

BACHELORARBEIT/BACHELOR THESIS

Naturwissenschaftsbezogene Fermi-Aufgaben und
deren Einsatz in der Begabungsförderung Mathematik
in der Grundstufe 2

eingereicht von/submitted by

Anne Elena Tiefenbacher

zur Erlangung des akademischen Grades/in partial fulfilment of the
requirements for the degree of

Bachelor of Education (BEd)

Wien, April 2021/Vienna, April 2021

Matrikelnummer/Student number:

4178 0442

Studienrichtung/Degree programme:

Lehramt im Bereich der Primarstufe

Betreuung/Supervisor:

Mag. Dr. Christian Nosko

Kurzzusammenfassung

Diese Literaturarbeit, mit Einbeziehung der selbstständigen Erstellung einer Fragestellung, behandelt Fermi-Aufgaben, Möglichkeiten, die diese im Bereich der Begabungsförderung Mathematik mit sich bringen und wie jene fächerübergreifend eingesetzt werden können.

Der Vorgang der Ergebnisfindung von Fermi-Problemen findet mit Hilfe von Schätzungen, Messungen und der Einbeziehung von Alltagswissen statt, um lösungsrelevante fehlende Informationen zu sammeln. Ziel der Aufgaben ist es nicht, exakte Lösungen zu finden, sondern sich durch divergentes Denken dem Ergebnis möglichst genau anzunähern.

Eine Möglichkeit mathematisch begabte Schüler*innen zu fördern ist die Stellung von Fermi-Aufgaben als Enrichmentmaßnahme, mit welcher Lerninhalte, durch einen erhöhten Schwierigkeitsgrad der Aufgabenstellung, vertieft werden.

In dieser Arbeit wird die Kompatibilität zwischen Naturwissenschaften und Mathematik bezüglich fächerübergreifenden Unterrichts thematisiert. Fermi-Aufgaben können durch die Wahl der Aufgabenstellung die Anforderungen interdisziplinären Unterrichts erfüllen.

Im letzten Kapitel dieser Arbeit wird eine Fermi-Aufgabe, inklusive möglicher Lösungswege und Anwendungsmöglichkeiten in einer Klasse, vorgestellt.

Summary

This paper will discuss Fermi-exercises, opportunities to support mathematically gifted children and how a multidisciplinary approach can be implemented in class. It will do so by, among other methods, using a question formulated by the author.

The process of finding answers to Fermi-exercises includes estimates, measurements and common knowledge, with the aim of finding essential missing information. The goal of these exercises is not to find an exact answer, but to approach the solution as accurately as possible through divergent thinking.

A possibility to support mathematically gifted children is the usage of Fermi-exercises as an “enrichment method”, through which knowledge can be deepened by increasing the difficulty of the exercises.

The compatibility between mathematics and sciences is subject of discussion in this paper, especially regarding multidisciplinary lessons. By choosing the right task, a Fermi-exercise can fulfil the requirements of multidisciplinary classes.

The last chapter of this paper will present a Fermi-exercise including different solution approaches and how they can be utilised in class.

Vorwort

Die Thematik der Begabungsförderung im Unterrichtsfach Mathematik hat für mich selbst eine große Bedeutung. Schon seit der Volksschule bin ich mathematisch sehr interessiert und baue daher mein Wissen durch mein Zweitstudium an der Universität Wien im Bachelor Mathematik aus.

Die Frage danach, wie Schüler*innen in der Volksschule gefördert werden können, ohne den Klassenverband dabei verlassen zu müssen, lies mich schnell nicht mehr los. Weiters habe ich mich gefragt, ob es Möglichkeiten gibt, Mathematik fächerübergreifend anzubieten, um die Motivation der Schüler*innen zu erhöhen. Um diese Fragen zu beantworten, entschloss ich mich, diese Arbeit der Begabungsförderung im Unterrichtsfach Mathematik, fächerübergreifend mit dem naturwissenschaftlichen Sachunterricht mit Fokus auf Fermi-Aufgaben zu widmen.

An dieser Stelle möchte ich besonderen Dank an Mag. Dr. Christian Nosko aussprechen, der auch außerhalb der vorgeschriebenen Stunden Zeit und Gedanken in diese Arbeit investierte. Die Zusammenarbeit mit ihm war äußerst lehrreich und funktionierte ausgezeichnet. Weiters möchte ich meiner Familie danken, die mich tatkräftig beim Schreiben der Arbeit unterstützte.

Wien, im April, 2020 Anne Tiefenbacher

Inhaltsverzeichnis

1	THEMENAUFRISS UND ZIELSTELLUNGEN.....	9
2	FERMI-AUFGABEN	11
2.1	Einleitung.....	11
2.2	Was sind Fermi-Aufgaben?	11
2.3	Enrico Fermi.....	12
2.4	Das Potential von Fermi-Aufgaben in der Volksschule	13
2.4.1	Modellieren	13
2.4.2	Kommunizieren.....	14
2.4.3	Fragestellungen von Fermi-Aufgaben.....	15
2.4.4	Notwendige Rechengänge für Fermi-Aufgaben	15
2.4.5	Alltagskompetenzen	16
2.5	Klassifizierungsmöglichkeiten für Fermi-Aufgaben.....	17
2.5.1	Boesten	17
2.5.2	Greefrath	18
2.5.3	Büchter et al.	19
2.6	Umsetzungsmöglichkeiten von Fermi-Aufgaben im Unterricht der Primarstufe	19
2.6.1	Sozialform	20
2.6.2	Unterrichtsmethoden	20
2.7	Die Durchführung einer Fermi-Aufgabe.....	21
2.8	Resümee	23
3	MATHEMATISCHE BEGABUNG IN DER PRIMARSTUFE.....	24
3.1	Einleitung.....	24
3.2	Mathematik in der Primarstufe.....	24
3.3	Begriffsklärung	25
3.3.1	Hochbegabung.....	25
3.3.2	Begabung	26

3.4	Alltagsdenken und mathematisches Denken	26
3.4.1	Mathematisches Denken	26
3.4.2	Der Zusammenhang zwischen Alltagsdenken und mathematischen Denken	27
3.5	Wieso begabte Kinder gefördert werden sollen	28
3.6	Arten der Förderung.....	30
3.6.1	Enrichment	30
3.6.2	Akzeleration	31
3.6.3	Spezialschulen und -klassen	31
3.7	Die Problemlösekompetenz von mathematisch begabten Kindern.....	31
3.8	Resümee	32
4	NATURWISSENSCHAFTEN FÄCHERÜBERGREIFEND UNTERRICHTEN	33
4.1	Einleitung.....	33
4.2	Vorteile eines fächerübergreifenden Unterrichts	33
4.3	Möglichkeiten fächerübergreifenden Unterrichts	35
4.4	Fächerübergreifender Unterricht in der Praxis	36
4.5	Gründe für fächerübergreifenden naturwissenschaftlichen Unterricht.....	37
4.6	Zusammenhänge der Mathematik und der Naturwissenschaften	38
4.7	Arbeitsmethoden im naturwissenschaftlichen Sachunterricht.....	39
4.7.1	Beobachten.....	40
4.7.2	Beschreiben	40
4.7.3	Ordnen, Vergleichen, Messen	40
4.7.4	Vermuten.....	41
4.7.5	Experimentieren	41
4.7.6	Dokumentieren.....	42
4.7.7	Argumentieren, Diskutieren und Problemlösen	42
4.7.8	Schülervorstellungen	42
4.8	Resümee	43
5	FERMI-AUFGABEN ERSTELLEN	44
5.1	Einleitung.....	44
5.2	Begründung für die Erstellung der Fermi-Aufgabe	44

5.3	Themenfindung	47
5.3.1	Themenfindung der eigenen Aufgabe	47
5.4	Formulierung der Aufgabe	48
5.4.1	Formulierung der eigenen Aufgabe	48
5.5	Abschätzung des Vorwissens der Schüler*innen	50
5.5.1	Abschätzung des Vorwissen bezüglich der eigenen Aufgabe	50
5.6	Selbst die Aufgabe durchführen	51
5.6.1	Durchführung der eigenen Aufgabe	51
5.7	Schwierigkeitsgrad ermitteln	54
5.8	Schüler*innen in den Lösungsprozess miteinbeziehen	54
5.9	Analogieaufgaben	54
5.9.1	Analogieaufgaben bezüglich der eigene Aufgabe	54
5.10	Kompetenzen die durch die Aufgabe gefördert werden	55
5.10.1	Allgemeine mathematische Kompetenzen	56
5.10.2	Inhaltliche mathematische Kompetenzen	58
5.11	Resümee	59
6	SCHLUSS/FAZIT	60
7	LITERATURVERZEICHNIS	62
8	EIGENSTÄNDIGKEITSERKLÄRUNG	64

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 Modellierungskreislauf.....	13
Abbildung 2 Fermi-Aufgabe Riesenfußball.....	22
Abbildung 3 Die Facetten mathematischen Denkens	27
Abbildung 4 Fächerübergreifender Unterricht Mindmap.....	36
Abbildung 5 Beobachten mit Hilfe aller Sinne.....	40
Abbildung 6 Aufgabenkarte Vorderseite	49
Abbildung 7 Aufgabenkarte Rückseite	50
Abbildung 8 Kompetenzbereiche der Bildungsstandards Mathematik Volksschule	56

1 Themenaufriß und Zielstellungen

Das allgemeine Bildungsziel des österreichischen Lehrplans beschreibt den Bildungsauftrag von Volksschullehrer*innen, jedes Kind individuell zu fördern. Weiters wird festgehalten, dass hierbei die Bildungsamkeit der Schüler*innen im Vordergrund steht und jedem Kind eine kontinuierliche Lernentwicklung ermöglicht werden soll (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2012, S. 10).

Das Rundschreiben 25/2017, welches Bezug auf die Begabungs- und Begabtenförderung nimmt, beschreibt die gezielte Förderung von Schüler*innen mit hoher Leistungsfähigkeit und -bereitschaft. Begabungsförderung wird dabei als wichtiges Bildungsanliegen für das österreichische Bildungssystem bezeichnet (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2017).

Trotz dieser Bedeutung der Begabungs- und Begabtenförderung in der Grundschule, ist die Forschungsaktivität in diesem Bereich gering. Zwar erscheint in der Fachdidaktik eine Vielzahl an Forschungsarbeiten zu dieser Thematik, diese sind jedoch kaum institutionell verankert. An den Pädagogischen Hochschulen in Österreich gibt es kaum Angebote zur Begabungsförderung in der Primarstufe. So gibt es etwa keinen Schwerpunkt, welcher Studierenden ermöglicht, sich in diesem Bereich zu vertiefen. Forschungsarbeiten zu den Problemstellungen Begabungsförderung unter dem Gesamtsystem Schule sowie zu der Entwicklung einer Evaluationsmöglichkeit der Begabung für Kinder aus sozial- und ökonomisch benachteiligten Gruppen sind kaum vorhanden. Im Vergleich zu den existierenden Begabungsförderungsangeboten gibt es zu wenig Forschung zur Evaluation wie auch Ansätze zur Persönlichkeitsforschung und der Frage nach einer adäquaten Beratung für begabte Kinder in Österreich (Weilguny et al., 2011, S. 59f.).

In dieser Arbeit wird eine Methode der Begabungsförderung für das Unterrichtsfach Mathematik erläutert, welche eine Verbindung zum naturwissenschaftlichen Sachunterricht herstellt und dadurch die Vorteile des fächerübergreifenden Unterrichts aufzeigt. Die dabei vorgestellten begabungsfördernden Aufgaben, entwickelt für begabte Schüler*innen, sind Fermi-Aufgaben mit Bezug auf die Naturwissenschaften.

Die Forschungsfrage, die sich daraus ergibt, ist folgende:

Wie können naturwissenschaftsbezogene Fermi-Aufgaben im Unterrichtsfach Mathematik, mit dem Ziel der Begabungsförderung, eingesetzt werden?

Die Beantwortung dieser Fragen erfolgt in zwei Teilen. Zu Beginn werden mittels der literarisch hermeneutischen Methode die Begrifflichkeiten sowie grundlegende Kenntnisse über Fermi-

Aufgaben, Begabungsförderung und fächerübergreifenden Unterricht behandelt. Anschließend folgt der empirische Teil der Arbeit, in welchem eine Fermi-Aufgabe mit Bezug zu den Naturwissenschaften erstellt und vorgestellt wird. Diese wird analysiert und verschiedene Lösungswege werden gesammelt. Der Einsatz einer solchen Aufgabe, für die Förderung von mathematisch begabten Schüler*innen, wird begründet. Abschließend werden Kompetenzen, welche durch die Bearbeitung der Aufgabe erreicht werden können, erläutert.

2 Fermi-Aufgaben

2.1 Einleitung

In diesem Kapitel wird zu Beginn die Definition von Fermi-Aufgaben erläutert und woher diese ihren Namen erhalten haben. Im Anschluss wird das Potential, welches durch die Bearbeitung dieser Fragestellungen erreicht werden kann, thematisiert. Klassifizierungsmöglichkeiten sowie Umsetzungsmöglichkeiten im Unterricht folgen in den darauffolgenden Abschnitten. Zuletzt wird die Durchführung einer Fermi-Aufgabe anhand eines Beispiels verdeutlicht.

Fermi-Aufgaben werden in der Literatur auch als Fermi-Fragen beziehungsweise Fermi-Probleme bezeichnet, weswegen sie ebenso in dieser Arbeit äquivalent verwendet werden.

2.2 Was sind Fermi-Aufgaben?

Fermi-Aufgaben werden nach Greefrath (2010, S. 80) folgendermaßen definiert: „Fermi-Aufgaben sind im Prinzip unterbestimmte offene Aufgaben mit klarem Endzustand aber unklarem Anfangszustand sowie unklarer Transformation, bei denen die Datenbeschaffung – meist durch mehrfaches Schätzen – im Vordergrund steht.“

Fermi-Fragen behandeln in der Regel Problemstellungen aus dem Alltag. Die Angaben sind kurz und prägnant gehalten und werden ausschließlich mit Worten und damit ohne Zahlen verfasst. Auf den ersten Blick können Fermi-Aufgaben, aufgrund fehlender Informationen, willkürlich und unmöglich zu lösen wirken (Boesten, 2013, S. 6). Verdeutlicht wird dies durch das folgende Beispiel: „Wie oft schlägt ein Tennisspieler während eines Tennisspiels gegen den Ball?“ (Boesten, 2013, Aufgabe 25)

Bei der Bearbeitung einer Aufgabe stehen das sinnvolle Abschätzen sowie die Informationsbeschaffung im Vordergrund. Die gefundene Antwort kann nicht mit richtig oder falsch beschrieben werden, da es keine eindeutigen Lösungen für Fermi-Probleme gibt (Boesten, 2013, S. 6). Die Berechnung einer Aufgabe kann daher nicht abgeschlossen werden, jedoch kann die Annäherung an das Ergebnis exakter erfolgen, je intensiver sich mit der Frage beschäftigt wird (Boesten, 2013, S. 13).

2.3 Enrico Fermi

Enrico Fermi war ein italienischer Kernphysiker und Nobelpreisträger. Er war bekannt dafür, komplexe Themen und Fragestellungen auf das Wesentliche zu reduzieren und dadurch zu lösen (Greefrath, 2010, S. 80).

Enrico Fermi wurde 1901 in Rom geboren und verstarb im Jahr 1954 in Chicago. In seiner Zeit in Rom schrieb der Kernphysiker mehrere theoretische Arbeiten über die Quanten- und Festkörperphysik. Später, in den USA, änderte sich sein Forschungsgebiet. Er beteiligte sich an der Erforschung radioaktiver Kettenreaktionen, welche in Atombomben zum Einsatz kommen. Enrico Fermi wirkte also bei der Erschaffung dieser Massenvernichtungswaffe mit, sprach sich einige Jahre später jedoch entschieden gegen den Einsatz dieser aus.

Enrico Fermi ist der Namensgeber des sogenannten Femtometer, welcher einer Längeneinheit von 10^{-15} m entspricht. Weiters trägt das Fermion, das eine Familie von Elementarteilchen inklusive Elektronen und Neutrinos beschreibt, seinen Namen. Auch das Fermilab, ein Beschleunigungslabor in Chicago, wurde nach ihm benannt (Büchter et al., 2010, S. 3).

Der Physiker hat während seiner Tätigkeit als Professor an der Universität Chicago seinen Studierenden Probleme präsentiert, die auf den ersten Blick unmöglich zu lösen schienen. Die Beantwortung dieser komplexen Fragen war mit großem Aufwand verbunden. Enrico Fermi verfolgte daher die Idee, den Anspruch nach der Qualität des Ergebnisses zu reduzieren. Er verlangte von den Studierenden, sich mit der Fragestellung auseinanderzusetzen, jedoch keine eindeutige Lösung, sondern nur eine Annäherung an diese zu finden. Durch verschiedene Methoden, wie dem sinnvollen Schätzen, dem Recherchieren von Informationen und durch die geschickte Kombination dieser, konnten die Ergebnisse schnell gefunden werden. Enrico Fermi forderte keine exakten Informationen, sondern diese sollten nur dem Anspruch des Alltags entsprechen. Diese annähernd richtigen Resultate stoßen auch heute auf Akzeptanz, da viele Probleme des Alltags keine exakte Lösung zulassen, sondern nur die Abschätzung eines ungefähren Größenbereichs (Boesten, 2013, S. 7).

Die wohl berühmteste Frage, die Fermi seinen Physikstudierenden stellte, ist folgende: „Wie viele Klavierstimmer gibt es wohl in Chicago?“. (Boesten, 2013, S. 7) Bei dieser Aufgabenstellung liegen keine genauen Informationen vor. Um die annähernd richtige Lösung zu finden, müssen daher verschiedene Abschätzungen getroffen und Informationen gesammelt werden. Es ist notwendig, Annahmen über die Einwohner*innenzahl in Chicago zu treffen, wie viele Personen in einem Haushalt leben, wie viele Haushalte ein Klavier besitzen, wie häufig Klaviere gestimmt werden müssen, wie lange der Prozess des Stimmens dauert und wie groß das Arbeitspensum einer Klavierstimmerin/eines Klavierstimmers ist (Greefrath, 2010, S. 80f.).

2.4 Das Potential von Fermi-Aufgaben in der Volksschule

Fermi-Aufgaben werden im Unterricht eingesetzt, um einen Lernfortschritt bei den Schüler*innen zu bewirken, welcher sich nicht nur darin äußert, dass die Kinder sich neues Wissen aneignen, sondern auch neue Fähigkeiten entwickeln. Dieser Zuwachs an Können wird durch bestimmte Kompetenzen beschrieben, welche im Lehrplan verankert sind und weiters in den Bildungsstandards gefunden werden können. Der Kompetenzerwerb zielt darauf ab, Fähigkeiten zu erwerben, welche im späteren Berufsleben oder im Alltag zur Problemlösung eingesetzt werden können (Stern, 2010, S. 25).

2.4.1 Modellieren

Das Modellieren zählt zu der Komponente der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, welche in den Bildungsstandards des Bundesinstituts für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung festgehalten sind. Der Prozess des Modellierens geht von einer Sachsituation aus. Ziel ist es diese in ein mathematisches Modell zu übertragen, mit welchem anschließend weitergearbeitet werden kann. Um von einem Sachproblem zu einer zufriedenstellenden Lösung zu gelangen, bedarf es mehrerer Konstruktionsprozesse. Da diese hintereinander ausgeführt werden und in vielen Fällen öfters wiederholt werden müssen, lässt sich dieser Vorgang als Kreislauf darstellen (Bifie, 2011, S.9).

