematikunterricht*. Braunschweig: Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft m.b.H.

- Radatz, H., Schipper, W., Ebeling, A., & Dröge, R. (1999). *Handbuch für den Mathematikunterricht 3. Schuljahr - Anregungen zur Unterrichtspraxis*. Hannover: Schroedel.
- Rathgeb-Schnierer, E. (2006). *Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen. Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze*. Hildesheim: Franzbecker Verlag.
- Rollet, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur - Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof, *Fehlerwelten - Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern* (S. 766-933). Opladen: Leske+Budrich.
- Schlegel, H. (2004). Dynamische Entwicklung von Rechenstörungen. In B. Ganser, *Rechenstörungen - Hilfen für Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen der Mathematik* (S. 2632). Donauwörth: Auer Verlag GmbH.
- Schöberl, K. (2013). *Meine Fehler - meine Lernchance?! Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht*. Wien: Universität Wien+.
- Schöneberg, D. (26. Juli 2017). *Warum Schüler nicht aus ihren Fehlern lernen können*. Von Bildungslücken: <https://bildungsluecken.net/> abgerufen
- Schoy-Lutz, M. (2005). *Fehlerkultur im Mathematikunterricht - Theoretische Grundlegung und evaluierte unterrichtspraktische Erprobung anhand der Unterrichtseinheit "Einführung in die Satzgruppe des Pythagoras"*. Hildesheim Berlin: Franzbecker Verlag.
- Schuhmacher, R. (2008). Der produktive Umgang mit Fehlern - Fehler als Lerngelegenheit und Orientierungshilfe . In R. Caspary, *Nur wer Fehler macht, kommt weiter - Wege zu einer neuen Lernkultur* (S. 49-72). Freiburg: Herder GmbH.
- Selter, C. (10. 2009). *Kinder rechnen anders*. Von PIKAS: https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_9_-_Leistungen_wahrnehmen/IM/Informationstexte/Kinder_rechnen_anders.pdf abgerufen
- Selter, C. (03. 2010). *Kinder denken anders*. Von PIKAS: https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_9_-_Leistungen_wahrnehmen/IM/Informationstexte/Haus9_Kinder_denken_anders.pdf abgerufen
- Selter, C. (2010). *Mit Fehlern muss gerechnet werden*. Von PIKAS: https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_9_-_

- _Leistungen_wahrnehmen/IM/Informationstexte/Haus9_Mit_Fehlern_rechnen.pdf
abgerufen
- Selter, C. (07. 2010). *Zunehmende Mathematisierung – das Ich-Du-Wir-Prinzip*. Von PIKAS.
abgerufen
- Selter, C. (03. 08 2020). PIKAS. Von <https://pikas.dzlm.de/material-pik/ergiebig-leistungsfeststellung/haus-9-unterrichts-material/leistungen-wahrnehmen-%E2%80%93-0> abgerufen
- Selter, C., & Spiegel, H. (1997). *Wie Kinder rechnen*. Leipzig: Klett Verlag.
- Siegler, R. (2002). Microgenetic studies of self-explanation. In N. Granott, & J. Parziale, *Microdevelopment. Transition rocesses in Delevopment and Learning* (S. 31-58). Cambridge: Cambridge University Press.
- Spiegel, H., & Selter, C. (2018). *Kinder & Mathematik - Was Erwachsene wissen sollten*. Seelze: Kallmeyer.
- Spychiger, M., Oser, F., & Hascher, T. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. *Fehlerwelten - Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern*, S. 447-765.
- Spychiger, M. (2004). Bitter, edel oder leicht? Ausführungen zum biografischen Lernen aus Fehlern. *Lernen aus Fehlern in Schule und Lebenslauf*. Zürich: Jahreskongress der DGfE, SGBF, SGL und ÖFEB. Von http://geonext.uni-bayreuth.de/fileadmin/MaterialienDB/111/AG43_Spychiger.pdf abgerufen
- Spychiger, M. (2010). Fehlerkultur und Reflexionsdidaktik. In E. Jürgens, & J. Standop, *Was ist "guter Unterricht"? Namhafte Expertinnen und Experten geben Antwort* (S. 14-15). Düsseldorf: Julius Klinkhardt.
- Spychiger, M. (2012). Instrumentalpädagogischer Zugriff im Umgang mit Fehlern, Fehlerkultur, in konstruktivistischen Lernprozessen. In S. Kruse-Weber, *Exzellenz durch differenzierten Umgang mit Fehlern - Kreative Potenziale beim Musizieren und Unterrichten* (S. 49-70). Mainz: Schott Music GmbH & Co.KG.
- Spychiger, M., Kuster, R., & Oser, F. (1 2006). Dimensionen von Fehlerkultur in der Schule und deren Messung - Der Schülerfragebogen zur Fehlerkultur im Unterricht für Mittel- und Oberstufe. *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften*, S. 87-110.
- Sundermann, B., & Selter, C. (2006). *Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co.KG.

- Tenbergen, L., & Transchel, S. (2010). *Entwicklung und Erprobung von Lernmaterialien für Studierende zum Thema "Schriftliche Addition"*. Dortmund: TU Dortmund.
- Wagner, H.-J. (2003). Rechnen mit der Null. In A. Fritz, G. Ricken, & S. Schmidt, *Rechenschwäche - Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie* (S. 238-248). Weinheim - Basel - Berlin: Beltz.
- Walther, G., van den Heuvel-Panhuizen, M., Granzer, D., & Köller, O. (2011). *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret*. Berlin: Conelsen Verlag Scriptor GmbH.
- Wartha, S., & Wittman, G. (2009). Lernschwierigkeiten im Bereich der Bruchrechnung und des Bruchzahlenbegriffs. *Fördernder Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I*, S. 73-107.
- Weinert, F. (1999). *Konzepte der Kompetenz*. Paris: OECD.
- Weingart, M. (2004). *Fehler zeichnen uns aus - Transdisziplinäre Grundlagen zur Theorie und Produktivität des Fehlers in Schule und Arbeitswelt*. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.
- Wurzrainer, A., & Waibler, E. (2016). *Motivierte Kinder - authentische Lehrpersonen*. Weinheim und Basel: Beltz Juventa.
- Wuttke, E., Seifried, J., & Mindnich, A. (2008). Umgang mit Fehlern und Ungewissheit im Unterricht - Entwicklung eines Beobachtungsinstruments und erste empirische Befunde. *Lehrerexpertise - Analyse und Bedeutung unterrichtlichen Handelns*, S. 91-111.
- Zöchlinger, B. (2011). Kompetenzorientierter Unterricht - Volksschule - Mathematik. In *Bildungsstandards Mathematik, Kompetenzorientierter Unterricht in Theorie und Praxis* (S. 29-47). Graz: Leykam.

Eigenständigkeitserklärung

„Ich erkläre, dass ich die vorliegende Masterarbeit selbst verfasst habe und dass ich dazu keine anderen als die angeführten Hilfsmittel verwendet habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten Publikationen entnommen sind, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form weder im In- noch im Ausland in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt.“