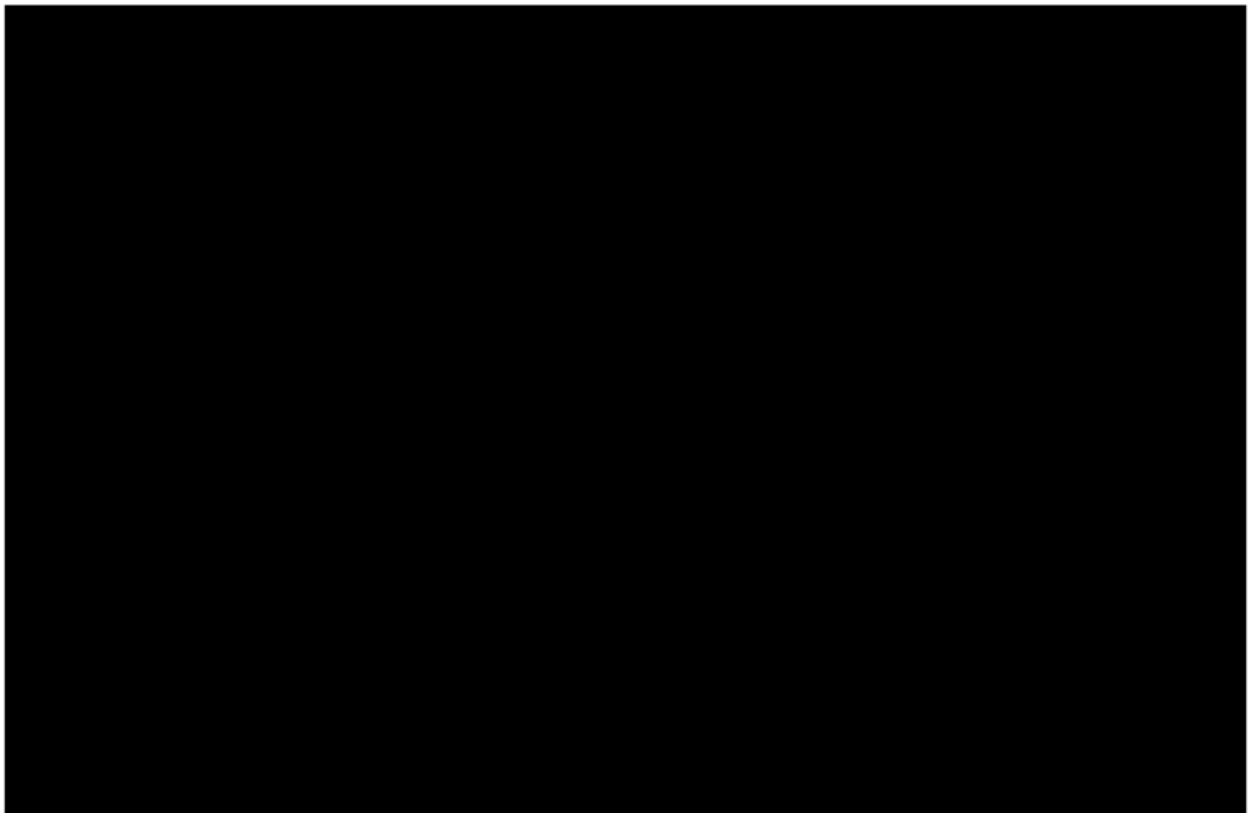


Abbildung 1 Modellierungskreislauf

Die einzelnen Schritte des zyklischen Prozesses der Modellierung eines Sachproblems, wie sie in Abbildung 1 (Bifie, 2011, S. 9) zu sehen sind, sind von den Schüler*innen grundsätzlich autonom zu lösen. Das Sachproblem stellt dabei eine reale oder fiktive Situation dar, welche aus der Erfahrungswelt der Kinder stammen soll. Unter Miteinbeziehung der Alltagserfahrungen kann durch individuelles Konstruieren ein Situationsmodell erstellt werden. Überflüssige Informationen werden in diesem Schritt durch gezieltes Abstrahieren herausgefiltert. Ausgehend von diesem Situationsmodell, welches die kindliche Interpretation des Sachproblems beschreibt, wird ein mathematisches Modell erstellt. Notwendig für diese Übertragung ist das Mathematisieren, welches den Vorgang beschreibt, mathematisch relevante Aspekte zu erkennen und diese in einem neuen Modell zusammenzufassen. Dieser Prozess wird durch Abstrahieren überflüssiger Informationen sowie das Idealisieren ermöglicht. Letztes beschreibt, relevante Inhalte hinzuzufügen beziehungsweise anzunehmen. Das Ausgangsproblem wird innerhalb des mathematischen Modells ausschließlich durch mathematische Zeichen wie Gleichungen oder Grafiken festgehalten. Durch die Verarbeitung der mathematischen Sachverhalte ist es möglich, zu einer Lösung zu gelangen. Abschließend muss das berechnete Ergebnis bezüglich des Sachproblems auf seine Plausibilität überprüft werden (Bifie, 2011, S.9).

Die Bearbeitung von Fermi-Aufgaben verlangt eben genannte Konstruktionsprozesse von den Schüler*innen. So wird durch die Auseinandersetzung mit diesen Problemstellungen das Augenmerk weg vom reinen Rechnen gelenkt. Vielmehr werden durch jene Sachprobleme die übrigen Konstruktionsprozesse des Modellierungskreislaufes, wie das Abstrahieren und Validieren, angeregt und gefördert (Greefrath, 2010, S. 81).

Durch Fermi-Aufgaben wird sowohl ein Bezug zu der Alltagswelt der Kinder hergestellt, wie auch zur Mathematik. Diese Relation animiert die Schüler*innen zu der Interpretation ihrer Rechenwege und Ergebnisse. Sie werden zum Nachdenken angeregt und überprüfen Lösungen auf ihre Glaubwürdigkeit in Bezug auf die reale Welt (Büchter et al., 2010, S. 6).

2.4.2 Kommunizieren

Das Kommunizieren zählt ebenfalls zu den allgemeinen mathematischen Kompetenzen. Durch den Einsatz von Fermi-Fragen wird eine Öffnung des Unterrichts ermöglicht. Die Schüler*innen bearbeiten die Aufgabe in Kleingruppen mit ihren Mitschüler*innen. Dieses kooperative Lernen beinhaltet intensive Diskussionen, in welchen die Plausibilität verschiedener Annahmen, Schätzungen und Zwischenergebnisse überprüft wird. Der Lernprozess erfolgt dabei aktiv und fördert die sozialen Kompetenzen der Schüler*innen. Durch die Bearbeitung von Fermi-Aufgaben werden daher den Kindern die drei Bereiche des Kommunizierens abverlangt:

- Der erste beschreibt eigene Gedanken sowie mögliche Lösungswege zu verbalisieren. Sachverhalte werden dabei auf unterschiedliche Weise dargestellt und ausführlich besprochen.
- Durch das Infragestellen der Lösungsansätze werden die Schüler*innen dazu aufgefordert, ihre Denkprozesse kritisch zu hinterfragen, wodurch der zweite Bereich, das Argumentieren, definiert wird.
- Die dritte Komponente behandelt die Darstellung der eigenen Gedanken. Um mathematische Sachverhalte anderen mitteilen zu können, muss eine geeignete Repräsentationsform gewählt und erstellt werden. Dazu zählen graphische Formen, aber auch die sprachliche Handlung, sowie Gestik und Mimik (Büchter et al., 2010, S. 5).

2.4.3 Fragestellungen von Fermi-Aufgaben

Die Fragestellungen von Fermi-Aufgaben sind so formuliert, dass unterschiedliche Herangehensweisen und Lösungswege zugelassen werden. Diese Bandbreite an Möglichkeiten scheint auf den ersten Blick verlockend, führt bei Schüler*innen jedoch schnell zu Überforderung und Unsicherheiten. Es gilt diese wahrzunehmen und zu lernen damit umzugehen. Die Kinder erwerben dadurch die Fähigkeit, über ein scheinbar unlösbares Problem nicht zu lange nachzudenken, sondern dieses anzugehen und eine Lösung zu suchen (Boesten, 2013, S. 8).

Abhängig von der Art der Fragestellung der Fermi-Aufgabe, ist es in den meisten Fällen nicht möglich, direkt eine Antwort zu finden. Die Frage muss zuerst in Teilfragen unterteilt werden, durch deren Bearbeitung eine Annäherung an das Ergebnis gefunden werden kann. Den Schüler*innen wird also abverlangt, eine passende Strategie zu entwickeln und mit Hilfe dieser die Aufgabe zu lösen. Weiters müssen die Kinder lernen zu akzeptieren, dass es keine allgemein gültige Musterlösung gibt, sondern verschiedene Annäherungen akzeptiert werden (Büchter et al., 2010, S. 5).

2.4.4 Notwendige Rechengänge für Fermi-Aufgaben

Fermi-Aufgaben eignen sich nicht dazu, einzelne mathematische Rechengänge isoliert zu behandeln. Vielmehr steht die Verbindung verschiedener Inhaltsbereiche der Mathematik im Vordergrund. Durch die gezielte Wahl einer Fermi-Frage können einzelne Rechenmethoden in den Vordergrund gerückt werden, welche für die Lösung der gewählten Aufgaben notwendig sind. Dadurch können Wiederholung oder auch Festigung eines bereits erlernten mathematischen Bereichs stattfinden, welche jedoch in Kombination mit weiteren mathematischen Inhalten erfolgen.

Es gibt einige Rechenvorgänge, welche häufig für die Bearbeitung von Fermi-Aufgaben genutzt werden müssen. Dazu zählen unter anderem das Schätzen sowie das Überschlagen von Ergebnissen. Aufgrund des engen Bezugs des Fermi-Problems zur Realität ist es notwendig, die Ergebnisse bezüglich ihrer Plausibilität kritisch zu hinterfragen. Dadurch werden diese beiden Bereiche der Mathematik erfahrungsorientiert geschult.

Ein weiterer wichtiger Bestandteil von Fermi-Aufgaben, welcher vielfach verwendet werden muss, um eine Lösung zu erhalten, ist das Runden von Zahlen. Die Stelle, auf welche gerundet wird, ist abhängig von der Aufgabenstellung und muss daher von den Kindern selbst bestimmt werden. Je kleiner die Rundungsstelle ist, desto exakter ist das Ergebnis. Dadurch wird jedoch das Weiterrechnen erschwert. Durch diese Freiheit bezüglich der Stelle, auf die gerundet wird, können die Schüler*innen die Aufgabe selbstständig, abhängig von ihrem Leistungsstand, differenzieren.

Ein weiterer Teilbereich der Mathematik, welcher im Laufe des LöSENS verschiedener Fermi-Fragen benötigt wird, ist der Umgang mit Größen und Einheiten. Eine wichtige Voraussetzung dafür sind Bezugsgrößen. Dadurch ist es den Schüler*innen möglich, sinnvolle Überlegungen bezüglich der Plausibilität im Alltag anzustellen. Weiters ist es häufig notwendig, Ergebnisse in eine andere Einheit umzurechnen, um Rechnungen zu vereinfachen und dadurch an das Ziel zu gelangen. Dort angekommen, haben die Schüler*innen die Aufgabe, funktionale Zusammenhänge zu finden (Büchter et al., 2010, S. 5f.).

2.4.5 Alltagskompetenzen

Mit Hilfe von Fermi-Aufgaben werden nicht nur Kompetenzen innerhalb, sondern auch außerhalb des klassischen Mathematikunterrichts erworben. Bei Letzteren handelt es sich in erster Linie um Alltagskompetenzen. Umgangssprachlich kann gesagt werden, dass durch diese Form der Aufgaben der gesunde Menschenverstand geschult wird (Boesten, 2013, S. 8).

Allgemeine Aufgabenstellungen im mathematischen und naturwissenschaftlichen Bereich in der Volksschule sind in der Regel so formuliert, dass diese zu einer exakten, richtigen Lösung führen. Beschrieben wird dies von Stern (2010, S. 34-36), welcher das Ziel von Aufgaben im Mathematikunterricht, besonders in Prüfungssituationen, als das Überprüfen von Rechenfertigkeiten, nicht jedoch dem mathematischen Wissen, beschreibt. Im Gegensatz dazu wurden im Rahmen der PISA Studien neue Aufgabenformate entwickelt, durch welche es möglich ist, die Denk- und Urteilsfähigkeiten von Schüler*innen zu überprüfen, ohne spezifisches Faktenwissen vorauszusetzen. Diese sollen für Lehrpersonen als Denkanstoß fungieren, sodass die Lernziele, bezüglich ihrer Relevanz nach der Schulzeit, neu überdacht werden.

Werden in der Fragestellung zu viele Informationen übermittelt, die nicht zur Lösung des Problems beitragen, kann dies zur Überforderung der Schüler*innen führen. Auch das Fehlen von Informationen löst Verwirrung aus und die Bearbeitung der Aufgabe erscheint unmöglich. Dennoch ist es wichtig, dieses Muster zu durchbrechen, wie dies durch die fehlenden Informationen in Fermi-Aufgaben der Fall ist, da bei Herausforderungen im Alltag oder auch im späteren Berufsleben nur sehr selten alle notwendigen Informationen detailliert und genau definiert vorliegen (Boesten, 2013, S. 8).

2.5 Klassifizierungsmöglichkeiten für Fermi-Aufgaben

Unterschiede lassen sich in der Wahl der mathematischen Handlungen, ihres Umgangs mit Daten oder auch bezüglich der Häufigkeit, mit welcher bestimmte Fermi-Aufgaben auftreten, feststellen. Es gibt keine allgemein gültige Unterteilung der verschiedenen Arten von Fermi-Fragen. Im Anschluss werden drei verschiedene Möglichkeiten vorgestellt, wie die unterschiedlichen Formen von Fermi-Aufgaben klassifiziert werden können.

2.5.1 Boesten

Boesten (2013, S. 9) unterteilt Fermi-Fragen in fünf Bereiche, abhängig von den notwendigen mathematischen Handlungen. Zu jedem dieser Punkte wird ein Beispiel vorgestellt. In der Praxis ist es jedoch meist notwendig, verschiedene Bereiche miteinander zu kombinieren, um zu einem Ergebnis zu gelangen.

1. Informationen wie Größen und Anzahlen werden geschätzt, beziehungsweise überschlagen. Das Wissen stammt aus den Alltagserfahrungen.
 - Beispiel: „Wie hoch ist der wohl höchste Baum auf dem Schulhof?“ (Boesten, 2013, S. 9)
2. Die gewonnenen Informationen werden durch verschiedene mathematische Anwendungen an die Aufgabe angepasst. Dazu zählen beispielsweise das Hochrechnen und das Umrechnen von Größen.
 - Beispiel: „Wenn 1 Brötchen 30 Cent kostet, dann kosten 180 Brötchen ...“ (Boesten, 2013, S. 9)
3. Gewonnene Größen und Daten werden miteinander verknüpft und in Beziehung zueinander gesetzt. Dadurch ergeben sich wieder neue Erkenntnisse.
 - Beispiel: „Ich weiß, dass der Klassenraum 60 Quadratmeter groß ist und dass die Schule 472 Schüler hat. Wie muss ich diese Zahlen kombinieren, um eine Antwort auf meine Frage zu finden?“ (Boesten, 2013, S. 9)
4. Schätzungen oder Alltagswissen werden mit gegebenen Informationen oder bereits Ermittelten kombiniert.

- Beispiel: „Ich gehe alle 2 Monate zum Friseur. Der Friseur schneidet jedes Mal gut 3 Zentimeter Deckhaar ab. Das bedeutet meine Haare wachsen im Durchschnitt ...“ (Boesten, 2013, S. 9)
5. Fehlende Informationen werden durch Recherchen gefunden. Dazu zählt zum einen das Nachschlagen in Büchern beziehungsweise Suchen im Internet und zum anderen das Messen oder Wiegen von Gegenständen sowie Beobachtungen.
- Beispiel: „Um herauszufinden, wie lange eine Schlange von 100 Autos ist, können die Schüler z.B. einige Autos auf dem Lehrerparkplatz abmessen.“ (Boesten, 2013, S. 9)

Da Fermi-Aufgaben immer einen Bezug zu der realen Welt herstellen, können sich Problemstellungen, welche in Schulklassen eingesetzt werden, auf verschiedene Sachbereiche wie Schule, Elternhaus, Freizeit oder auch Natur, Umwelt, Technik, Sport und Verkehr beziehen. Dadurch wird eine weitere Klassifizierungsmöglichkeit dargestellt. Abhängig vom Inhalt der Aufgabe sind unterschiedliche Herangehensweisen sinnvoll (Boesten, 2013, S. 8).

2.5.2 Greefrath

Greefrath (2010, S. 81) beschreibt folgende zwei Möglichkeiten der Einteilung von Fermi-Aufgaben. Zu Beginn definiert er den Unterschied zwischen Fermi-Fragen im ursprünglichen und im weiteren Sinn.

In Ersteren werden komplexe Schätzaufgaben, deren Fragestellungen nur aus einem Satz bestehen, behandelt. Dadurch werden gezielt Kompetenzen wie das Schätzen, das Erstellen eines möglichst einfachen mathematischen Modells und die Verarbeitung von wenigen beziehungsweise ungenauen Angaben geschult.

Bei Fermi-Aufgaben im weiteren Sinn handelt es sich um offene Fragestellungen. Diese bestehen meist ebenfalls nur aus einem Satz, fordern im Unterschied zu ursprünglichen Fermi-Fragen jedoch das Recherchieren, das Finden eines adäquaten Lösungsweges, das Experimentieren, das Rechnen mit Größen, die Verwendung des individuellen Alltagswissens sowie selbstständig Fragen zu formulieren und dadurch hermeneutisch zu arbeiten.

Greefrath trifft eine zweite Einteilung von Fermi-Fragen bezüglich ihres Umgangs mit Daten und beschreibt dabei acht Unterscheidungsmöglichkeiten (Greefrath, 2010, S. 81).

1. „Schätzen und Überschlagen von Größen und Anzahlen
2. Veranschaulichung gegebener Größen und Anzahlen
3. Schätzen und Überschlagen sowie Veranschaulichen
4. Gewinnen fehlender Daten aus Annahmen/Alltagswissen
5. Bestimmen von Daten aus Abbildungen [...]

6. Bestimmen fehlender Daten durch Messung/Experiment [...]
7. Recherchieren von Daten
8. experimentelles Überprüfen“ (Greefrath, 2010, S. 81)

2.5.3 Bächter et al.

Bächter et al. (2012, S. 8) unterscheidet nicht nur zwischen den verschiedenen Formen von Aufgaben, sondern auch bezüglich der Häufigkeit, mit welcher die unterschiedlichen Typen von Fermi-Fragen auftreten.

Die Kategorie „Häufig“ beinhaltet einen einzelnen Typus. Dieser beschreibt, dass fehlende Informationen, welche notwendig für die Beantwortung der Frage sind, durch sinnvolle Annahmen oder durch Alltagswissen gewonnen werden.

Auch der Unterpunkt „Oft“ beschreibt nur eine Form von Fermi-Aufgaben. Bei dieser werden Informationen durch Messungen und kleine Experimente ermittelt.

Die Gruppe „Manchmal“ beinhaltet mehrere Typen, welche wie folgt definiert sind:

- Informationen können durch Schätzen und Überschlagen gefunden werden.
- Gegebene Anzahlen und Größen sollen auf eine bestimmte Art veranschaulicht werden.
- In manchen Fermi-Aufgaben wird die Kombination von Schätzungen, Überschlagsrechnungen und die Veranschaulichung dieser gefordert.
- Abbildungen können zur Verfügung gestellt werden, auf welche sich die Frage bezieht.
- Das Ergebnis einer Fermi-Frage kann manchmal experimentell überprüft werden.

Die letzte Kategorie „Gelegentlich“ beschreibt jene Form der Fermi-Aufgabe, in welcher Anzahlen und Größen durch verschiedene Formen der Recherche ermittelt werden müssen.

2.6 Umsetzungsmöglichkeiten von Fermi-Aufgaben im Unterricht der Primarstufe

Für den Einsatz von Fermi-Aufgaben im Unterricht sind unterschiedliche Umsetzungen möglich. Diese richten sich nach der Sozialform, sowie der im Unterricht verwendeten Methode. Abhängig von der Umsetzungsmöglichkeit, können verschiedene Bereiche gefördert werden (Bächter et al., 2010, S. 9).

2.6.1 Sozialform

Es gibt Fermi-Aufgaben, deren Schwierigkeitsgrad es zulassen, sie in Einzelarbeit zu lösen. Dennoch wird meist für die Bearbeitung eine Sozialform, welche die Zusammenarbeit von mehreren Klassenkindern ermöglicht, empfohlen. Durch diese kooperative Lernform ergeben sich für die Schüler*innen verschiedene Lernchancen und der Wissenserwerb wird gesteigert. Bei der Einteilung der Arbeitsgruppen ist auf die Heterogenität zu achten. Kinder mit verschiedenen mathematischen Fähigkeiten sollen durchmischt werden. Durch diese Lernarrangements helfen sich die Klassenkinder gegenseitig und können somit voneinander lernen (Boesten, 2013, S. 10).

Im Rahmen der Forschungsfrage ist an dieser Stelle zu erwähnen, dass die Durchmischung von Schüler*innen mit unterschiedlichen mathematischen Fähigkeiten eine gute Möglichkeit für die Bearbeitung von Fermi-Aufgaben ist, jedoch nicht die einzige. Unterschiedliche Unterrichtsmethoden, welche auch andere Sozialformen zulassen beziehungsweise verlangen, werden im nächsten Abschnitt vorgestellt.

2.6.2 Unterrichtsmethoden

Fermi-Aufgaben können im Unterricht vielfältig eingesetzt werden. Eine mögliche Lernmethode sind Rechenkonferenzen. Dabei wird die ganze Klasse in möglichst heterogene Kleingruppen von drei bis vier Schüler*innen unterteilt. Abhängig vom Schwierigkeitsgrad der Aufgabe, erarbeiten die Kinder über den Zeitraum einer Unterrichtsstunde oder auch mehrere Stunden die Fermi-Frage. Recherchearbeiten können dabei zu Hause durchgeführt beziehungsweise weitergeführt werden. Durch die Kommunikation mit Mitschüler*innen werden Herangehensweisen und mögliche Lösungswege verbalisiert.

Fermi-Aufgaben können weiters für die Förderung von mathematisch begabten Schüler*innen genutzt werden. Ein bis zwei Kinder erhalten innerhalb des Regelunterrichts eine Fermi-Frage. In Einzel- oder Partnerarbeit können sie ihr Wissen verknüpfen, vertiefen und dadurch die Aufgabe lösen.

Ist in der Klasse eine Rechen-Ecke vorhanden, können Fermi-Aufgaben dort dauerhaft zur Verfügung gestellt werden. Schüler*innen können auf diese in Freiarbeitsphasen, im Rahmen der Wochenplanarbeit oder auch in Pausen zurückgreifen.

Weitere Möglichkeiten für den Einsatz von Fermi-Problemen sind die Anwendung in der Nachmittagsbetreuung oder die Ritualisierung dieser Problemstellungen zur Aufgabe der Woche. Die Lehrperson stellt dabei wöchentlich eine Fermi-Frage vor, sodass der Stellenwert dieser

gesteigert wird und die Kinder routiniert an die Fragestellungen herantreten. Haben die Schüler*innen bereits Erfahrungen zu den Aufgaben gesammelt, können Analogieaufgaben erstellt werden. Dabei tauschen die Kinder einzelne Elemente der Fragestellung aus und erstellen dadurch ihr eignes Fermi-Problem.

Das Zeitmanagement in Unterrichtsstunden ist nicht immer exakt, sodass die Phasen des Unterrichts häufig schon erfolgreich durchgeführt wurden, bevor die Stunde zu Ende ist. Weiters gibt es in den meisten Klassen einige Schüler*innen, welche Aufgaben schneller fertigstellen als ihre Mitschüler*innen. Zur Überbrückung dieser kurzen Zeitspannen eignen sich Fermi-Aufgaben nicht. Die Aufgabenstellung ist zu komplex, um sie zwischendurch zu bearbeiten. Durch diese Fragen werden keine einzelnen Lerninhalte wiederholt, sondern vielmehr die Verknüpfung bereits erlernter Methoden gefordert, um so neue Lösungswege zu erkunden. Schüler*innen benötigen für die Durchführung dieses anspruchsvollen Vorgehens genügend Zeit und Raum (Boesten, 2013, S. 10f.).

2.7 Die Durchführung einer Fermi-Aufgabe

Das Vorgehen bei Fermi-Fragen ist stark von der Aufgabenstellung sowie der Komplexität dieser abhängig. Allgemein können folgende Fragen im Vorfeld gestellt werden, wodurch die Bearbeitung der Fermi-Aufgabe erleichtert wird.

1. „Was will ich wissen/herausfinden?“
2. Was weiß ich schon?
3. Was weiß ich noch nicht, ist aber für die Lösung der Aufgabe wichtig?
4. Was kann ich tun, um diese „Informationslücke“ zu schließen?“ (Boesten, 2013, S. 12)

Um diese bestehende Informationslücke zu schließen, können verschiedene Methoden herangezogen werden, wie Berechnungen, Recherchen oder Messungen. Auch die mathematische Modellierung des Problems ist ein möglicher Weg sich der Lösung anzunähern. Diese neu erworbenen Informationen werden anschließend passend bezüglich der Aufgabe verarbeitet. Die resultierenden Zwischenergebnisse sowie das Endresultat werden auf ihre Richtigkeit überprüft, indem die Plausibilität der Lösung in Frage gestellt wird. Dadurch wird die Annäherung an eine alltagsrelevante Lösung ermöglicht (Boesten, 2013, S. 12f.).

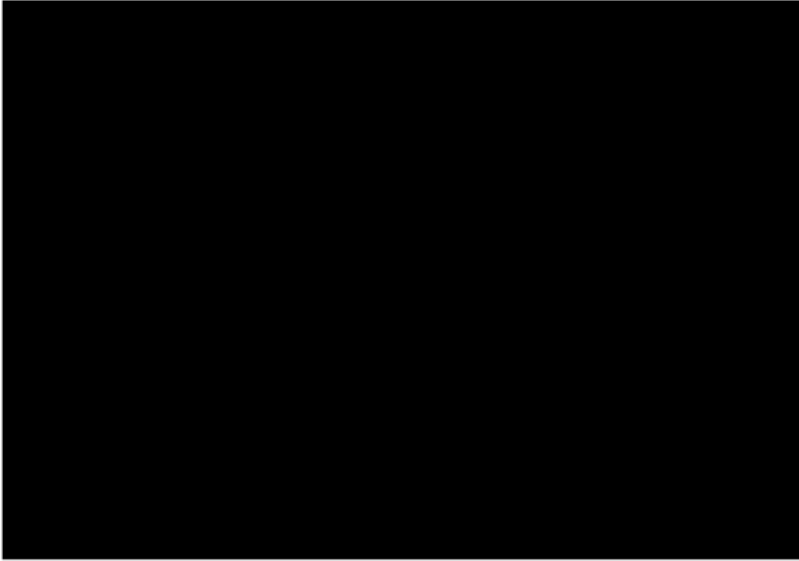


Abbildung 2 Fermi-Aufgabe Riesenfußball

Abbildung 2 (Büchter et al., 2010, G4) zeigt ein Beispiel für eine Fermi-Frage in Bezug auf Sport und Freizeit. Büchter et al. (2010, S. 31-35) beschreibt den Ablauf der Durchführung dieser Aufgabe in einer Klasse. Die Bearbeitung dieser Frage erfolgte in Kleingruppen, sodass Diskussionen zwischen den Schüler*innen stattfinden konnten, wodurch der Wissenserwerb vertieft wurde. Bevor der Bearbeitungsprozess begann, besprach die Lehrperson mit den Schüler*innen die Fragestellung, wodurch die erste Frage danach, was herausgefunden werden soll, bereits beantwortet wurde. In der Arbeitsphase selbst hielt sich die Lehrperson zurück und beobachtete. Festzustellen war dadurch, dass zwei von drei Gruppen keine Materialien verwendeten, während die dritte Gruppe einen Fußball nutzte. Diesen vermaßen sie mit Hilfe eines Maßbandes und versuchten die gefundenen Größen in Relation zu dem Riesenfußball zu setzen. Dadurch fanden sie einen Weg, die bestehende Informationslücke zu schließen und somit die vierte Frage zu beantworten. Das weitere Vorgehen wurde erst in der Präsentation der Ergebnisse und des Lösungsprozesses ersichtlich. Durch folgende Schätzungen und Messungen beantworteten die Schüler*innen die zweite und dritte Frage, welche behandeln, was bereits bekannt ist und was für die Lösung noch ermittelt werden muss.

- „Schätzungen der Höhe eines Fensters (1m)
- Schätzungen der Höhe des Turms (18m)
- Wie oft passt der Ball in den Turm?
- Messen in Bild: 6 mal (Durchmesser)
- Schätzen der Fensterfläche
- Bestimmen der Größe einer Teilfläche eines Fußballs
- Maßstabsumrechnung: Durchmesser 9m“ (Büchter et al., 2010, S. 35)

2.8 Resümee

Fermi-Fragen werden prägnant formuliert und kommen dabei ohne die Verwendung von Zahlen aus. Die Thematik der Aufgabe stammt aus der Alltagswelt der Schüler*innen. Aufgrund der kurzen Angabe sind nicht alle Informationen, die für die Berechnung notwendig sind, gegeben. Diese müssen im Laufe des Lösungsprozesses durch Messvorgänge, Schätzungen oder Recherchen ermittelt werden.

Der Lösungsweg sowie das Ergebnis sind nicht eindeutig, sodass verschiedene Herangehensweisen möglich sind. Für die Umsetzung im Unterricht sind unterschiedliche Sozialformen und Methoden möglich, wie unter anderem die Bearbeitung der Frage von ein bis zwei Schüler*innen mit der Absicht, mathematische Begabungen zu fördern.

3 Mathematische Begabung in der Primarstufe

3.1 Einleitung

In diesem Kapitel wird zu Beginn der Stellenwert des Mathematikunterrichts in der Volksschule thematisiert. Im Anschluss erfolgt die Erläuterung der Begriffe Begabung und Hochbegabung. Durch das Verständnis dieser, sowie den Vorgängen bezüglich des mathematischen Denkens, lässt sich die Notwendigkeit der Begabungsförderung in der Volksschule beschreiben. Im Anschluss werden verschiedene Formen der Begabungsförderung, wie Enrichment und Akzeleration, vorgestellt. Zuletzt wird die Problemlösekompetenz von Schüler*innen mit einer mathematischen Begabung in der Primarstufe thematisiert.

3.2 Mathematik in der Primarstufe

Der Mathematikunterricht in der Volksschule ist ein wichtiger Bestandteil des Fächerkanons. Durch die Anzahl von 4 Wochenstunden in allen Schulstufen der Volksschule wird die Bedeutung und Komplexität des Unterrichtsfachs sichtbar (Lehrplan der Volksschule, 2012, S. 32).

Der Mathematikunterricht der Volksschule verfolgt zwei Hauptfunktionen. Die erste der beiden Aufgaben des Unterrichtsfaches beschreibt die Wissensvermittlung. Dazu zählen grundlegende mathematische Denk- und Arbeitsweisen sowie der Erwerb elementarer Kompetenzen, welche sich beispielsweise auf den Umgang mit Größen und Daten sowie die räumliche Orientierung beziehen. Das Erreichen dieser Ziele ist grundlegend, um einen gelingenden Übergang in die Sekundarstufe für die Schüler*innen zu schaffen.

Die zweite Hauptfunktion des Mathematikunterrichts in der Primarstufe bezieht sich auf die Persönlichkeitsentwicklung der Schüler*innen. Dieser Prozess entsteht durch das Zusammenwirken mit den übrigen Unterrichtsfächern und umfasst mehrere Bereiche. Ein Ziel des Mathematikunterrichts besteht darin, wie auch bei der ersten Hauptfunktion, grundlegende Kompetenzen und Kenntnisse bezüglich der im Lehrplan vorgegebenen Inhalte zu vermitteln. Diese beinhalten einen bewussten Umgang mit Zahlen, Größen und Daten im Alltag. Weiters werden Inhalte wie die Orientierung im Raum und die Kulturtechnik des Rechnens behandelt. Der Kompetenzerwerb zielt dabei jedoch nicht auf die Vorbereitung für weiterführende Schulen ab, sondern soll die Schüler*innen dazu befähigen, Alltagssituationen aus der kindlichen Lebenswelt adäquat zu meistern. Ein weiterer Bereich, der durch den Mathematikunterricht

gefördert wird, ist die allgemeine kognitive Entwicklung der Schüler*innen. Ordnen, Strukturieren, Verallgemeinern und Abstrahieren sind einige Teilbereiche davon. Zuletzt kann durch einen kindgerechten Mathematikunterricht Freude am Problemlösen von Konzentrationsaufgaben, welche viel Ausdauer verlangen, vermittelt werden (Käpnick & Benölken, 2020, S. 1f.).

3.3 Begriffsklärung

Eindeutige Definitionen für die Begriffe Begabung und Hochbegabung existieren nicht. Im Laufe der Geschichte wurden verschiedenste Versuche unternommen diese Zustände zu beschreiben, wobei einige davon wieder verworfen wurden (Schnell, 2015, S. 8).

Die Begriffe Begabung und Hochbegabung können auf verschiedenen Bedeutungsebenen wahrgenommen werden. Sie können hinsichtlich ihrer Entstehung, ihrer Fähigkeiten oder als beschreibender Begriff gedeutet werden. Letzterer beinhaltet die Beobachtung und Beschreibung der Eigenschaften von begabten Kindern (Bardy & Bardy, 2020, S. 22).

3.3.1 Hochbegabung

Der Begriff Hochbegabung wird in der Literatur nicht eindeutig verwendet. Bardy und Bardy (2020, S. 22) beschreiben Hochbegabung als den Besitz von besonderen Fähigkeiten und Leistungen. Schnell (2015, S. 8) nennt noch weitere Eigenschaften, wie überdurchschnittliche Intelligenz und außerordentliche Talente.

Neben dieser Begriffsvielfalt, die eine eindeutige Definition erschwert, unterliegt das Verständnis von Hochbegabung kulturellen Ansprüchen. Der Begriff steht in Korrespondenz mit den Normen und Werten einer Kultur sowie der Organisationsstruktur (Bardy & Bardy, 2020, S. 22).

Um den Begriff Hochbegabung zu definieren wurden verschiedenste Modelle und Theorien entwickelt. Da diese jedoch so umfangreich sind, hat Lucito 1964 eine Typisierung dieser vorgenommen, um so die Überschaubarkeit zu erleichtern. Dieses Modell beinhaltet 6 Typen (Bardy & Bardy, 2020, S. 23).

1. Ex-post-facto-Definitionen: Hochbegabung wird dadurch erkannt, dass eine Person etwas Herausragendes leistet. Vernachlässigt werden dabei jedoch Kinder und Menschen aus sozial schwachen Schichten, da diese nicht die Möglichkeit haben, ihr volles Potenzial zu entwickeln beziehungsweise zu zeigen (Schnell, 2015, S. 8).
2. IQ(-Grenzwert)-Definitionen: Eine Person wird als hochbegabt eingestuft, sobald sie einen Wert über 130 in einem IQ-Test erreicht. Unberücksichtigt bleiben durch diese

Tests jedoch unzählige Bereiche, die ebenfalls für die Hochbegabung von Bedeutung sind, wie die Kreativität (Schnell, 2015, S. 9).

3. Talentdefinitionen: Der Begriff der Hochbegabung wird ausgeweitet, sodass mehrere Bereiche miteinbezogen werden.
4. Prozentsatzdefinitionen: Diesem Bereich liegt die Gauß'sche Verteilungskurve zugrunde. Demnach sind zwei bis drei Prozent der Bevölkerung hochbegabt und ebenso viele minderbegabt.
5. Kreativitätsdefinitionen: Die IQ-Definitionen werden in diesen Definitionen abgelehnt. Hochbegabung wird durch produktive und originelle Leistungen geäußert.
6. Der sechste Typ der Definitionen wurde von Lucito selbst verfasst und beschreibt Hochbegabung als überdurchschnittliche intellektuelle Fähigkeiten, die zu innovativen Problemlösungen führen (Bardy & Bardy, 2020, S. 22).

3.3.2 Begabung

Der Begriff Begabung wird in Bardy und Bardy (2020, S. 24) als „individuelles, relativ stabiles und überdauerndes Fähigkeitsgefüge und Handlungspotenzial auffassen, bestehend aus kognitiven, emotionalen, kreativen und motivationalen Bestandteilen, die durch bestimmte Einflüsse weiter ausgeprägt werden können und so eine Person in die Lage versetzen, in einem mehr oder weniger eng umschriebenen Bereich besondere Leistungen zu erbringen“ beschrieben. Begabung wird dabei als individuelle Eigenschaft angesehen, deren Handlungspotenzial so unterschiedlich ist, wie jeder Mensch.

Begründet durch die Diffusität der Begriffe Begabung und Hochbegabung werden diese in der Literatur häufig äquivalent verwendet (Schnell, 2015, S. 8). Aufgrund dessen wird in dieser Arbeit ebenfalls kein Unterschied zwischen den beiden Begriffen gemacht.

3.4 Alltagsdenken und mathematisches Denken

Bevor die Merkmale und Förderungsmöglichkeiten mathematischer Begabung erörtert werden, ist es notwendig zu verstehen, welche Facetten mathematisches Denken aufweist. Durch das Verständnis dieser ist es möglich, pädagogisch-didaktisch relevante Aspekte zu erkennen und im Unterricht umzusetzen (Ulm & Zehnder, 2020, S. 2).

3.4.1 Mathematisches Denken

Mathematisches Denken kann aus der neurobiologischen Perspektive in verschiedene Facetten unterteilt werden, wie in Abbildung 3 (Ulm & Zehnder, 2020, S. 3) zu sehen ist.

Der erste Bereich, das prozessbezogene Denken, beschreibt den Vorgang Prozesse, welche typisch für die Mathematik sind, unabhängig vom Inhalt auszuführen. In einem bestimmten Inhaltsbereich der Mathematik mit Objekten umzugehen, ist Bestandteil des zweiten Gebiets, dem inhaltsbezogenen Denken. Die dritte Achse beinhaltet, Informationen mathematikbezogen zu verarbeiten, aus der Perspektive der Wahrnehmung und Verarbeitung zu denken, sowie Informationen abzuspeichern und wiederzugeben (Ulm & Zehnder, 2020, S. 3).

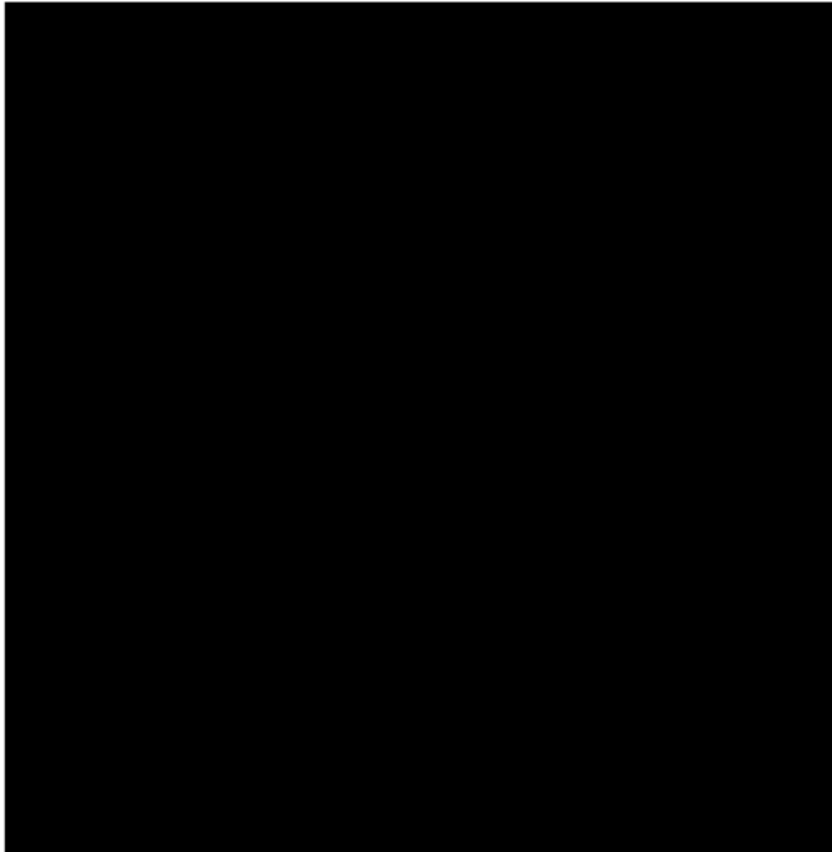


Abbildung 3 Die Facetten mathematischen Denkens

3.4.2 Der Zusammenhang zwischen Alltagsdenken und mathematischen Denken

Die Frage danach, ob Alltagsdenken und mathematisches Denken miteinander vereinbar sind, hat Heymann 1996 durch zwei grundsätzlich vollkommen verschiedene Antworten behandelt. Die erste Antwort beschreibt die Differenzannahme. In dieser wird die Mathematik als ein Denkgebäude angenommen, welches sich grundlegend von dem Alltagsdenken unterscheidet. Die Begründung liegt darin, dass das Alltagsdenken vage ist und zu keinem eindeutigen klaren Ergebnis führt. Dieser Standpunkt beschreibt die Notwendigkeit, Alltagsdenken durch

mathematische Denkprozesse zu ersetzen, um dadurch Fehler in der Mathematik zu vermeiden. Als Folge davon kann ein Mathematikunterricht, welcher auf diesem Prinzip basiert, nicht zwischen Alltagsdenken und mathematischen Denken vermitteln.

Der zweite Standpunkt, die Kontinuitätsannahme, beschreibt das mathematische Denken als eine systematische Fortentwicklung des Alltagsdenkens. Dabei werden Denkweisen aus dem Alltag effektiviert, indem Strategien erworben werden. Diese Annahme verdeutlicht die Wichtigkeit der Vermittlung zwischen dem Alltags- und mathematischen Denken.

In Lengnink und Peschek 2001 kommt der Versuch, den Zusammenhang der verschiedenen Denkweisen zu beschreiben, der Kontinuitätsannahme sehr nah. Im Unterschied dazu werden dabei jedoch grundlegende qualitative Unterschiede beschrieben, welche der Aussage, mathematisches Denken sei eine Fortschreitung des Alltagsdenkens, widersprechen. Das mathematische Denken behandelt demnach das Denken in Begriffen sowie die symbolische Darstellung. Die Inhalte sind dabei begrenzt und weisen eine hohe Exaktheit und Eindeutigkeit auf. Jegliches Denken, welches dieser Beschreibung nicht zugeordnet werden kann, wird mit Alltagsdenken bezeichnet. Ein Wechsel der beiden Denkweisen soll stattfinden, muss jedoch reflektiert erfolgen. Dadurch kann eine wechselseitige Effektivierung erfolgen (Bardy, 2007, S. 28-30).

3.5 Wieso begabte Kinder gefördert werden sollen

Immer noch ist die Annahme verbreitet, dass begabte Schüler*innen weniger Förderung brauchen, als dies bei Kindern mit Lernschwächen der Fall ist. Diese Einstellung wird dadurch begründet, dass begabte Schüler*innen sich selbst weiterhelfen können. Ein weiterer Trugschluss ist die Auffassung, dass Begabung die kognitive Fähigkeit einer akzeptierenden Einstellung zur Zurückstellung mit sich bringt. Diese beiden Aussagen treffen nicht zu und schaffen als Folge ein Gefühl der Unterforderung bei begabten Schüler*innen.

Hirnforscher*innen, Fachdidaktiker*innen und Begabungsforscher*innen sprechen sich entschieden dagegen aus, dass begabte Kinder nicht unterstützt werden müssen. Sie weisen darauf hin, dass Kinder möglichst früh und fortlaufend gefördert werden sollen. Die Notwendigkeit des rechtzeitigen Beginns einer angemessenen Förderung begründet sich darin, dass Hirnforschungen zugrunde legen, dass sich im jungen Alter Hirnareale verändern lassen. Dies geschieht durch umfassendes Training, Lernen und Üben. Zu beachten ist jedoch, dass früheren Annahmen, welche besagen, dass sich neuronale Verknüpfungen der Synapsen ausschließlich in den ersten Lebensjahren bilden, heute Studien, die das Gegenteil darlegen, gegenübergestellt werden. Aus diesen Publikationen ist zu entnehmen, dass Lernen lebenslanglich erfolgt

und nicht an eine gewisse Altersgrenze gebunden ist. Diese beiden Annahmen stehen jedoch nicht im Widerspruch zueinander. Je früher die Förderung erfolgt, desto positiver wirkt sich dies auf die Entwicklung der Lernenden aus.

Früh gesetzte Förderungsangebote für Kinder können die Feststellung einer Begabung verfälschen. Wichtig ist daher bei der Erkennung einer Begabung eines Kindes, diese nicht mit einem Entwicklungsvorsprung, welcher unter anderem durch die Förderung in einem guten Elternhaus ermöglicht werden kann, zu verwechseln. Sozial benachteiligte Kinder werden ansonsten übersehen und benachteiligt. Diese Erkenntnisse bringt mit sich, dass sich Förderangebote frühestens an Schüler*innen der zweiten Schulstufe richten sollen (Bardy & Bardy, 2020, S. 159-162).

Wird die Begabung eines Kindes nicht rechtzeitig erkannt, sodass die Förderung nicht zu einem passenden Zeitpunkt startet, kann dies Probleme mit sich bringen. Möglich sind neben Fehlentwicklungen auch gesellschaftliche Nachteile. Die anhaltende Unterforderung führt zu Langeweile, welche sich durch auffälliges Verhalten äußern kann. Schulverweigerung und Defizite im sozialen Bereich sind häufige Eigenschaften von vernachlässigten begabten Kindern.

Rechenstarke Schüler*innen weisen signifikante Parallelen zu Kindern mit Rechenschwächen auf. Beide Gruppen fühlen sich als Außenseiter*innen in der Klasse. Die einen sind für die Lehrperson aufgrund ihrer Perfektion lästig, die anderen aufgrund mangelnder Fertigkeiten. In beiden Fällen kann dieser Frust zu einer Vermeidungshaltung bei dem Kind führen und im schlimmsten Fall sogar zu einer Verweigerung der entsprechenden Lerninhalte.

Begabte Schüler*innen brauchen daher gezielte Unterstützung. Diese soll ihnen unter anderem verdeutlichen, dass sie nicht allein sind und es noch weitere Personen gibt, die ähnlich wie sie denken. Weiters kann durch diese kooperativ sattfindende Arbeit der Umgang mit den eigenen Stärken aber auch Schwächen erlernt werden. Begabte Kinder neigen dazu, ihre Stärken immer weiter auszubauen, sich ihren Schwächen jedoch nicht stellen zu wollen. Dieses Verhalten birgt die Gefahr, dass die Kluft zwischen dem einseitigen Talent und den übrigen Bereichen immer größer wird und sich dadurch gravierende Defizite manifestieren.

Mathematisch besonders befähigte Schüler*innen eignen sich nicht dazu als Tutor*innen für ihre Mitschüler*innen zu agieren. Diese Kinder weisen zwar Stärken im Denken, jedoch häufig nicht im Sprechen auf, sodass das Vermitteln von Inhalten zu einer großen Herausforderung wird.

Jene angesprochenen Defizite von mathematisch begabten Schüler*innen dürfen in der Förderung nicht vernachlässigt werden. Allein durch die Miteinbeziehung sozialer Kompetenzen

ist ein umfassender Erfolg gewährleistet, welcher nicht nur für die schulische Laufbahn, sondern auch für das spätere Berufsleben von Bedeutung ist (Bauersfeld, 2006, S. 82f.).

3.6 Arten der Förderung

Für die Förderung von begabten Schüler*innen gibt es drei grundlegende Möglichkeiten. Die ersten beiden Varianten heißen Enrichment und Akzeleration. Die Begriffe wurden aus dem Englischen übernommen, da die Beforschung und Förderung von Begabung dort bereits eine längere Tradition als im deutschsprachigen Raum aufweisen. Die dritte Möglichkeit sind Spezialschulen oder auch Spezialklassen, welche jedoch eher selten vorhanden sind.

3.6.1 Enrichment

Die Methode Enrichment beschreibt die Vertiefung und Erweiterung von Lerninhalten. Diese können den Vorgaben des Lehrplans entsprechen, aber auch darüber hinaus Themen behandeln, welche nicht in der aktuellen beziehungsweise in einer höheren Schulstufe unterrichtet werden.

Die Maßnahme Enrichment geht davon aus, dass alle Schüler*innen individuell entsprechend dem Lerntempo und dem Entwicklungsstand unterrichtet werden sollen. Da mathematisch begabte Kinder eine schnelle Auffassungsgabe besitzen, soll ihnen durch diese Methode die Möglichkeit gegeben werden vertiefende Inhalte zu behandeln (Schnell, 2015, S. 21).

Die Enrichmentmaßnahme ist qualitativ und nicht quantitativ zu verstehen. Die mathematischen Aufgabenstellungen werden anspruchsvoller gestaltet, als dies bei Standardaufgaben im Mathematikunterricht der Fall ist (Bardy, 2007, S. 114). Die Problemstellungen beziehen sich dabei im Idealfall auf den Unterrichtsinhalt und die Interessen des Kindes. Die Schüler*innen sollen dadurch zu kritischem und kreativem Denken angeregt werden. Durch diesen erfinderischen Umgang mit Lerninhalten, welcher das divergente Denken anspricht, lernen Schüler*innen mit verschiedenen Lösungswegen ein Ziel zu erreichen. Weiters wird der Einsatz von bereits erlernten Inhalten gefordert, sodass diese vertieft und mit neuen Inhalten verknüpft werden können.

Vorteile der Enrichmentmaßnahme im integrativen Sinn sind, dass die Schüler*innen im Lernverband verbleiben können und gleichzeitig ihre individuellen Stärken ausbauen. Ein Nachteil ist jedoch, dass die Herstellung von qualitativ anspruchsvollen Aufgaben der Lehrperson viel Arbeitsaufwand bereitet. Ihr wird abverlangt, die begabten Schüler*innen aktiv in den Unterricht miteinzubeziehen sowie ansprechendes Material zu Verfügung zu stellen. Weiters soll

die Unterrichtsform zwischen selbst- und fremdgesteuertem Lernen abwechseln, um eine gelingende Begabungsförderung zu gewährleisten (Schnell, 2015, S. 22-24).

Enrichmentmaßnahmen können auch segregativ stattfinden. In diesem Fall findet die Differenzierung außerhalb des Unterrichts statt. Die Schüler*innen werden neben dem Regelunterricht der Volksschule in anderen Institutionen gefördert, verbleiben während des Schultages jedoch im Klassenverband (Schnell, 2015, S. 25).

3.6.2 Akzeleration

Die Akzeleration beschreibt den Vorgang, die Schule beschleunigt zu durchlaufen. Sobald die zu vermittelnden Inhalte von dem Kind beherrscht werden, verlässt dieses die Institution (Schnell, 2015, S. 27). Bei der Akzelerationsmaßnahme werden die Inhalte des Lehrplans, angepasst auf das Lerntempo des Kindes, beschleunigt vermittelt und dabei auch komprimiert (Bardy, 2007, S. 114).

Methoden, um Akzeleration zu ermöglichen, sind die frühzeitige Einschulung sowie das Überspringen von Klassen. Bei der Durchführung dieser Maßnahmen werden nicht nur die kognitiven Kompetenzen des Kindes berücksichtigt, sondern auch die sozial-emotionale Reife, sowie der psychische Zustand. Weiters müssen das Kind, die Erziehungsberechtigten und die Verantwortlichen der Schule ihr Einverständnis zu einer verfrühten Einschulung oder dem Überspringen einer Klasse geben. Die besondere Befähigung darf dabei nicht nur das Fach Mathematik betreffen, sondern muss auch in den anderen Unterrichtsfächern vorhanden sein, um einen problemlosen Übergang zu gewährleisten (Bardy, 2007, S. 115).

3.6.3 Spezialschulen und -klassen

Aufgrund des erhöhten Kostenaufwands existieren nur wenige Spezialschulen oder -klassen. Jene wenigen sind als Anlaufstelle für Schüler*innen der Sekundarstufe gedacht (Schnell, 2015, S. 30).

3.7 Die Problemlösekompetenz von mathematisch begabten Kindern

Schüler*innen, welche erhöhte mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten aufweisen, besitzen im Bereich des Problemlösens besondere Stärken. Bei der Bearbeitung einer Aufgabe arbeiten sie sehr ausdauernd. Weiters können die Kinder Lösungen intuitiv erraten oder sich daran herantasten. Dieser Prozess ist durch die Abwechslung zwischen Überlegungen und Ausprobieren geprägt. Mathematisch begabte Schüler*innen sind in der Lage ein System zu

entwickeln, dieses zu befolgen und sich dadurch der Lösung zu nähern. Die Vorgangsweisen werden dabei an die Aufgabenstellung angepasst (Käpnick & Benölken, 2020, S. 141-146).

Diese individuellen Stärken von mathematisch begabten Schüler*innen wurden von Käpnick 1998 als kognitive Komponenten des Problemlösens beschrieben. Er sieht diese als besonderes Merkmal einer Begabung an. Bei jenen kognitiven Komponenten ist zwischen ersichtlichen und geistigen Prozessen zu unterscheiden. Letztere können von einer Lehrperson kaum erfasst werden. Zu den beobachtbaren Handlungen zählen das Ordnen und Sortieren von Materialien im Vorfeld oder auch während des Bearbeitungsprozesses, insofern neue Materialien hinzugefügt werden. Mathematisch begabte Kinder führen weiters einen Wechsel zwischen verschiedenen Darstellungsarten durch. Dazu zählt unter anderem die verflochtene Betrachtung von Tabellen und Bildern. Informationen bezüglich der Aufgabe werden während der Bearbeitung laufend ergänzt sowie überprüft und im Prozess des Schlussfolgerns berücksichtigt. Außerdem entwickeln jene Schüler*innen eigene Fragestellungen und schaffen dadurch Anschlussprobleme. Kinder mit einer mathematischen Begabung erkennen Muster, Strukturen sowie übergeordnete Strukturen, Unterschiede und Gemeinsamkeiten und können Informationen aus vorherigen Aufgaben in die Aktuelle miteinbeziehen und nutzen. (Nolte, 2006, S. 105f.).

3.8 Resümee

Die Frage danach, ob begabte Schüler*innen gefördert werden sollen, kann aufgrund verschiedener Erkenntnisse klar bejaht werden. Zu beachten ist, dass Kinder mit einer Begabung oft nur in einzelnen Bereichen Stärken aufweisen. Das Ziel ist es, nicht ausschließlich diese Talente weiter auszubauen, sondern auch die Defizite wahrzunehmen und daran zu arbeiten.

Um begabte Schüler*innen zu fördern, gibt es unterschiedliche Möglichkeiten, welche individuell an jedes Kind angepasst, gewählt werden müssen. Liegt zum Beispiel eine einseitige Begabung in einem einzelnen Unterrichtsfach vor, eignen sich Formen der Akzeleration, wie das Überspringen einer Klasse, nicht. Verschiedenste Faktoren müssen daher berücksichtigt werden, um so eine optimale Förderung für das Kind gewährleisten zu können.

4 Naturwissenschaften fächerübergreifend unterrichten

4.1 Einleitung

Fächerübergreifender beziehungsweise interdisziplinärer Unterricht bietet für Schüler*innen der Primarstufe viele Vorteile, welche zu Beginn dieses Kapitels angeführt werden. Im Anschluss werden Möglichkeiten für diese Unterrichtsform aufgezeigt, sowie Optionen für die konkrete Umsetzung in der Praxis. Danach wird fächerübergreifender Unterricht zwischen Mathematik und naturwissenschaftlichem Sachunterricht, unter Berücksichtigung des STS-Ansatzes sowie dem MINT 2020 Projekt, thematisiert. Abschließend werden unterschiedliche Arbeitsmethoden des naturwissenschaftlichen Sachunterrichts präsentiert, welche im fünften Kapitel, für die Lösung einer Fermi-Aufgabe, ihre Anwendung finden.

4.2 Vorteile eines fächerübergreifenden Unterrichts

Labudde (2008, S. 10f.) führt eine Vielzahl von Argumenten an, welche für fächerübergreifenden Unterricht in Schulen sprechen.

Die erste Begründung bezieht sich auf den konstruktivistischen Ansatz. Das Vorwissen von Schüler*innen ist in den meisten Fällen nicht einem einzelnen Fach zuordenbar, sodass durch die Aktivierung dessen intuitiv fächerübergreifender Unterricht entsteht.

Weiters wird durch interdisziplinären Unterricht die Motivation der Kinder bezüglich der Lerninhalte erhöht. Diese Steigerung des Interesses wird dadurch begründet, dass die Schüler*innen neue Einsichten in Themen erhalten (Labudde, 2008, S. 10).

Ein weiteres Argument beschäftigt sich mit den Schlüsselproblemen der Menschheit. Gegen die strikte Einteilung in tradierte Fächer werden seit den 1970er Jahren Stimmen laut. Einwände der Kritiker*innen sind, dass Probleme in der späteren Alltagswelt interdisziplinäre Kompetenzen von den Schulabgänger*innen verlangen. Zu den heutigen Schlüsselproblemen der Menschheit, welche alle eine fächerübergreifende Dimension besitzen, zählen unter anderem der Klimawandel, Pandemien, die Globalisierung, die Migrationsfrage, Terrorismus, sowie Wirtschafts- und Finanzkrisen. All diese Probleme können nicht durch die Spezialisierung in einem einzelnen Bereich gelöst werden. Schulen, die keinen interdisziplinären Unterricht anbieten, agieren daher wirklichkeitsfremd. Berücksichtigt werden muss, dass diese Institution kein Ort ist, an welchem die Schlüsselprobleme der Menschheit gelöst werden. Dennoch

wird durch die frühe Förderung der Verbindung unterschiedlicher Fächer ein Bewusstsein dafür geschaffen, dass es Phänomene gibt, die über den Inhalt eines einzelnen Bereichs hinausgehen. Durch diese Sensibilisierung können Verknüpfungen im späteren Berufsleben einfacher und schneller erstellt werden. Zu beachten ist, dass sich im Laufe der Zeit diese multifaktoriellen Probleme ändern, weshalb sinnvoller fächerübergreifender Unterricht nur durch ein reflektiertes Handeln der Lehrperson stattfinden kann (Caviola et al., 2011, S. 21f.).

Fächerübergreifender Unterricht soll weiters das Lernen in Projekten fördern. Projektunterricht ermöglicht einen Erfahrungsraum für die Schüler*innen in der Schule zu schaffen. Bei der Bearbeitung eines solchen Vorhabens müssen die Grenzen der Unterrichtsfächer häufig überschritten werden.

Schlüsselqualifikationen wie differenziertes Denken, Kompetenzen bezüglich der Umwelt, kommunikative Fähigkeiten und die Steigerung der Ambiguitätstoleranz zählen zu den überfachlichen Kompetenzen. Im interdisziplinären Unterricht kann der Erwerb dieser optimal gefördert werden (Labudde, 2008, S. 11).

Ein weiterer Aspekt, welcher für fächerübergreifenden Unterricht in Schulen spricht, sind die Kommunikations- und Informationstechniken. Diese ermöglichen den Schüler*innen zu jedem Zeitpunkt gewünschte Information abzurufen. Weiters werden diese neuen Technologien im Berufsleben immer häufiger eingesetzt. Durch fächerübergreifenden Unterricht soll es gelingen, die Kinder auf die Zukunft im digitalen Zeitalter vorzubereiten. Hinzukommt, dass dadurch eine Basis für das lebenslange und selbstständige Lernen gelegt werden kann, wodurch es möglich wird, die vorhandene Informationsflut zu verarbeiten (Karch, 2013, S. 199).

Ein letztes Argument, welches die Bedeutsamkeit von fächerübergreifendem Unterricht in Schulen zeigt, ist, dass dieser besonders für Schülerinnen ansprechend wirkt. Durch die Verbindung zu anderen Disziplinen kann es Mädchen leichter fallen, Inhalte zu erschließen.

Ein Gegenargument für fächerübergreifenden Unterricht besagt, dass dieser zu wenige Fachinhalte vermittelt. Die Vielzahl an Studien dazu zeigt jedoch, dass neben einigen, die diese Aussage belegen, es ebenso Resultate gibt, durch welche die Behauptung widerlegt wird. Als Beispiel für Letztere dient die PISA Studie, welche erklärt, dass keine Leistungsunterschiede zwischen Schüler*innen, die mit oder ohne fächerübergreifenden Unterricht unterrichtet werden, bestehen (Labudde, 2008, S. 11).

4.3 Möglichkeiten fächerübergreifenden Unterrichts

Fächerübergreifendem Unterricht sind kaum Grenzen gesetzt. Es gibt unzählige Möglichkeiten, Inhalte Schüler*innen interdisziplinär zu vermitteln. Neben den Unterrichtsthemen gibt es weitere Möglichkeiten bei der Wahl der Methode, der Zusammenarbeit mit Kolleg*innen, sowie den überfachlichen Kompetenzen (Labudde, 2008, S. 12).

Fächerübergreifender Unterricht kann in zwei Ebenen eingeteilt werden, durch welche die Charakterisierung der Methoden erleichtert wird.

Die erste der beiden ist die Ebene der Inhalte beziehungsweise der Fächer. In dieser können weitere drei Unterteilungen getroffen werden. Die erste Form des Unterrichts erfolgt fachüberschreitend beziehungsweise intradisziplinär. Dieser Typ beschreibt die einfachste umzusetzende Form des fächerübergreifenden Unterrichts. Dabei wird ein Thema in einem Fach behandelt und zusätzlich werden Ausblicke in ein weiteres ermöglicht. Da diese Form keinen typischen fächerübergreifenden Unterricht darstellt, wird sie auch oft als anwendungsorientierter Unterricht bezeichnet. Der fächerverbindende Unterricht, auch multi- oder pluri-disziplinärer Unterricht genannt, bezieht sich auf zwei oder mehrere Fächer, in welchen zur gleichen Zeit das gleiche Thema behandelt wird. Die letzte Möglichkeit der Unterteilung auf der Ebene der Inhalte ist der fächerkoordinierende, interdisziplinäre, Unterricht. Im Mittelpunkt dieser Form steht ein Problem, welches es gilt zu lösen beziehungsweise Antworten zu finden. Die Beantwortung fordert Kompetenzen aus verschiedenen Fächern.

Die Ebene der Stundentafel beschreibt die zweite Ebene. Diese behandelt den Fächerkanon und wie dieser bezüglich des Stundenplans aufgeteilt wird. Hinsichtlich des fächerübergreifenden Unterrichts können in dieser Ebene zwei Typen unterschieden werden. Der erste der beiden beschreibt fächerergänzenden Unterricht. Unterschiedliche Unterrichtsfächer werden zu einem neuen Fach zusammengefasst und ergänzend angeboten. Integrierter Unterricht, der zweite Typ der Ebene der Stundentafel, findet sich in jeder Volksschule wieder. Dort werden die Fächer Biologie, Physik, Chemie, Geschichte, Wirtschaft und Geografie zusammengefasst und als einzelnes Fach namens Sachunterricht im Stundenplan vermerkt. Solch ein Integrationsfach muss jedoch nicht jede Stunde fächerübergreifende Methoden anbieten, sondern kann während bestimmter Phasen auch einzelne Inhalte fachspezifisch behandeln (Labudde, 2014, S. 16f.).

4.4 Fächerübergreifender Unterricht in der Praxis

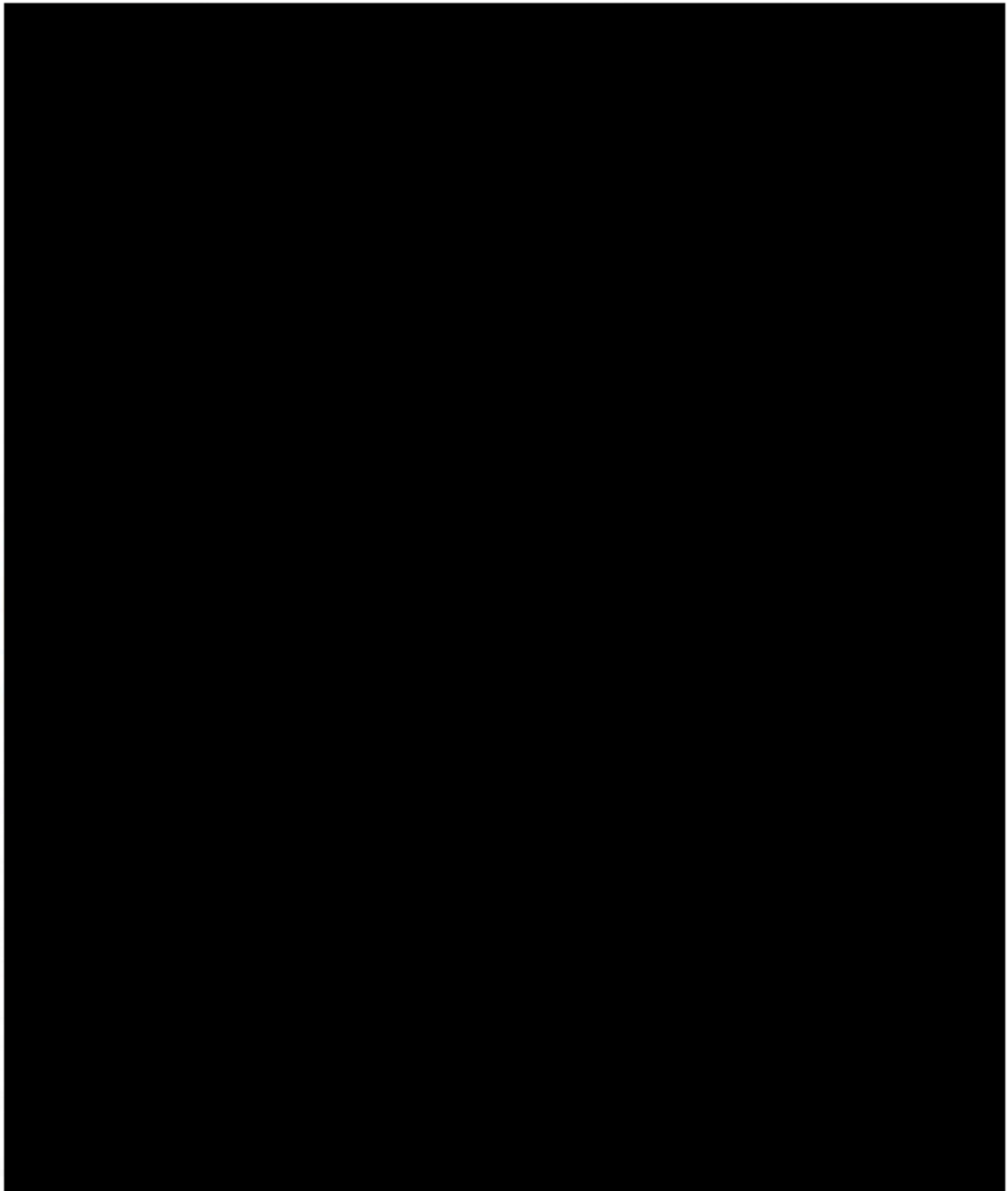


Abbildung 4 Fächerübergreifender Unterricht Mindmap

Um fächerübergreifenden Unterricht in der Schulpraxis umzusetzen, gibt es zahlreiche Möglichkeiten. In der Mindmap, welche in Abbildung 4 (Labudde, 2008, S.13) dargestellt ist, werden diese charakterisiert. Der Mittelpunkt trägt den Namen „Ich und mein Fach“. Interdiszip-

linärer Unterricht wird in den meisten Fällen vom eigenen Fach aus beziehungsweise dem Bereich, in welchem sich die Lehrperson sicher fühlt, geplant. Von diesem Zentrum aus lehnt sich die Lehrkraft auf verschiedene Zweige hinaus, erreicht dadurch andere Fächer und gestaltet somit fächerübergreifenden Unterricht.

Der erste Zweig namens „Kategorien“ beschreibt den Unterricht in einem Integrationsfach. Dieses muss nicht zwingend von einer einzelnen Lehrperson unterrichtet werden, sondern kann zwischen mehreren Lehrer*innen aufgeteilt werden. Im Bereich „Inhalte“ werden Unterrichtsthemen behandelt, die sich sowohl auf die Lebenswelt der Kinder beziehen als auch auf mehrere Fächer. Eine eindeutige Zuordnung zu einem speziellen Gebiet ist also nicht möglich. Im Rahmen der Erarbeitung solcher divergenten Themen werden Inhalte aus verschiedenen Perspektiven betrachtet. Der dritte Ast „Überfachliche Kompetenzen“ behandelt Fertigkeiten wie die kommunikative Kompetenz, die Informationsbeschaffung, Entscheidungen zu treffen und Urteile über die Richtigkeit eines Themas zu bilden. Im Zuge dessen können mehrere Kompetenzen vertieft oder auch neue hinzugefügt werden. Bezüglich des Astes der „Lehrerrolle“ ist eine Absprache mit den Kolleg*innen, falls im Team unterrichtet wird, unerlässlich. Der Unterricht soll möglichst schülerorientiert stattfinden. Verschiedene Methoden des Unterrichts, wie Projektarbeiten oder die Arbeit an Stationen, beschreibt der fünfte Ast „Unterrichtsmethoden“. Die Kinder führen dabei Arbeiten gemeinsam in Gruppen durch. Der sechste Bereich „Urteilen“ beschreibt die Notengebung, welche von allen mitwirkenden Lehrpersonen beeinflusst wird. Der letzte Ast, welcher frei ergänzbar ist, lässt Möglichkeiten für individuelle Vorhaben offen.

Durch diese Mindmap wird für Lehrer*innen sichtbar, in welchen Bereichen sie ihr eigenes Fach verlassen und sich auf neue Wege begeben. Dies ist abhängig von dem Unterrichtsthema und der gewählten Methode (Labudde, 2008, S. 141f.).

4.5 Gründe für fächerübergreifenden naturwissenschaftlichen Unterricht

Die Vernetzung der Bereiche der Naturwissenschaften in der Volksschule ist durch das inklusive Unterrichtsfach Sachunterricht gegeben. Wie sich diese Interdisziplinarität positiv auf die Schüler*innen auswirkt, wird in einer Metastudie von Bennett et al. aus dem Jahr 2007 sichtbar. Diese englische Metaanalyse mit dem Titel „Bringing Science to Life: A Synthesis of the Research Evidence on the Effects of Context-Based and STS Approaches to Science Teaching“ vergleicht Resultate von 17 ebenfalls englischsprachigen Studien miteinander. STS steht dabei für die drei englischen Begriffe „Science-Technology-Society“, zu Deutsch Naturwissenschaft-

ten, Technologie und Gesellschaft. Das Ergebnis der Metastudie zeigt, dass fächerübergreifender Unterricht positive Auswirkungen auf Schüler*innen hat, die durch gefächerten Unterricht nicht erreicht werden können. So wird zum Beispiel das Interesse an naturwissenschaftlichem Unterricht gesteigert und als Folge auch an den Naturwissenschaften selbst. Ein weiterer Vorteil, den interdisziplinärer Unterricht mit sich bringt, ist, dass die Einstellung von Mädchen bezüglich der STS Fächer positiv beeinflusst wird. Die Geschlechterdifferenz, welche in den Naturwissenschaften besteht, kann dadurch verringert werden (Labudde, 2014, S. 20).

Neben den positiven Auswirkungen auf die Interessen der Schüler*innen und die Geschlechterdifferenz sprechen weiters die Aspekte, welche in Abschnitt 4.2 angeführt sind, für fächerübergreifenden Unterricht in den Naturwissenschaften.

4.6 Zusammenhänge der Mathematik und der Naturwissenschaften

Die Mathematik gilt als die Sprache der Naturwissenschaften und ist daher nicht von diesen zu trennen (Karch, 2013, S. 199). Daraus kann abgeleitet werden, dass Themeninhalte dieser beiden Unterrichtsfächer interdisziplinär unterrichtet werden können und sollen. Möglichkeiten und Vorteile eines solchen Unterrichts werden durch das Projekt „MINT 2020“ aufgezeigt. Dieses ist eine Initiative, welche von der School of Education, der Alpen-Adria-Universität Klagenfurt und der Industriellenvereinigung ins Leben gerufen wurde und orientiert sich am STS-Ansatz. Die Abkürzung MINT steht für die Bereiche Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik.

Es gibt nicht den einen perfekten Unterricht, der für jedes Kind passend ist und für verschiedenste Inhalte angewendet werden kann. Unterricht ist immer abhängig von den individuellen Voraussetzungen der Lehrperson sowie der Kinder, den Themenbereichen, den Rahmenbedingungen und den Zielsetzungen. Der MINT-Unterricht orientiert sich an den allgemeinen Merkmalen guten Unterrichts von John Hattie wie Strukturiertheit, lernförderliches Klima, schülerorientiertes Lernen und anspruchsvollen Aufgabestellungen. Dadurch wird versucht, bestmögliche Lernvoraussetzungen für die Schüler*innen zu schaffen.

MINT-Unterricht wird offen gestaltet, da die Kinder durch die Eigenaktivität ihre Interessen finden und entwickeln können. Das Lernen soll dabei handlungsorientiert erfolgen, sodass die Schüler*innen in der Lage sind, Erfahrungen zu verschiedenen Themen zu sammeln. Für solch einen Unterricht eignet sich besonders das forschende Lernen. Dabei wird die Planung, die Durchführung und auch die Präsentation durchgeführter Projekte von den Schüler*innen selbst übernommen. Im Laufe der Durchführung kann das Schulgelände verlassen werden, sodass die Kinder Erfahrungen außerhalb ihres gewohnten Umfeldes sammeln können. Der

Lehrperson fällt bei dieser Form des Unterrichts eine unterstützende Rolle zu. Wichtig ist, dass Fehler als Chance zur Weiterentwicklung gesehen werden und daher konstruktiv damit umgegangen wird. Die Inhalte, die in dieser Form des fächerübergreifenden Unterrichts erarbeitet werden, sind anwendungsorientiert. Die Schüler*innen sollen über Themen lernen, die sie in ihrem jetzigen oder späteren Leben betreffen. Die Erfahrungswelt der Kinder muss bei der Wahl der Aufgabenstellung beziehungsweise des Projekts berücksichtigt werden. Kompetenzen, die durch den MINT-Unterricht gefördert werden, beziehen sich nicht nur auf Inhalte, sondern auch auf die sozialen Fähigkeiten der Kinder, wie der kommunikativen Kompetenz, die durch die Arbeit in Gruppen geschult wird (Industriellen Vereinigung, 2013, S. 16-20).

4.7 Arbeitsmethoden im naturwissenschaftlichen Sachunterricht

Erkunden Kinder ihre Welt, benutzen sie ganz von selbst naturwissenschaftliche Arbeitsweisen. Sie beobachten ein Phänomen und stellen Vermutungen an, um dieses zu beschreiben. Diese forschende Haltung ist also bereits beim Schuleintritt vorhanden, weshalb es die Aufgabe der Lehrperson ist, diese zu vertiefen und zu fördern.

Arbeitsmethoden des naturwissenschaftlichen Sachunterrichts sind folgende:

1. „Beobachten
2. Beschreiben
3. Ordnen, Vergleichen, Messen
4. Vermuten
5. Experimentieren
6. Dokumentieren
7. Argumentieren, Diskutieren und Problemlösen“ (Dittrich et al., 2018, S. 25)

Die Arbeitsweisen treten im Unterricht nicht isoliert auf, sondern ermöglichen durch Kombinationen dieser einen Erkenntnisgewinn.

Durch Beobachtungen, Beschreibungen sowie das Ordnen, Vergleichen und Messen können die Schüler*innen erfahrbare Phänomene ihrer Umwelt wahrnehmen, festhalten und beschreiben. Versuche beziehungsweise Experimente ermöglichen eine Verbindung zwischen der erfahrbaren Welt und der Welt des Modells. Letztere beschreibt die vereinfachte Darstellung von Problemen, wodurch das Verständnis von komplexen Sachverhalten erleichtert wird. Weiters wird dadurch ermöglicht, einzelne Aspekte isoliert zu betrachten (Dittrich et al., 2018, S. 25f.).

4.7.1 Beobachten

Bei der Arbeitsweise „Beobachten“, werden naturwissenschaftliche Phänomene möglichst exakt betrachtet. Die Schüler*innen werden dazu angeleitet, das natürliche unsystematische Beobachten in eine gezielte Beobachtung mit einer konkreten Absicht zu überführen. Dadurch soll eine vorgegebene Fragestellung beantwortet werden können. Das wissenschaftliche Beobachten kann durch gezielte Aufgabenstellungen angeregt und unterstützt werden.

Beobachtungen sind nicht ausschließlich visuell, sondern finden mit allen Sinnen, wie in Abbildung 5 (Dittrich et al., 2018, S. 33) verdeutlicht wird, statt (Dittrich et al., 2018, S. 33).



Abbildung 5 Beobachten mit Hilfe aller Sinne

4.7.2 Beschreiben

Die Beschreibung eines Phänomens erfolgt nach der Beobachtung dessen. Dabei werden die Erkenntnisse geordnet und zusammengefasst. Die Beschreibung kann sowohl schriftlich, mündlich als auch bildlich mit Hilfe von Skizzen erfolgen. Sie muss, wie die Beobachtung auch, zielgerichtet sein. Es wird eine Beantwortung zu einer bestehenden Fragestellung gesucht (Dittrich et al., 2018, S. 33).

4.7.3 Ordnen, Vergleichen, Messen

Durch den Prozess des Beobachtens entsteht eine Fülle an Eindrücken. Um diese verarbeiten und verstehen zu können, müssen die Ergebnisse der naturwissenschaftlichen Forschung geordnet werden. Die Kriterien oder Merkmale, nach denen geordnet wird, werden abhängig

von der Forschungsfrage festgelegt. Dieses Ordnungssystem wird bereits vor dem Arbeitsprozess definiert.

In der Schule wird diese Arbeitsweise eingeführt, indem die Lehrperson den Schüler*innen den Auftrag gibt, Objekte aus Sammlungen zu ordnen. Das Ordnungssystem kann sich dabei nach den Farben, Formen oder der Größe der zu ordnenden Gestände richten. Der Arbeitsprozess fordert von den Schüler*innen Gegenstände zu vergleichen und in weiterer Folge zu messen. Dabei werden Eigenschaften von Gegenständen, abhängig von einer Messgröße, erfasst. Daten werden somit vergleichbar und valide Ordnungen können entstehen. Messgrößen in der Naturwissenschaft sind Länge, Masse, Volumen, Zeit und Temperatur. Messgeräte wie das Lineal, die Waage, der Messzylinder, die Uhr und das Thermometer müssen vor dem Gebrauch von der Lehrperson eingeführt werden, sodass es den Schüler*innen ermöglicht wird, diese fachgerecht zu nutzen (Dittrich et al., 2018, S. 34).

4.7.4 Vermuten

Im Laufe der Erforschung von naturwissenschaftlichen Prozessen, gelangen Konzepte der erfahrbaren Welt an ihre Grenzen. Schüler*innen lernen Phänomene kennen, die sie mit Hilfe ihrer Präkonzepte nicht erklären können. Das Ziel des naturwissenschaftlichen Sachunterrichts ist es, diese zu erforschen und zu verstehen. Eine Möglichkeit hierfür ist es, zu unbekannten Sachverhalten Vermutungen anzustellen. Diese müssen nicht fundiert sein, die Kinder sollen jedoch Überlegungen treffen, wie sie ihre Vermutung innerhalb eines Versuches oder einer Versuchsreihe überprüfen können. Weiters können einfache Modelle entwickelt werden, welche Aufschluss darüber geben, ob eine Vermutung richtig oder falsch ist (Dittrich et al., 2018, S. 35f.).

4.7.5 Experimentieren

Mit der Durchführung von Experimenten innerhalb des Unterrichts wird den Schüler*innen ein selbstgesteuerter erfahrungsorientierter Unterricht gewährleistet. Dazu erhalten die Kinder eine Anleitung von der Lehrperson, welche von einem Versuch ausgeht und erste Erkenntnisse bezüglich der Forschungsfrage ermöglicht. Dadurch wird das Vorwissen der Schüler*innen aktiviert und die eigenen bestehenden Präkonzepte werden den Kindern bewusst. Anschließend wird das Experiment, welches auf dem Versuch aufbaut, durchgeführt. In dieser Phase stellen die Schüler*innen Vermutungen auf, die durch weitere Experimente überprüft werden können.

Wichtig beim Experimentieren in der Klasse ist es, den Kindern keine finale Erklärung im Vorfeld zu geben, da die Schüler*innen sich ansonsten die Frage stellen, wozu sie überhaupt das

Experiment durchführen sollen. Es ist daher wichtig die Kinder selbstständig nach einer Lösung für eine gestellte Forschungsfrage suchen zu lassen, um dadurch den Arbeitsprozess anzuregen.

Durch das Experimentieren werden verschiedene Fähigkeiten der Schüler*innen geschult, wie das Zusammenstellen von Arbeitsmaterialien, die Verarbeitung und Dokumentation von Messdaten und Ergebnissen, der Aufbau einer Versuchsanordnung, sowie der professionelle Umgang mit Fehlern und Problemen.

Experimente sind ein zentraler Bestandteil des naturwissenschaftlichen Sachunterrichts. Durch diese können Phänomene direkt in die Klasse geholt sowie Zusammenhänge veranschaulicht werden. Weiters erwerben die Schüler*innen Fachwissen und erweitern ihr Wissenschaftsverständnis. Experimentelle Fähigkeiten und Fertigkeiten werden gefördert (Dittrich et al., 2018, S. 36f.).

4.7.6 Dokumentieren

Die Art der Dokumentation ist abhängig von der Thematik und dem Leistungsstand der Schüler*innen. Möglichkeiten sind das schriftliche, mündliche oder bildliche Festhalten sowie die Eintragung von Daten in eine Tabelle. Weitere Optionen sind die Dokumentation mittels Fotos, einem Plakat oder unter Verwendung von Tablets. Dokumentiert werden im naturwissenschaftlichen Sachunterricht neben den Ergebnissen auch der Versuchsaufbau und die Durchführung (Dittrich et al., 2018, S. 38).

4.7.7 Argumentieren, Diskutieren und Problemlösen

Die Arbeitsweisen Argumentieren, Diskutieren und Problemlösen fördern die sprachliche Kompetenz der Schüler*innen. Die Kinder lernen im naturwissenschaftlichen Unterricht Fachbegriffe kennen und können diese in Gesprächen mit ihren Mitschüler*innen beziehungsweise der Lehrperson anwenden. Durch diese Weiterentwicklung der Sprache erlernen die Schüler*innen Schritt für Schritt den Inhalt von Fachtexten zu verstehen und diese als Informationsquelle zu nutzen, Sachverhalte zu beschreiben, ihre eigene Meinung zu äußern, gefundene Ergebnisse zu präsentieren und zu argumentieren (Dittrich et al., 2018, S. 37).

4.7.8 Schülervorstellungen

Schülervorstellungen sind der Ausgangspunkt naturwissenschaftlichen Lernens. Diese sind „geistige Entwürfe, die sich ein Mensch von der ihn umgebenden und durch Sinneseindrücke auf ihn wirkenden Welt macht.“ (Ewerhardy & Lange, 2016, S. 38)

Untersuchungen, die seit den 1970er Jahren durchgeführt werden, belegen, dass Schüler*innen zahlreiche und tief verankerte Vorstellungen über naturwissenschaftliche Phänomene besitzen. Diese Präkonzepte entsprechen nicht immer den wirklichen Gegebenheiten und werden in diesem Fall als Fehlvorstellungen bezeichnet. Alltagserfahrungen können in verschiedenen Situationen entstehen, wie durch Sinneserfahrungen, den Umgang mit der Natur, Gesprächen mit Mitmenschen, Medien oder durch die Alltagssprache.

Schülervorstellungen sind ein zentraler Aspekt des naturwissenschaftlichen Sachunterrichts. Diese Präkonzepte dürfen jedoch nicht unreflektiert übernommen werden. Die Vorstellungen ermöglichen es Kindern, in Alltagssituationen angemessen und erfolgreich zu handeln, lassen sich jedoch oft nicht mit den Konzepten der Naturwissenschaften vereinen. Vorhandene Fehlvorstellungen von Schüler*innen zu berichtigen, stellt eine herausfordernde Aufgabe für die Lehrperson dar (Ewerhardy & Lange, 2016, S 38-40).

4.8 Resümee

Fächerübergreifender Unterricht kann besonders in der Primarstufe gut umgesetzt werden, da die meisten Unterrichtsfächer von derselben Lehrperson unterrichtet werden. Ausgehend von den persönlichen Interessen und Stärken kann interdisziplinärer Unterricht geplant werden. Für die konkrete Umsetzung gibt es verschiedenste Möglichkeiten, die abhängig vom Lerninhalt und den Vorlieben der Lehrperson gewählt werden können.

Fächerübergreifender Unterricht bietet nicht nur innerhalb der Schule Vorteile, wie der Erhöhung der Motivation, sondern stellt auch eine notwendige Qualifikation für das spätere Berufsleben dar. Weiters wird es dadurch möglich, Lösungsstrategien für die Schlüsselprobleme der Gesellschaft zu finden.

5 Fermi-Aufgaben erstellen

5.1 Einleitung

Zu Beginn dieses Kapitels, werden die gesammelten Informationen zu Fermi-Aufgaben, der Begabungsförderung im Unterrichtsfach Mathematik sowie zu fächerübergreifendem Unterricht in der Primarstufe mit Augenmerk auf die Kombination von Mathematik und dem naturwissenschaftlichen Sachunterricht zusammengeführt. Dies erfolgt durch Verweise auf die vorangegangenen Kapitel.

Im Anschluss wird eine Fermi-Aufgabe, entworfen von der Verfasserin der Arbeit, vorgestellt. Um den Prozess, eine solche Frage zu erstellen, zu erleichtern, gibt es nach Büchter et al. (2010, S. 12) einen Leitfaden, welcher aus sieben Punkten besteht. Diese werden in den Abschnitten 5.3 bis 5.9 beschrieben.

Abschließend wird der Einsatz der Fermi-Aufgabe in der Begabungsförderung durch die Erfüllung der Bildungsstandards der Volksschule im Unterrichtsfach Mathematik begründet.

5.2 Begründung für die Erstellung der Fermi-Aufgabe

Fermi-Probleme sind nach Definition, wie in Abschnitt 2.1 nachzulesen ist, offene Fragen, welche sich auf die Alltagswelt der Schüler*innen beziehen. Diese Verbindung zwischen dem Alltag und der Mathematik bringt Vorteile mit sich. Durch die Verknüpfung des Alltagsdenkens mit dem mathematischen Denken, können Lernprozesse effektiviert werden, wie in Abschnitt 3.2.2 beschrieben wurde. Dieser Wechsel soll jedoch reflektiert erfolgen. Schätzungen und Ergebnisse sollen daher im Rahmen der Bearbeitung einer Fermi-Aufgaben von den Kindern immer auf ihre Plausibilität bezüglich der Alltagswelt überprüft werden.

In Abschnitt 3.6 wird die Problemlösekompetenz von mathematisch begabten Schüler*innen beschrieben. Diese ist für die Lösung einer Fermi-Aufgabe von besonderer Bedeutung. Die Kinder müssen ausdauernd arbeiten und selbstständig einen Lösungsweg finden. Im Zuge dessen werden Informationen gesammelt und geordnet, sodass diese für die Bearbeitung verwendet werden können. Die Schüler*innen müssen für die Lösung eines Fermi-Problems häufig verschiedene Darstellungsarten miteinander in Beziehung setzen, um neue Einsichten erhalten zu können. Dies ist ebenfalls ein Teilbereich der Problemlösekompetenz. Ein weiterer

Zusammenhang kann bei der Entwicklung von eigenen Fragestellungen erkannt werden. Schüler*innen schaffen dadurch Anschlussprobleme, so wie dies bei der Erstellung von Analogieaufgaben bezüglich einer Fermi-Frage der Fall ist.

Die Thematiken, die in Fermi-Aufgaben behandelt werden, lassen sich in vielen Fällen nicht einem einzelnen Fach zuordnen. Das Vorwissen der Kinder ist, wie in Abschnitt 4.1 erläutert wurde, eine Sammlung von Informationen, die verschiedenen Unterrichtsfächern zugeordnet werden können. Fermi-Fragen, deren Aufgabenstellungen sich auf mehrere Themenbereiche beziehen, können für Schüler*innen motivierend wirken und erreichen, dass neue Einsichten bezüglich bestimmter Themen gewonnen werden. Kompetenzen, die für fächerübergreifenden Unterricht notwendig sind, wie differenziertes Denken und kommunikative Fähigkeiten, werden durch die Bearbeitung von Fermi-Problemen gezielt geschult. Auch die Genderdifferenz kann durch jene Aufgaben verringert werden. Durch interdisziplinären Unterricht ist es Mädchen möglich, Inhalte schneller und tiefergehender zu begreifen. Fächerübergreifender Unterricht, welcher mit Hilfe von Fermi-Aufgaben durchgeführt wird, bezieht sich auf die Ebene der Inhalte, welche in Abschnitt 4.2 näher beschrieben ist.

Für die Umsetzung von Fermi-Aufgaben können nach Abschnitt 2.5 verschiedene Unterrichtsmethoden genutzt werden. Die Bestimmung dieser ist abhängig von dem Zeitpunkt der Durchführung in Bezug auf die Phase der Erarbeitung eines neuen Themas. Ist der Prozess der Informationsvermittlung und der Übungsphase bereits abgeschlossen, so eignen sich Fermi-Aufgaben für alle Schüler*innen einer Klasse. Sie können dadurch ihr Wissen festigen und vertiefen. Wird die Aufgabe jedoch für die Förderung von mathematisch begabten Kindern eingesetzt, so erfolgt die Durchführung bereits in einer früheren Phase. Befindet sich der Großteil der Schüler*innen einer Klasse in der Übungsphase, können jene Kinder, welche den Lerninhalt bereits beherrschen, aus dem Klassengefüge genommen werden. Sie bearbeiten dann eine Fermi-Aufgabe, welche sich auf das gleiche Thema bezieht, das die Klasse in der Unterrichtsstunde bearbeitet. Anstatt Inhalte weiter zu üben, welche die Schüler*innen bereits beherrschen, können sie mit Hilfe der Fermi-Frage ihr Wissen vertiefen.

Diese Überlegung kann mit der Fördermethode Enrichment, welche in Abschnitt 3.5.1 beschrieben ist, in Verbindung gebracht werden. Begabte Schüler*innen, welche nach dieser Maßnahme gefördert werden, erhalten anspruchsvollere Aufgaben als ihre Mitschüler*innen. Kompetenzen, die dadurch entwickelt werden sollen, sind das kritische und kreative Denken. Durch die Bearbeitung qualitativ herausfordernder Aufgaben wird eine Vertiefung und Erweiterung der Lerninhalte ermöglicht, so wie dies auch beim Einsatz von Fermi-Aufgaben der Fall ist. Werden Fermi-Fragen für die Enrichmentmaßnahme eingesetzt, findet die Förderung der

Schüler*innen integrativ statt. Die Kinder können dadurch im Klassenverband bleiben und dennoch ihre individuellen Stärken ausbauen.

Fermi-Aufgaben lassen sich mit dem naturwissenschaftlichen Sachunterricht in Verbindung bringen. Um bestehende Informationslücken zu schließen, die für die Bearbeitung der Fermi-Frage notwendig sind, sollen die Schüler*innen selbst Methoden entwickeln beziehungsweise finden. Eine Möglichkeit dafür ist die Beobachtung eines bestimmten Sachverhalts. Anschließend muss dieser beschrieben werden, sodass die wichtigsten Daten herausgefiltert werden können. Auch das Ordnen, Vergleichen und Messen sind Arbeitsmethoden, die für die Informationsgewinnung genutzt werden können. Die Dokumentation der Arbeitsschritte sowie die Diskussionen mit Mitschüler*innen, welche Argumentationen forcieren, sind für die Bearbeitung von Fermi-Aufgaben notwendig. Das Problemlösen steht während dieses Prozesses immer im Vordergrund. Die Arbeitsmethoden aus dem naturwissenschaftlichen Sachunterricht, welche in Abschnitt 4.6 nachzulesen sind, führen zu einem Erkenntnisgewinn, der notwendig ist, um eine Fermi-Frage zufriedenstellend zu lösen. Durch dieses handlungsorientierte Lernen wird es ermöglicht vertiefende Einblicke in bestimmte Themen zu erhalten.

Die Fermi-Aufgabe, welche im Anschluss vorgestellt wird, wurde von der Verfasserin der Arbeit nach den Kriterien zum Erstellen einer Fermi-Frage nach Büchter et al. (2010, S. 12-13) erstellt. Gedacht ist diese Aufgabe für die Vertiefung bezüglich der Längenmessung und Längeneinheiten für mathematisch begabte Schüler*innen der Grundstufe 2. Der zeitliche Umfang beträgt dabei rund eine Unterrichtsstunde.

Für die bessere Veranschaulichung der erstellten Fermi-Aufgabe wird nun eine fiktive Schule vorgestellt. In dieser werden drei Klassen pro Jahrgang unterrichtet. Die durchschnittliche Anzahl an Schüler*innen in einer Klasse beträgt 22 Kinder. Dieser Schätzwert ergibt sich aus Daten der Statistik Austria (2021).

Die Sozialform, welche für die Bearbeitung der im Anschluss vorgestellten Fermi-Aufgabe gewählt wurde, ermöglicht die Zusammenarbeit zwischen mehreren Schüler*innen. Es soll daher nicht ein einzelnes Kind aus dem Klassenverband genommen werden, sondern mindestens zwei. Wenn es besonders viele mathematisch begabte Kinder in einer Klasse gibt, müssen zwei Gruppen gebildet werden, da eine Gruppengröße von zwei bis vier Schüler*innen nicht überschritten werden soll. Begründet wird diese Zusammenarbeit mit den in Abschnitt 2.5.1 angeführten Argumenten. Diese beschreiben, dass die Lernchancen und der Wissenserwerb durch eine kooperative Lernform gesteigert werden.

5.3 Themenfindung

Zu Beginn wird die Thematik, mit welcher sich die Aufgabe beschäftigen soll, ausgewählt. Eine Möglichkeit ist es, ein konkretes Thema zu suchen, welches im Zusammenhang mit der Alltagswelt der Schüler*innen steht. Dazu zählen beispielsweise Umwelt, Familie, Freizeit, Technik, Verkehr, Post, Berufsleben, Geld und viele weitere. Eine zusätzliche Variante stellt die bewusste Betrachtung von Alltagssituationen und die Verbindung dieser zur Mathematik dar. Dabei kann folgende Frage gestellt werden: „Welche Bereiche der Mathematik erlebe ich gerade in dieser Situation?“. Ideen können weiters in Zeitungen oder im Internet gesammelt werden (Büchter et al., 2010, S. 12-13).

5.3.1 Themenfindung der eigenen Aufgabe

Die Verfasserin der Arbeit hat sich für die Themenfindung für die genaue Betrachtung alltagsnaher Thematiken unter Zuhilfenahme des Volksschullehrplans entschieden. Da der zu behandelnde Bereich aus dem naturwissenschaftlichen Sachunterricht stammen soll, wurden zu Beginn die Bereiche Biologie, Physik und Chemie genauer betrachtet und auf ihre Themengebiete überprüft. Zu finden sind diese im Lehrplan der Volksschule im Abschnitt Sachunterricht. Dieser wird in sechs Bereiche unterteilt, wobei vier dem sozio-kulturellen und zwei dem naturwissenschaftlichen Sachunterricht zugeordnet werden. Jene zwei Erfahrungs- und Lernbereiche tragen die Namen Natur und Technik. Ersterer bezieht sich auf die Vorerfahrungen der Schüler*innen, die sie bereits zur Natur und ihrem eigenen Körper gesammelt haben. Das Ziel ist es, ein Verständnis für die Natur mit Hilfe von spezifischen Arbeitsweisen zu entwickeln, welches zu einem verantwortungsvollen Umgang mit dieser führt. In weiterer Folge sollen sich die Kinder als ein Teil der Natur verstehen und die Notwendigkeit einer gesunden Lebensführung erkennen. Der Erfahrungs- und Lernbereich Technik behandelt Kräfte, deren Wirkungen, sowie Stoffe und ihre Veränderungen. Auch hier bilden die bereits gesammelten Erfahrungen der Schüler*innen die Grundlage für einen gelingenden Unterricht. Durch spezifische Arbeitsweisen soll der sachgerechte Umgang mit Technik thematisiert werden. Weiters ist anzustreben, dass die Kinder diese in das Ordnungsgefüge der Natur einbetten können und sich über die Abhängigkeit der Naturgesetze bewusst sind (Lehrplan der Volksschule, 2012, S. 85f.).

Durch die genaue Betrachtung der Inhalte in der Grundstufe 2 kann festgestellt werden, dass es sehr schwierig ist, eine Aufgabenstellung für eine Fermi-Frage aus dem Erfahrungs- und Lernbereich Technik zu erstellen. Es gibt unzählige Möglichkeiten für Fermi-Aufgaben aus dem Bereich Chemie, welche jedoch inhaltliches Wissen verlangen, das weit über die Inhalte der im Lehrplan der Primarstufe angeführten Unterrichtsthemen hinausgeht.

Im nächsten Schritt erfolgte daher die bewusste Betrachtung der volksschulrelevanten Inhalte des Erfahrungs- und Lernbereichs Natur, welcher mit Physik und Biologie in Verbindung gebracht werden kann.

Jene Aufgabenstellungen, welche von den Schüler*innen abverlangen, Flächeninhalte oder Volumina zu berechnen, wurden schnell wieder verworfen. Begründet ist dies dadurch, dass das Themengebiet der Flächeninhaltsberechnung in der vierten Schulstufe behandelt wird. Eine Fermi-Aufgabe, die dies abverlangt, ist daher nicht für Schüler*innen der dritten Schulstufe und damit nicht für die gesamte Grundstufe zwei geeignet. Weiters ist die Berechnung des Volumens eines Körpers zu komplex für Schüler*innen der Volksschule und wird daher nicht in der Primarstufe behandelt.

Unter Miteinbeziehung aller Faktoren fiel die Wahl für das Thema der Fermi-Aufgabe auf den naturwissenschaftlichen Bereich Biologie. Die Frage beschäftigt sich mit der Körpergröße eines Kindes und wie sich diese im Laufe der vier Schuljahre in der Primarstufe ändert. Weitere Aspekte, wie die Größe des Kopfes eines Kindes im Volksschulalter und etwaige Größenunterschiede zwischen Mädchen und Burschen, werden behandelt. Mathematische Bereiche, welche für die Bearbeitung einer Aufgabe dieser Thematik notwendig sind, sind die Längenberechnung sowie die Umwandlung von Längenmaßen.

5.4 Formulierung der Aufgabe

Im zweiten Schritt der Erstellung einer Fermi-Aufgabe, wird die Frage formuliert. Hierzu eignen sich folgende Satzanfänge.

- „Wie viele ...?
- Wie, groß, hoch, weit, schwer, teuer, ...?
- Wenn der/die/das ... ein/eine ... wäre, ...?
- Wenn man sich einmal vorstellt, ...?“ (Büchter et al., 2010, S. 13)

5.4.1 Formulierung der eigenen Aufgabe

Wie in Abschnitt 2.1 nachzulesen ist, ist die Fragestellung einer Fermi-Aufgabe prägnant und wird allein mit Wörtern und damit ohne Zahlen formuliert. Informationen, die für die Bearbeitung der Aufgabe benötigt werden, sind daher nicht vollständig aus der Angabe zu entnehmen, sondern müssen selbstständig ermittelt werden.

Unter Berücksichtigung der empfohlenen Satzanfänge entstand die folgende Formulierung für die Fermi-Aufgabe.

*Wie hoch wäre ein Turm aus allen Schüler*innen deiner Schule, wenn sich die Kinder auf die Schultern voneinander stellen?*

Um das Verständnis der Fragestellung zu gewährleisten, ist es sinnvoll, eine Abbildung zur Verfügung zu stellen. Diese kann sich gemeinsam mit der Fermi-Frage auf einer Aufgabenkarte befinden. Um Verwirrung zu vermeiden, eignet es sich weiters, eine Überschrift für die Fermi-Aufgabe zu finden. Besonders für den Fall, dass schon mehrere solcher Aufgaben bearbeitet wurden, ist die eindeutige Zuordnung eines Namens zu der Fragestellung hilfreich. Eine Aufgabenkarte für diese Fermi-Frage kann wie in Abbildung 6 (Abbildung in Anlehnung an Pixabay) aussehen.



Abbildung 6 Aufgabenkarte Vorderseite

Durch die Betrachtung der Aufgabenkarte wird ein Verständnis für die Aufgabenstellung angebahnt. Dadurch sind die Schüler*innen in der Lage, die erste Frage der Durchführung, welche in Abschnitt 2.6 beschrieben wurde, zu beantworten. Durch diese soll geklärt werden, was herausgefunden werden muss, um die Fermi-Aufgabe zu lösen.

Auf der Rückseite der Aufgabenkarte, zu sehen in Abbildung 7, befinden sich Hinweise, welche die Schüler*innen bei der Bearbeitung der Fermi-Frage unterstützen können. Ob diese Hilfestellung genutzt wird, kann von den Kindern selbst entschieden werden. Der erste angeführte Hinweis soll eine Bezugsgröße darstellen (Schedl, 2018, S. 124). Dadurch sind die Schüler*innen in der Lage ihr Ergebnis mit ihrer Alltagswelt in Verbindung zu setzen und es somit auf

seine Plausibilität zu überprüfen. Die weiteren zwei Hilfestellungen dienen als Anregung bezüglich des Bearbeitungsprozesses. Die Kinder erkennen dadurch welche Aspekte bei der Erstellung der Rechnungen zu beachten sind.

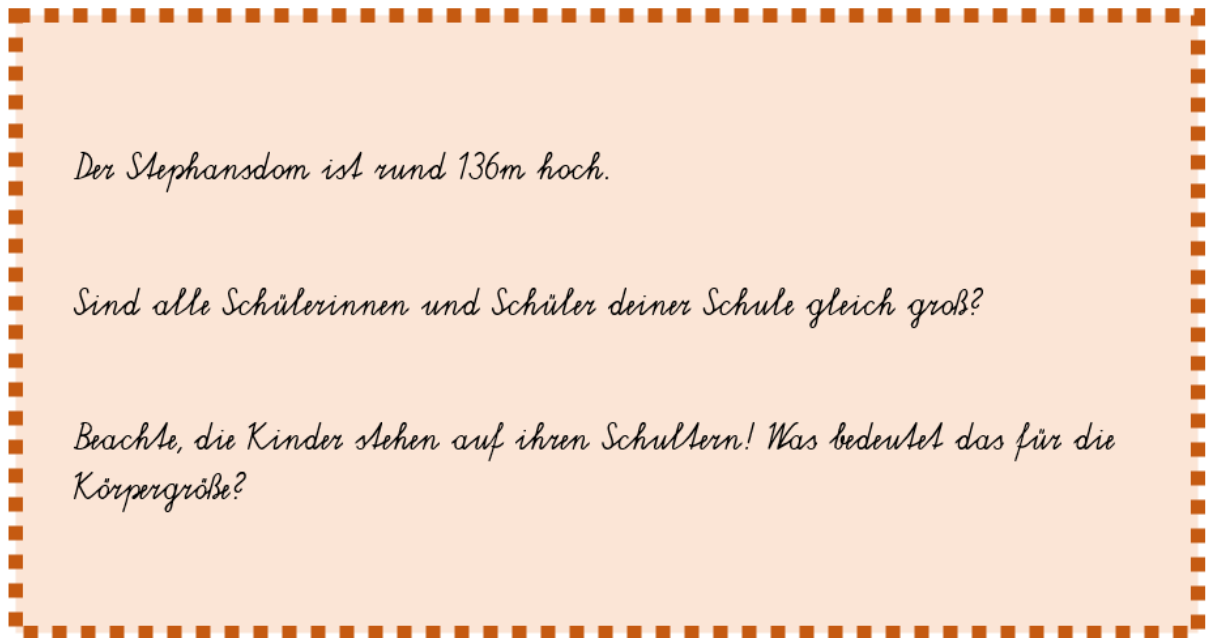


Abbildung 7 Aufgabenkarte Rückseite

5.5 Abschätzung des Vorwissens der Schüler*innen

Im nächsten Unterfangen muss überlegt werden, ob die nötigen Informationen durch den Menschenverstand abgeschätzt werden können. Falls dies nicht möglich ist, muss alternativ Material zur Recherche oder zum Messen zur Verfügung gestellt werden (Büchter et al., 2010, S. 13).

5.5.1 Abschätzung des Vorwissen bezüglich der eigenen Aufgabe

Die Fermi-Aufgabe kann ohne Materialien von den Schüler*innen gelöst werden, sofern diese wissen wie groß sie selbst sind. Dadurch können die sie mit Hilfe dieser Information Abschätzungen für andere Kinder treffen. Dennoch ist es wichtig Material anzubieten. Dadurch entsteht für die Kinder die Möglichkeit ihr Vorwissen zu überprüfen.

Durch den Einsatz von Materialien kann ein handlungsorientierter Unterricht stattfinden. Dieser ermöglicht fächerübergreifenden Unterricht, welcher in Abschnitt 4.5 näher beschrieben wird. Dadurch können die Schüler*innen nachhaltige Erfahrungen zu einem bestimmten

Thema sammeln. Fermi-Aufgaben ermöglichen in dieser Hinsicht forschendes Lernen. Es wird also sowohl die Planung, die Durchführung und die Präsentation der Ergebnisse von den Kindern selbst geplant.

Bezogen auf diese Fermi-Aufgabe kann den Schüler*innen ein Maßband zur Verfügung gestellt werden. Mit diesem können sie ihren eigenen Körper sowie ihren Kopf und Hals abmessen. Abhängig davon wie viele Erfahrungen die Kinder bereits zum Messen von Längen gesammelt haben, kann der Messvorgang erschwert werden, indem ein Maßband zur Verfügung gestellt wird, das nur einen Meter beziehungsweise einen halben Meter lang ist. Ob diese Differenzierungsmöglichkeit genutzt wird, hängt von der Einschätzung der Lehrperson bezüglich des Leistungsstandes der begabten Kinder ab.

5.6 Selbst die Aufgabe durchführen

Im vierten Schritt wird die Fermi-Aufgabe selbst von der/dem Aufgabensteller*in gelöst. Dadurch wird ein möglicher Lösungsweg ermittelt. Dieser darf jedoch nicht als einzige Möglichkeit angenommen werden. Alternative Herangehensweisen sind zu bedenken. Weiters werden in diesem Schritt zulässige Werte festgelegt. Die dabei auftretende Frage „Was darf höchsten oder mindesten angenommen werden?“ wird beantwortet (Büchter et al., 2010, S. 13).

5.6.1 Durchführung der eigenen Aufgabe

Bei der Bearbeitung der Aufgabe werden die vier Grundfragen, welche in Abschnitt 2.6 angeführt sind, berücksichtigt.

Die erste Frage danach, was herausgefunden werden soll, kann direkt aus der Fragestellung abgeleitet werden. Gesucht ist also ein Turm aus Schüler*innen. Diese stehen auf den Schultern voneinander, weswegen die Höhe des Kopfes und des Halses von der Körpergröße abgezogen werden muss. Dadurch und unter Berücksichtigung der verschiedenen Körpergrößen, kann die Höhe des Turms berechnet werden.

Durch diese Überlegungen ist bereits ein Teil der zweiten Frage, danach was bereits bekannt ist, beantwortet. Weiters kennen die Schüler*innen eventuell schon die eigene Körpergröße. Bei einem Kind in der zweiten Grundstufe sind das rund 130cm (Bull World Health Organ, 2007). Zusätzlich ist vielleicht schon bekannt, wie viele Klassen es pro Jahrgang gibt. In diesem Fall sind es also 12 Klassen. Die Schüler*innen wissen wahrscheinlich auch, wie viele Kinder in ihrer eigenen Klasse sind.

Die dritte Frage, welche behandelt, was noch nicht bekannt ist, lässt viele individuelle Antworten zu. Die Schüler*innen müssen wahrscheinlich Informationen über die Höhe eines Kopfes und des Halses sammeln. Weiters muss überschlagen werden, wie viele Kinder es insgesamt in der Schule gibt. Auch Informationen über den Größenunterschied zwischen Schüler*innen in unterschiedlichen Schulstufen müssen ermittelt werden.

Die vierte Frage beschäftigt sich mit Vorgängen, um Informationslücken zu schließen. Die Höhe des Kopfes und des Halses kann mit Hilfe eines Maßbandes nachgemessen werden. Wie viele Kinder es insgesamt in der Schule gibt, kann aufgrund der Informationen, die über die eigene Klasse bekannt sind, überschlagen werden. Zuletzt muss die Frage nach dem Größenunterschied der Kinder beantwortet werden. Die Schüler*innen können hierfür in unterschiedliche Klassen gehen und die Größen einiger Kinder abmessen. Möglich ist es weiters, Schätzungen durchzuführen. Diese können auf der eigenen Entwicklung der Körpergröße oder jener von Geschwistern und Freund*innen beruhen.

Eine Möglichkeit der expliziten Umsetzung kann wie folgt aussehen.

Angabe:

- 12 Klassen
- Ungefähr 22 Kinder pro Klasse
- Die eigene Körpergröße: 130cm

Gesucht:

1. Anzahl der Schüler*innen der ganzen Schule
2. Höhe des Kopfes und Halses
3. Größenunterschied zwischen Kindern unterschiedlichen Alters
4. Gesamthöhe des Turms

Die erste Frage wird mit Hilfe folgender Multiplikation beantwortet:

22 Kinder • 12 = 264 Kinder

Die Antwort auf die zweite Frage wird durch Messungen mit einem Maßband herausgefunden. Die ungefähre Höhe des Kopfes und Halses eines Kindes beträgt demnach ungefähr 25cm. (Diese Daten wurden durch Messungen von zwei Kindern, wobei eines die erste Schulstufe und eines die vierte besucht, ermittelt.)

Durch Kenntnisse bezüglich der eigenen Körpergröße und jener von Freund*innen und Geschwistern, kann erkannt werden, dass Schüler*innen in der ersten Schulstufe rund 115,5cm groß sind, in der zweiten rund 121cm, in der dritten rund 127cm und in der vierten rund 133cm (Bull World Health Organ, 2007).

Unter Berücksichtigung dieser Schätzungen und Überlegungen kann nun die vierte Frage mit Hilfe folgender Rechnungen beantwortet werden.

$$264 : 4 = 66 \text{ Kinder pro Jahrgang}$$

$$66 \cdot 116\text{cm} = 7\,656\text{cm}$$

$$66 \cdot 121\text{cm} = 7\,986\text{cm}$$

$$66 \cdot 127\text{cm} = 8\,382\text{cm}$$

$$66 \cdot 133\text{cm} = 8\,778\text{cm}$$

$$7\,656\text{cm} + 7\,986\text{cm} + 8\,382\text{cm} + 8\,778\text{cm} = 32\,802\text{cm}$$

Im Anschluss muss die Höhe des Kopfes und Halses berechnet und im nächsten Schritt abgezogen werden. Die Kopfhöhe des Kindes an obersten Stelle zählt zur Höhe des Turmes, weswegen diese nicht abgezogen wird.

$$25\text{cm} \cdot 263 = 6\,575\text{cm}$$

$$32\,802\text{cm} - 6\,575\text{cm} = 26\,227\text{cm}$$

Sofern die Umrechnung von Längenmaßen beherrscht wird, lautet eine mögliche Annäherung an ein Ergebnis demnach 262,27m.

Weitere Möglichkeiten diese Fermi-Aufgabe zu lösen, müssen an dieser Stelle berücksichtigt werden. Die Daten, die ermittelt werden müssen, sind für jeden Lösungsweg gleich, die Abfolge der Rechenschritte sowie die Strategie dahinter können sich jedoch unterscheiden. So kann aus den geschätzten Körpergrößen der Schüler*innen die Durchschnittsgröße exklusive Höhe des Kopfes und Halses ermittelt werden. Diese wird anschließend mit der Anzahl der Kinder in der Schule multipliziert, um eine Lösung zu erhalten. Weiters ist es möglich, die durchschnittliche Größe zu bestimmen, so den Turm inklusive der Höhe des Kopfes und des Halses zu ermitteln und jene erst in einem späteren Schritt abzuziehen.

Der Lösungsweg kann sich weiters aufgrund der Genauigkeit der gesammelten Informationen unterscheiden. Sofern die begabten Schüler*innen jenen Aspekt berücksichtigen wollen, können sie unterschiedliche Körpergrößen für Mädchen und Burschen annehmen. Weiters kann individuelles Vorwissen genutzt werden, um das Ergebnis noch exakter zu ermitteln. Möglich ist es, die Körpergröße eines besonders großen oder kleinen Kindes zu berücksichtigen, welches vielleicht in die eigene Klasse geht oder schon öfters im Schulhaus gesehen wurde. Der Exaktheit der Lösung sind also, bis auf die zeitlichen Ressourcen, keine Grenzen gesetzt.

Die Perspektive, das Problem exakter lösen zu können, ermöglicht für die Lehrperson die Bearbeitungszeit zu regulieren. Sind die mathematisch begabten Schüler*innen bereits nach kurzer Zeit auf einen Lösungsweg und ein dadurch resultierendes Ergebnis gestoßen, so kann dieses durch gezielte Anregungen der Lehrkraft bezüglich der Genauigkeit verbessert werden.

Zulässige Werte für diese Rechnung sind folgende: Die durchschnittliche Körpergröße der Schüler*innen soll einen Wert zwischen 119cm und 129cm annehmen. Der Wert des Größenunterschieds zwischen Kindern in aufeinanderfolgenden Schulstufen liegt zwischen vier und sieben Zentimetern. Für die Höhe des Kopfes und des Halses sind Angaben zwischen 23cm und 27cm zugelassen. Die Anzahl der Schüler*innen der Schule darf maximal um 15 Kinder vom tatsächlichen Wert abweichen.

5.7 Schwierigkeitsgrad ermitteln

Im nächsten Schritt wird der Schwierigkeitsgrad der Problemstellung ermittelt. Dabei werden das Vorwissen und die Fähigkeiten der Schüler*innen berücksichtigt (Büchter et al., 2010, S. 13).

5.8 Schüler*innen in den Lösungsprozess miteinbeziehen

Im sechsten Unterpunkt wird an die Sorglosigkeit appelliert. Es ist in Ordnung Schüler*innen eine Aufgabe vorzustellen, welche selbst noch nicht zufriedenstellend gelöst wurde. Häufig haben die Kinder andere Zugangsweisen, sodass gemeinsam eine zureichende Lösung gefunden werden kann (Büchter et al., 2010, S. 13).

5.9 Analogieaufgaben

Die letzte Anregung beschreibt, Schüler*innen selbst Fermi-Aufgaben entwickeln zu lassen. Wurde im Unterricht bereits eine Fermi-Frage behandelt, können die Kinder in Anlehnung daran eine Analogieaufgabe erstellen. Dadurch werden mathematische Aspekte, die den Kindern alltäglich begegnen, aufgedeckt (Büchter et al., 2010, S. 12f.).

5.9.1 Analogieaufgaben bezüglich der eigene Aufgabe

Für die Erstellung einer Analogieaufgabe, werden einzelne Aspekte der Fragestellung abgeändert. Bezogen auf die erstellte Fermi-Aufgabe der Verfasserin der Arbeit, können solche Aufgaben wie folgt aussehen.

- Wie hoch wäre ein Turm aus allen Personen der Schule, wenn diese sich auf die Schultern voneinander stellen?
- Wie lang wäre eine Schlange aller Schüler*innen deiner Schule, wenn sich die Kinder mit ausgestreckten Armen an ihren Händen halten? (Menschenkette)

Letztere Analogieaufgabe verlangt einen beinahe äquivalenten Rechenweg, wie in der Ausgangsaufgabe verwendet. Dies ist dadurch zu begründen, dass die Körpergröße eines Menschen ungefähr der Armspanne entspricht, da der Körper symmetrisch gebaut ist (Buschmann, 2020).

5.10 Kompetenzen die durch die Aufgabe gefördert werden

Die Kompetenzbereiche des Mathematikunterrichts in der Volksschule werden, wie in Abbildung 8 (Bifie, 2011, S. 7) zu sehen ist, in zwei Komponenten unterteilt. Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen beinhalten das Modellieren, Operieren, Kommunizieren und Problemlösen und stellen den ersten Bereich dar. Dieser bezieht sich auf den Prozess des Rechnens. Zusammen mit den inhaltlichen mathematischen Kompetenzen, welche die Arbeit mit Zahlen, Operationen, Größen sowie Ebene und Raum behandeln, werden die mathematischen Kompetenzen im Mathematikunterricht der Primarstufe beschrieben. Um mathematische Aufgaben zu lösen, ist die Verbindung der beiden Komponenten notwendig (Bifie, 2011, S. 7).

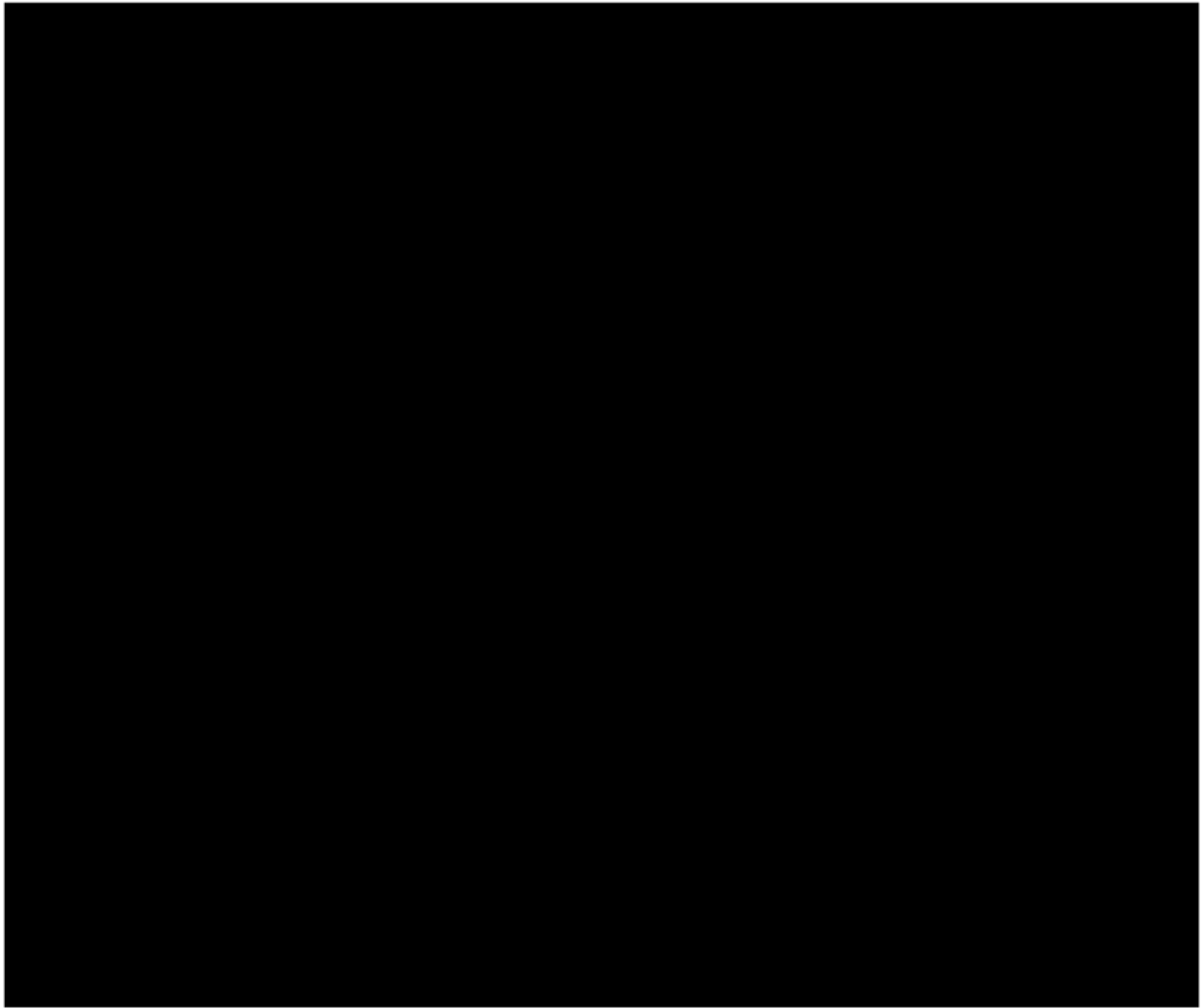


Abbildung 8 Kompetenzbereiche der Bildungsstandards Mathematik Volksschule

Im Zuge der Bearbeitung der vorgestellten Fermi-Aufgabe werden beinahe alle Kompetenzbereiche bearbeitet.

5.10.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen

Das Modellieren beschreibt den Vorgang, ein Sachproblem in ein mathematisches Modell zu überführen. Das Ausgangsproblem ist in diesem Fall die Frage danach, wie hoch der Turm aus allen Schüler*innen ist. Das dazugehörige mathematische Modell kann einer Tabelle entsprechen, in welcher die unterschiedlichen Größen der Kinder sowie die Anzahl der Schüler*innen pro Jahrgang festgehalten sind.

„1.1 Eine Sachsituation in ein mathematisches Modell (Terme und Gleichungen) übertragen, dieses lösen und auf die Ausgangssituation beziehen.

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- aus Sachsituationen relevante Informationen entnehmen,

- passende Lösungswege finden,
- die Ergebnisse interpretieren und sie überprüfen.“ (Bifie, 2011, S.17)

Damit die Lösung der Fermi-Frage berechnet werden kann, müssen die Schüler*innen verschiedene mathematische Operationen durchführen. Die Herausforderung dabei ist es, das richtige Verfahren zu finden und dieses auch korrekt ausführen zu können. Bezüglich der erstellten Aufgabe werden, abhängig vom Lösungsweg, die vier Grundrechnungsarten benötigt. Weiters sind eventuell das Runden und Überschlagsrechnungen notwendig.

„2.1 Mathematische Abläufe durchführen

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- arithmetische Operationen und Verfahren durchführen.“ (Bifie, 2011, S. 17)

Das Kommunizieren, Argumentieren und Darstellen der eigenen Gedanken ist bezüglich der Sozialform, welche für die Bearbeitung der Aufgabe „Ein Turm aus Kindern“ gewählt wurde, unerlässlich.

„3.1 Mathematische Sachverhalte verbalisieren und begründen

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- mathematische Begriffe und Zeichen sachgerecht in Wort und Schrift benützen,
- Lösungswege vergleichen und ihre Aussagen und Handlungsweisen begründen.“ (Bifie, 2011, S. 17)

Die Kompetenz des Problemlösens bezieht sich auf den innermathematischen Bereich. Das Kind sieht in diesem Fall das Ziel, weiß jedoch nicht, wie es dort hingelangen soll. Dadurch entsteht ein Problem. Im ersten Schritt muss daher von den Schüler*innen ein Problem erkannt werden, welches nicht zwangsweise von der Lehrperson vorgegeben sein muss. Um das Ziel zu erreichen, eine zufriedenstellende Lösung zu finden, kann das Kind verschiedene Tätigkeiten ausführen. Dazu zählen das Vermuten und Probieren sowie das Erkennen von Zusammenhängen und die Erstellung von Tabellen. Damit der Prozess des Problemlösens gelingen kann, ist das Vertrauen in die eigenen Fähigkeiten eine grundlegende Voraussetzung. Durch die ungelenkte Auseinandersetzung mit solch einem Problem, lernen die Schüler*innen ihre Überlegungen zu reflektieren und selbstständig zu arbeiten. Bezogen auf die erstellte Fermi-Aufgabe ist das Ziel, die Höhe des Turmes zu bestimmen, den Schüler*innen bereits zu Beginn bewusst. Nach der Erstellung des mathematischen Modells stellt sich jedoch die Frage, wie

dieses erreicht werden kann. Durch das Ausprobieren verschiedener Lösungswege sowie der Berücksichtigung der verschiedenen Zusammenhänge kann ein Ergebnis gefunden werden.

„4.2 Lösungsstrategien (er)finden und nutzen

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- geeignete Lösungsaktivitäten wie Vermuten, Probieren, Anlegen von Tabellen oder Erstellen von Skizzen anwenden,
- zielführende Denkstrategien wie systematisches Probieren oder Nutzen von Analogien einsetzen“ (Bifie, 2011, S.17)

5.10.2 Inhaltliche mathematische Kompetenzen

Die Arbeit mit Zahlen, welche die Kompetenz beschreibt, die Beziehungen zwischen Zahlen zu erkennen und anzuwenden, findet in der Fermi-Aufgabe „Ein Turm aus Kindern“ in der Phase der Informationsgewinnung statt. Die Größen der Kinder unterschiedlichen Alters müssen miteinander in Beziehung gesetzt werden, sodass sinnvolle Abschätzungen stattfinden können.

„1.2 Zahlen runden und Anzahlen schätzen

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler können

- Zahlen auf volle Zehner, Hunderter, ... Zehntausender runden,
- Anzahlen schätzen.“ (Bifie, 2011, S. 17)

Die Höhe des Turmes wird unter Verwendung der vier Grundrechnungsarten berechnet. Daher wird die Kompetenz der Arbeit mit Operationen innerhalb dieser Aufgabe gefördert.

„2.1 Die vier Grundrechnungsarten und ihre Zusammenhänge verstehen

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- verfügen über Einsicht in das Wesen von Rechenoperationen,
- können Umkehroperationen verwenden, auch zur sinnvollen Überprüfung des Ergebnisses.“ (Bifie, 2011, S.18)

Die Arbeit mit Größen ist für die Beantwortung der Fermi-Frage unerlässlich. Die Schüler*innen müssen die Längenmaße kennen und mit diesen rechnen können. Welche Maßeinheit sie dazu nutzen, ist ihnen überlassen, sodass sie selbst eine geeignete Einheit finden müssen. Weiters ist es notwendig, dass Bezugsgrößen bekannt sind, sodass die Ergebnisse auf ihre Plausibilität überprüft werden können.

„3.2 Größen messen und schätzen

Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler

- beherrschen den Grundvorgang des Messens,
- können mit geeigneten Maßeinheiten messen,
- können Größen schätzen und ihre Vorgangsweise begründen.“ (Bifie, 2011, S.18)

Der Kompetenzbereich der Arbeit mit Ebene und Raum behandelt geometrische Figuren, deren Beziehung zueinander sowie die Ermittlung von Umfängen und Flächeninhalten. Diese Bereiche werden innerhalb der Fermi-Aufgabe nicht angesprochen. Dennoch lässt sich die Bearbeitung der Fragestellung „Ein Turm aus Kindern“ mit der Geometrie in Verbindung bringen. Im Lehrplan der Volksschule wird die Bildungs- und Lehraufgabe „Orientierung im Raum“ behandelt. Das Ziel dieser ist es in der Grundstufe zwei, räumliche Positionen und Lagebeziehungen zu vertiefen, indem bereits bekannte Positionen, wie oben, unten, links, rechts oder auch oberhalb und unterhalb, gefestigt werden (Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung, 2012, S. 159-161).

5.11 Resümee

Eine Fermi-Frage selbst zu finden und zu formulieren erfordert das Verständnis des besonderen Charakters dieser Aufgaben. Bei der Erstellung müssen keine mathematischen Bücher durchforstet und analysiert werden. Es genügt aufmerksam den Alltag zu beobachten und die eigene Umwelt mit der Mathematik zu verknüpfen.

6 Schluss/Fazit

Fermi-Aufgaben weisen ein hohes Potential für den Unterricht in der Primarstufe auf. Nicht nur im mathematischen Bereich können unzählige Kompetenzen angesprochen und gefördert werden. Auch außerschulische Fähigkeiten werden durch den Einsatz dieser Fragestellungen behandelt. Dazu zählt die Kommunikation mit Mitschüler*innen, das Argumentieren und Begründen der eigenen Gedanken, das Überprüfen der Ergebnisse bezüglich ihrer Plausibilität sowie die Akzeptanz verschiedener Lösungswege und Ergebnisse. Die Schüler*innen lernen darüber hinaus zu erkennen, welche Informationen für die Berechnung fehlen und wie sie diese beschaffen können. Zu Beginn scheinbar unlösbare Probleme können durch die Bearbeitung der Fermi-Aufgabe bewältigt werden.

Um eine optimale Förderung von mathematisch begabten Schüler*innen durch den Einsatz von Fermi-Aufgaben zu gewährleisten, ist es ratsam, die Aufgaben in Kleingruppen bearbeiten zu lassen. Die mathematisch stärksten Kinder der Klasse bilden also eine Kleingruppe und bearbeiten gemeinsam die Fragestellung. Dadurch können neue Einsichten in verschiedenste Themen gewonnen, sowie neue Rechenstrategien erlangt werden. Dies kann während Übungsphasen stattfinden, in welchen die übrigen Klassenkinder Inhalte vertiefen, die von den begabten Kindern bereits beherrscht werden.

Die Heterogenität der Schüler*innen innerhalb einer Klasse ist groß, sodass es eine Herausforderung darstellen kann, qualitätsvollen Unterricht zu halten. Zum Wohle der Kinder sowie der Gesellschaft, ist es jedoch notwendig, dass nicht nur schwache Schüler*innen gefördert werden. Die Begabung eines Kindes muss wahrgenommen werden, sodass gezielte Förderangebote gesetzt werden können, mit dem Ziel, vorhandene Schwächen zu beseitigen und Stärken auszubauen. Im Hinblick auf die soziale Entwicklung des Kindes, ist es nicht immer sinnvoll Akzelerationsmaßnahmen durchzuführen. Fermi-Aufgaben sind daher eine gute Möglichkeit das Kind im Klassengefüge zu behalten, es jedoch mit qualitativ herausfordernden Aufgaben zu fördern.

Fermi-Probleme ermöglichen den Schüler*innen individuelle Lösungswege zu finden, sowie bereits vorhandenes Wissen zu verknüpfen und zu vertiefen. Dies ist eine Schlüsselqualifikation für das spätere Berufsleben. Durch die Schwerpunktsetzung innerhalb einer Fermi-Aufgabe, bezüglich eines anderen Unterrichtsfaches als der Mathematik, kann fächerübergreifender Unterricht stattfinden. Diese Verknüpfung von Themen aus verschiedenen Fachbereichen ist eine wichtige Voraussetzung, um die Schlüsselprobleme der Menschheit zu erkennen und Lösungswege zu finden.

Der Erstellung von Fermi-Aufgaben sind kaum Grenzen gesetzt. Wichtig ist es den Wissenstand der Schüler*innen zu berücksichtigen und Themen aus deren Alltagswelt zu wählen. Ansonsten können frei Inhalte ausgesucht werden, welche mit verschiedenen mathematischen Bereichen verknüpft werden. Dabei ist darauf zu achten, den Schüler*innen bezüglich Fermi-Aufgaben eine Einführungsphase anzubieten. Da sich diese Fragestellungen von den typischen Beispielen des Mathematikunterrichts stark unterscheiden, bedarf es genauer Erklärungen bezüglich der Bearbeitungsmöglichkeiten. Wichtig ist es weiters den Unterschied zu herkömmlichen Textaufgaben zu thematisieren. Nicht bei jeder Fragestellung ist es erwünscht mit Überschlagsrechnungen und Schätzungen eine Lösung zu ermitteln.

Bezüglich der Unterrichtsfächer Mathematik und naturwissenschaftlichem Sachunterricht ergeben sich unzählige Möglichkeiten für die Erstellung von Fermi-Aufgaben. Dabei gilt es zu beachten, dass die Flächeninhaltsberechnung erst in der vierten Schulstufe erlernt wird, sowie, dass das Volumen nicht im Lehrplan der Volksschule behandelt wird. Die Aufgaben sind dementsprechend zu wählen. Im Bereich Chemie gibt es kaum Fermi-Fragen, die bereits in der Grundstufe 2 bearbeitet werden können, da die Inhalte aus diesem Gebiet zu komplex sind.

Wünschenswert wäre es gewesen, die erstellte Aufgabe, von begabten Schüler*innen aus verschiedenen Schulen, berechnen zu lassen. Dadurch wären weitere Lösungswege sowie mögliche Stolpersteine sichtbar geworden. Aufgrund der Corona-Pandemie konnte dieses Vorhaben jedoch leider nicht umgesetzt werden.

7 Literaturverzeichnis

- Bardy, P. (2007). *Mathematisch begabte Grundschul Kinder: Diagnostik und Förderung* (1. Auflage). Spektrum.
- Bardy, T. & Bardy, P. (2020). *Mathematisch begabte Kinder und Jugendliche Theorie und (Förder-)Praxis*. Springer.
- Bauersfeld, H. (2006). Versuch einer Zusammenfassung der Erfahrungen. In H. Bauersfeld & K. Kießwetter (Hrsg.), *Wie fördert man mathematisch besonders befähigte Kinder? Ein Buch aus der Praxis für die Praxis* (S. 82-91). Mildenberger.
- Boesten, J. (2013). *Die Mathe-Knobel-Kartei: Fermi-Aufgaben, Klasse 3-6; Offene Aufgaben in 3 Schwierigkeitsstufen mit Lösungshilfen*. Verlag an der Ruhr.
- Büchter, A., Herget, W., Leuders, T. & Müller, J. (Hrsg.). (2010). *Die Fermi-Box. 5. bis 7. Klasse, Lehrerkommentar* (1. Auflage). Verl. für Pädagogische Medien (VPM).
- Bull World Health Organ (2007). *Development of a WHO growth reference for school-aged children and adolescents*. <https://doi.org/10.2471/BLT.07.043497>
- Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (2011). *Bildungsstandards: Praxishandbuch für „Mathematik“ 4. Schulstufe*. (2. Auflage). <https://www.iqs.gv.at/downloads/nationales-monitoring/materialien-zu-ikm-und-bildungsstandards/publikationen-mathematik>
- Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (2012). *Lehrplan der Volksschule*. https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/schulpraxis/lp/lp_vs.html
- Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung. (2018). *Grunderlass zur Begabungs- und Begabtenförderung*. https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/schulrecht/rs/1997-2017/2017_25.html
- Buschmann, H. (2020). *Armspannweite berechnen: So messen Sie richtig*. https://praxistipps.focus.de/armspannweite-berechnen-so-messen-sie-richtig_117292
- Caviola, H., Kyburz-Graber, R. & Locher, S. (2011). *Wege zum guten fächerübergreifenden Unterricht: Ein Handbuch für Lehrpersonen* (1. Auflage). hep.
- Dittrich, U., Dolch, B., Holder, C., Klag, T., Kurtz, G., Orth, A., Scherrer, A., Schlotthauer, J., Skoluda, S., Tremmel, T. & Wieland-Neckenich, M.-L. (2018). *Naturwissenschaftliche Inhalte im Sachunterricht*. https://grundschule.bildung-rp.de/fileadmin/user_upload/grundschule.bildung-rp.de/Praxishandbuch_Naturwissenschaftliche_Inhalte_im_SU.pdf
- Ewerhardy, A. & Lange, K. (2016). Naturwissenschaftliches Lehren und Lernen. In A. Hartinger & K. Lange (Hrsg.), *Sachunterricht—Didaktik für die Grundschule* (2. Auflage). (S. 35-57). Cornelsen.

7 Literaturverzeichnis

- Greefrath, G. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe*. Spektrum.
- Industriellen Vereinigung (2013). *MINT 2020. Der Unterricht von Morgen. Auf dem Weg zu mehr Zukunftsqualifikationen für Österreich*. https://www.mintschule.at/wp-content/uploads/2016/08/MINT2020_Der_Unterricht_von_morgen.pdf
- Karch, H. (2013). Fächerübergreifender Unterricht in der Praxis. In M. Ruppert & J. Wörler (Hrsg.), *Technologien im Mathematikunterricht: Eine Sammlung von Trends und Ideen* (S. 199-200). Springer Spektrum.
- Käpnick, F. & Benölken, R. (2020). *Mathematiklernen in der Grundschule* (2. Auflage). Springer.
- Labudde, P. (2008). Fächerübergreifender naturwissenschaftlicher Unterricht: Was? Warum? Wie? Trotz allem!. In P. Labudde (Hrsg.), *Naturwissenschaften vernetzen - Horizonte erweitern: Fächerübergreifender Unterricht konkret* (1. Auflage). (S. 7-18). Klett/Kallmeyer.
- Labudde, P. (2014). Fächerübergreifender naturwissenschaftlicher Unterricht – Mythen, Definitionen, Fakten. In S. Bernholt (Hrsg.), *Konzeptverständnis durch Vernetzung von Repräsentationsebenen. Band 34* (S. 13-24). https://www.gdcp-ev.de/wp-content/tagungsbaende/GDCP_Band34.pdf
- Nolte, M. (2006). Waben, Sechsecke und Palindrome – Zur Erprobung der „K-Aufgabe“ in unterschiedlichen Aufgabenformaten. In H. Bauersfeld & K. Kießwetter (Hrsg.), *Wie fördert man mathematisch besonders befähigte Kinder? Ein Buch aus der Praxis für die Praxis* (S. 93-112). Mildenberger.
- Schedl, B. (2018). *St. Stephan in Wien: Der Bau der gotischen Kirche (1200-1500)*. Böhlau.
- Schnell, D. (2014). *Hochbegabung in der Grundschule: Erkennung und Förderung mathematisch begabter Kinder*. Diplomica.
- Statistik Austria (2021). *Klassenschüleranzahl im Schuljahr 2019/20 an öffentlichen Volksschulen*. https://www.statistik.at/web_de/statistiken/menschen_und_gesellschaft/bildung/schulen/schulbesuch/index.html
- Stern, T. (2010). *Förderliche Leistungsbewertung*. http://www.oezepts.at/wp-content/uploads/2011/07/Leistungsbewertung_Onlineversion_Neu.pdf
- Ulm, V. & Zehnder, M. (2020). *Mathematische Begabung in der Sekundarstufe: Modellierung, Diagnostik, Förderung*. Springer.
- Weilguny, W. M., Resch, C., Samhaber, E. & Hartel, B. (2011). *Weißbuch Begabungs- und Exzellenzförderung*. BMBWF. https://bildung.bmbwf.gv.at/schulen/unterricht/ba/bbf_weissbuchbf_20996.pdf?61ec4a

8 Eigenständigkeitserklärung

„Ich erkläre, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit selbst verfasst habe und dass ich dazu keine anderen als die angeführten Hilfsmittel verwendet habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten Publikationen entnommen sind, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form weder im In- noch im Ausland in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt.“

Wien, April 2021, 